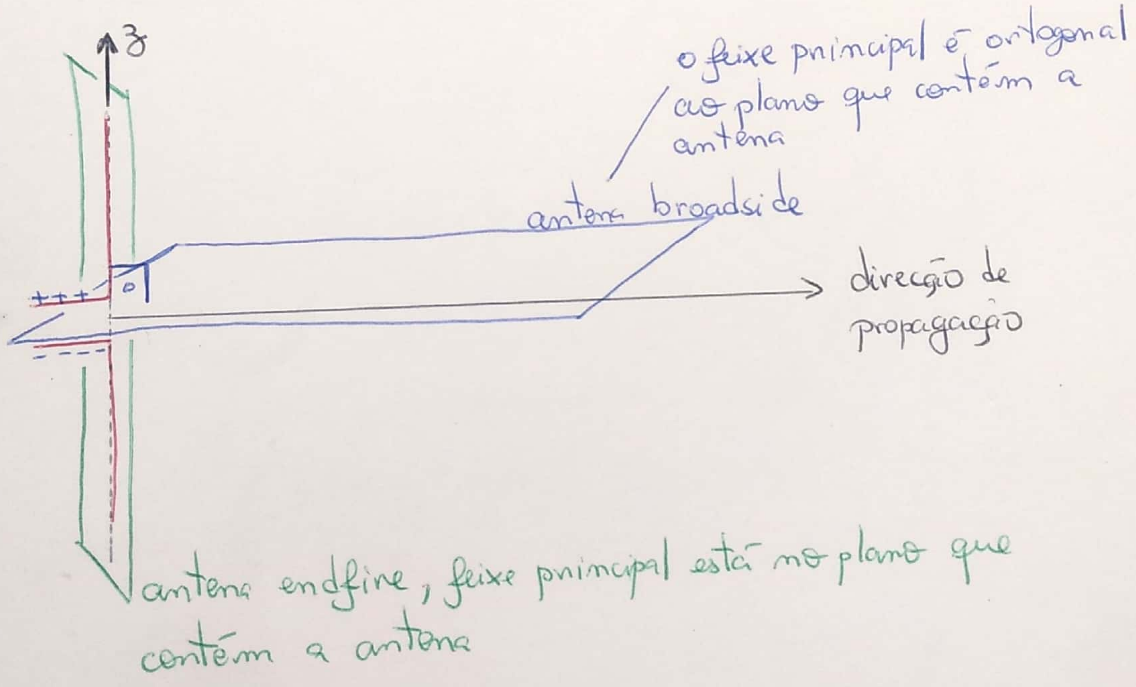
Aula 14

Densidade de Potência, Intensidade de Radiação e Resistência de Radiação + Diretividade e Resistência de Entrada

Antes de iniciarmos, vamos comentar sobre os termos broadside e endfire.



Como estamos estudando o dipolo, vamos definir o valor médio do vetor de Poynting:

(1)

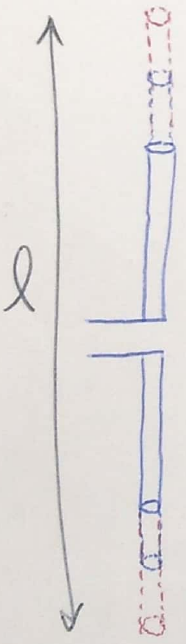
$$\boxed{\vec{S}_{méd} = \frac{1}{2\eta}|E_\theta|^2\,\hat{a}_r = \eta\frac{|I_0|^2}{8\pi^2 r^2}\left[\frac{\cos\left(\frac{kl}{2}\cos\theta\right) - \cos\left(\frac{kl}{2}\right)}{\sin\theta}\right]^2}$$

isto é da aula 12.

A intensidade de radiação é:

$$\boxed{U = r^2 S_{méd} = \eta \frac{|I_0|^2}{8\pi^2}\left[\frac{\cos\left(\frac{k\ell}{2}\cos\theta\right) - \cos\left(\frac{k\ell}{2}\right)}{\sin\theta}\right]^2} \quad (2)$$

À medida que o comprimento da antena ↑ acima do λ $(\ell > \lambda)$, o nº de lóbulos começa a ↑.



Mas, qdo $(\ell \ll \lambda)$, à medida que o comprimento da antena ↑, o feixe se torna mais estreito.

Para determinar a potência total radiada integramos o valor médio do vetor de Poynting (eq. 1) sobre uma superfície fechada de uma esfera de raio r.

$$P_{rad} = \oiint \vec{S}_{méd} \cdot d_{Area}$$

$$P_{rad} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} S_{méd} \cdot \cancel{\hat{a}_r} \cdot r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi \, \cancel{\hat{a}_r}.$$

$$P_{rad} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} S_{méd} \cdot r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi$$

$$\boxed{P_{rad} = \eta \frac{|I_0|^2}{4\pi} \int_0^{\pi} \frac{\left[\cos\left(\frac{kl}{2}\cos\theta\right) - \cos\left(\frac{kl}{2}\right)\right]^2}{\sin\theta} d\theta} \quad (3$$

A solução desta equação não é trivial e não corresponde aos objetivos deste curso.

A Resistência de Radiação, continua sendo:

$$P_{rad} = \eta\left(\frac{\pi}{3}\right)\left|\frac{I_0 l}{\lambda}\right|^2 = \frac{1}{2}|I_0|^2 R_r$$

teria que substituir aqui!

logo

$$\boxed{R_r = \underbrace{\eta}_{120\pi}\left(\frac{2\pi}{3}\right)\left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 = 80\pi^2\left(\frac{l}{\lambda}\right)^2} \quad (4)$$

Facultativo

Demonstração da Eq. de Resistência de Radiação

Potência entrada numa antena: $P_{in} = R_{rad} \cdot \frac{|I_0|^2}{2}$

isolando R_{rad}: $R_{rad} = \frac{2P_{in}}{|I_0|^2}$

$P_{in} \equiv P_{rad}$ então:

$$R_{rad} = \frac{2}{|I_0|^2} \cdot \underbrace{\oiint \vec{S}_{rad} \cdot dArea}$$

↳ p/ um dipolo ideal
Aula 4

$P_{rad} \rightarrow$ foi definida com $= \frac{\omega\mu\beta}{12\pi}(I\Delta z)^2$

Logo

$$R_{rad} = \frac{2}{I^2}\frac{\omega\mu\beta}{12\pi}(I\Delta z)^2$$

$\longrightarrow$ como: $\beta = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$

$\longrightarrow$ como: $\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$

$$R_{rad} = \frac{\omega\mu\beta\Delta z^2}{6\pi} \times \frac{\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{\varepsilon}}$$

$\beta^2 = \omega^2(\mu\varepsilon)$

$\mu = \frac{\beta^2}{\omega^2\varepsilon}$

$$R_{rad} = \frac{\omega\mu\sqrt{\varepsilon}\,\beta(\Delta z)^2}{6\pi\sqrt{\varepsilon}} = \text{com algebrismos:}$$

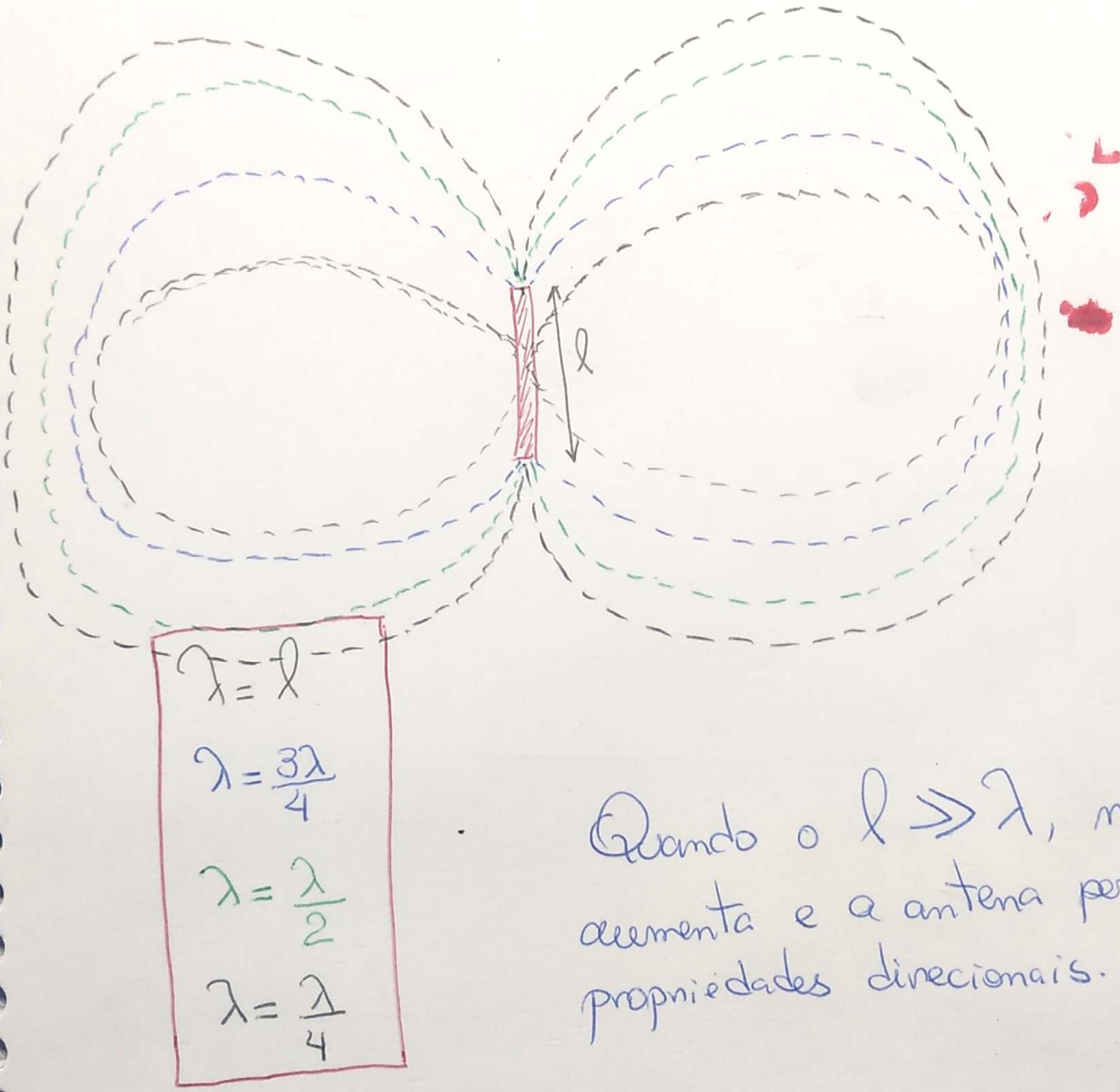
$$R_{rad} = \eta\frac{\beta^2(\Delta z)^2}{6\pi} = \eta\frac{2}{3}\pi\left[\frac{(\Delta z)}{(\lambda)}\right]^2$$

$$\boxed{R_{rad} = 80\pi^2\left(\frac{\Delta z}{\lambda}\right)^2 \Omega}$$

p/ dipolo ideal, R_{rad} é $\downarrow\downarrow$, pois $\Delta z \ll \lambda$

Diretividade

O diagrama de radiação de um dipolo se torna mais direcional à medida que seu comprimento aumenta.



Quando o $l \gg \lambda$, nº lóbulos aumenta e a antena perde suas propriedades direcionais.

matematicamente, já definimos a diretividade como:

$$D_0 = 4\pi \frac{F(\theta,\phi)_{max}}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} F(\theta,\phi)\ \sin\theta\ d\theta\ d\phi}$$

Para uma antena dipolo de comprimento ℓ, teremos:

$$\boxed{F(\theta,\phi) = F(\theta) = \left[\frac{\cos\left(\frac{k\ell}{2}\cos\theta\right) - \cos\left(\frac{k\ell}{2}\right)}{\sin\theta}\right]^2}$$

e

$$\boxed{U = \eta \frac{|I_0|^2}{8\pi^2} \cdot F(\theta,\phi)}$$

portanto:

$$\boxed{D_0 = \frac{2F(\theta)_{max}}{\int_0^{\pi} F(\theta)\sin\theta \, d\theta}}$$

Diretividade de uma antena filamentar

Os valores correspondentes da máxima abertura efetiva é dada por:

$$\boxed{A_{eff} = \frac{\lambda^2}{2\pi} D_0}$$

Resistência de Entrada

Vimos que:

1 – $Z = \dfrac{V_{gerador}}{I_{gerador}}$ ou 2 – $Z = \dfrac{\vec{E}}{\vec{H}}\Bigg|_{\text{num ponto}}$

Ou seja

$$Z_{ant} = \underbrace{R_{ant}}_{\downarrow} + j\,X_{ant}$$

Resistência de Entrada = $\boxed{\text{Resistência de radiação}}$

isto, por sua vez é dado como:

$$R_{rad} = 80\pi^2 \left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2$$

Para inferir a R_{rad} nos terminais de entrada da antena;

1º) $R_L = 0$

2º) $\dfrac{|I_{in}|^2}{2} R_{in} = \dfrac{|I_0|^2}{2} R_{rad} \longrightarrow$ nos terminais de entrada.

De modo que:

$$\boxed{R_{in} = \left[\frac{I_0}{I_{in}}\right]^2 R_{rad}}$$

como: $I_{in} = I_0 \sin\left(\frac{kl}{2}\right)$, então:

$$\boxed{R_{in} = \frac{R_{rad}}{\sin^2\left(\frac{kl}{2}\right)}}$$