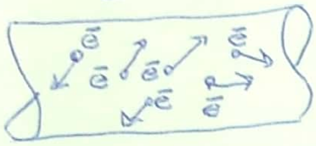
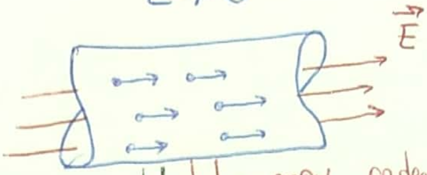
Corrente Elétrica e Densidade de Corrente

$\vec{E} = 0$ $\quad\quad\quad\quad\quad\quad$ $\vec{E} \neq 0$



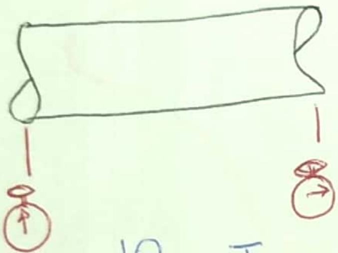


↳ mov. ordenado $\bar{e}$ livres

↳ cada $\bar{e}_L$ possui veloc. arrasto ($v_d \sim 10^{-4}$ m/s)

↳ Em. cinética é transferida por colisão p/ os íons do condutor

Esta energia Ecin. ↑ T do material



$$\frac{dQ}{dt} = I \longrightarrow \left[\frac{C}{s} = A\right]^{\text{ampère}}$$

$$\boxed{Q = \bar{e}.n = I.\Delta t} \longrightarrow \boxed{n.\bar{e} = \Delta t.I}$$

Densidade de Corrente ($\vec{J}$)

↓ depende do: $\vec{E}$ e propriedade do material

$\boxed{\text{Nos metais, } \vec{J} \text{ é quase } \propto \text{ ao } \vec{E}}$

↳ a razão: $\vec{E}/\vec{J}$ permanecendo constante

↓

Lei de Ohm

A resistividade de um material à passagem da corrente elétrica é definida como:

$$\hookrightarrow \frac{\vec{E}}{\vec{J}} = \rho \longrightarrow \frac{V}{m} \cdot \frac{}{A/m^2} = [\Omega . m]$$

$$\left[\frac{V}{A}\right] = \text{resistência}$$

Condutividade (σ)

$\hookrightarrow [\Omega.m]^{-1}$

A ~~condut~~ Resistividade (ρ) $\uparrow$ linearmente com a T.

coef. temperatura do material $[°C]^{-1}$

$$\boxed{\rho(T) = \rho_0 \left[1 + \alpha (T - T_0) \right]}$$

$(T - T_0) \rightarrow [°C]$

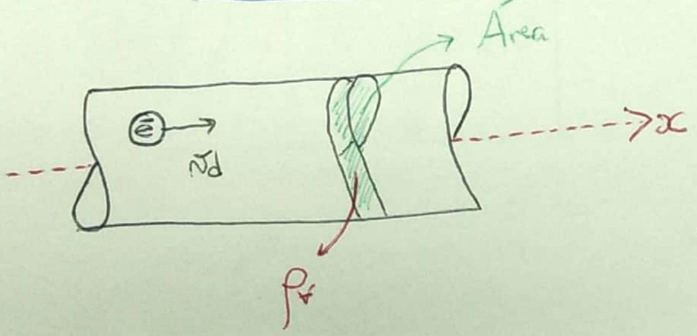
$\rho_0 \hookrightarrow$ resistividade inicial do material $[\Omega.m]$

logo:

$$\boxed{\sigma = \frac{1}{\rho}}$$

$\sigma \rightarrow [\Omega.m]^{-1}$ $\qquad$ $\rho \rightarrow [\Omega.m]$

Densidade de Corrente ($\vec{J}$)



por definição

$$\boxed{\vec{J}_x = \rho_\forall \cdot \vec{v}_x}$$

$$\text{Área} \cdot \vec{J}_x = \left[\frac{Q.N}{Vol} \right] \cdot \frac{\partial x}{\partial t} \cdot \text{Área}$$

$$\vec{J}_x \cdot \text{Área} = \left[\frac{Q.N}{\forall} \right] \cdot \frac{\partial x}{\partial t} \cdot \text{Área}$$

$$\vec{J}_x \cdot \text{Área} = \frac{\partial Q}{\partial t} \cdot N \cdot \cancel{\frac{\text{Área} \cdot x_{vol}}{Vol}}$$

$$\vec{J}_x \cdot \text{Área} = \frac{\partial Q}{\partial t} \cdot N$$

$$\vec{J}_x \cdot \text{Área} = dI \cdot N$$

$$\vec{J}_x \cdot \text{Área} = dI \cdot N$$

logo

$$\boxed{I = \int_{\text{Área}} \vec{J} \cdot d\text{Área}}$$

Scanned by CamScanner

lei de Ohm Formal

É conhecido que: $\boxed{V = R \cdot I}$ 1ª lei de Ohm

$$\Delta V = -\int \vec{E}\, d\vec{r}$$

$$\vec{E} = \frac{\Delta V}{\vec{\ell}}$$

$$\vec{E} = \vec{J} \cdot \rho_{\text{Resistividade}}$$

$$\vec{J} = \frac{I}{A_{rea}}$$

logo

$$\cancel{\Delta V = -\int \vec{E} \frac{\Delta V}{\vec{\ell}} d\vec{\ell}}$$

$$\vec{J} \rho_R = \frac{\Delta V}{\vec{\ell}} \hat{a}_\ell$$

$$\vec{J} = \frac{I}{A_{rea}} \cdot \rho_R = \frac{\Delta V}{\ell}$$

$$\frac{\rho_R}{A_{rea}} = \frac{\Delta V}{\ell \cdot I}$$

$$\frac{\rho_R}{A_{rea}} = \frac{R}{\ell}$$

$$\boxed{R = \frac{\rho_R \cdot \ell}{A_{rea}}}$$ 2ª lei de Ohm

Continuidade da Corrente Elétrica

Princípio da Conservação da Carga

cargas ñ podem ser criadas e nem destruídas

disto

$$I = \oint_A \vec{J} \cdot dA_{rea} = -\frac{dQ_i}{dt}$$

fluxo de carga positiva deve ser balanceado pelo decréscimo da mesma qtidade de carga.

portanto: É uma corrente que flui p/ fora da superfície

Eq. da Continuidade

$$\oint_A \vec{J} \cdot dA_{rea} = \int_{\forall} \nabla \cdot \vec{J} \, d\forall$$

É o teorema da divergência.
Teorema de Ostragradskçii - Gauss

disto

$$\oint_{\forall} \nabla \cdot \vec{J} \, d\forall = -\frac{d}{dt} \int_{\forall} \underbrace{\rho_v \, d\forall}_{Q}$$

$$\oint_{\forall} \nabla \vec{J} \, d\forall = \oint_{\forall} -\frac{\partial \rho_v}{\partial t} \, d\forall$$

$$\nabla \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho_v}{\partial t}$$

Eq. da Continuidade da carga elétrica - Corrente

Indica que a I que, diverge de um volume pequeno, é igual à taxa temporal do decréscimo da carga/unidade de volume.

para um $\forall$ estacionário, a derivada do tempo opera somente sobre ρ.

então:

$$\int_{\forall} \nabla \cdot \vec{J}\, d\forall = -\int_{\forall} \frac{\partial \rho}{\partial t}\, d\forall$$

Assim

$$\boxed{\overset{div}{\nabla} \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}}$$

relação de continuidade carga - corrente

ou

Equação de Continuidade da carga

quando $\overset{\shortparallel}{\frac{\partial \rho}{\partial t}} = 0$, então: $\overset{\overset{div}{\shortparallel}}{\nabla} \vec{J} = 0$ o que nos leva à:

$$\boxed{\oint_S \vec{J}\, ds = 0}$$

que também pode ser expressa como:

$$\boxed{\sum_i i_i = 0}$$

lei de Kirchhoff p/ a corrente

Exemplo de Aplicação da Equação da Continuidade da Carga.

Num circuito de transmissão de energia elétrica, constata-se, por outros métodos, que a densidade de corrente é radial e direcionada para fora, como:

$$\vec{J} = \frac{1}{r} e^{-t} \hat{a}_r \quad A/m^2$$

Selecionando $t = 1s$, com $r = 5m$, teremos:

$$I_5 = \vec{J}_r \cdot S = \vec{J}_r \cdot A = \left(\frac{1}{5} e^{-1}\right) \cdot \left(4\pi \underset{r^2}{\underbrace{5^2}}\right) = 23.1 A$$

para $r = 6m$ temos:

$$I_6 = \vec{J}_r \cdot A = \left(\frac{1}{6} e^{-1}\right) \cdot \left(4\pi 6^2\right) = 27.7 A$$

observa-se que: $I_6 > I_5$

<u>Porque isto acontece?</u>

solução: olhar a densidade volumétrica de carga e a velocidade

a) $$-\frac{\partial \rho}{\partial t} = \nabla \cdot \vec{J}$$

$$-\frac{\partial \rho}{\partial t} = \nabla \cdot \left(\frac{1}{r} e^{-t} \hat{a}_r\right)$$

$$-\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{1}{r} e^{-t}\right)$$

$$\frac{\cancel{r^2}}{r^2} e^{-t}$$

$$\boxed{-\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{1}{r^2} e^{-t}}$$

Hayt, 114-118

b) $\rho = -\int \frac{1}{r^2} e^{-t}\, dt$

$$\boxed{\rho = \frac{1}{r^2} e^{-t}}$$

Agora

$\vec{J} = \rho . \vec{v}_{\bar{e}}$ então

$$\vec{v}_{\bar{e}} = \frac{\vec{J}}{\rho} = \frac{\frac{1}{r}\cancel{e^{-t}}}{\frac{1}{r^2}\cancel{e^{-t}}} = \frac{r^2}{r} = r \text{ m/s}$$

Ou seja: a velocidade é $\propto$ ao raio (r) e existe alguma força (não especificada) que está acelerando a densidade de carga em uma direção para fora.