

27-1 CIRCUITOS DE UMA MALHA

Objetivos do Aprendizado

Depois de ler este módulo, você será capaz de ...

- 27.01** Conhecer a relação entre a força eletromotriz e o trabalho realizado.
- 27.02** Conhecer a relação entre a força eletromotriz, a corrente e a potência de uma fonte ideal.
- 27.03** Desenhar o diagrama esquemático de um circuito de uma malha com uma fonte e três resistores.
- 27.04** Usar a regra das malhas para escrever uma equação para as diferenças de potencial dos elementos de um circuito ao longo de uma malha fechada.
- 27.05** Conhecer a relação entre a resistência e a diferença de potencial entre os terminais de um resistor (regra das resistências).
- 27.06** Conhecer a relação entre a força eletromotriz e a diferença de potencial entre os terminais de uma fonte (regra das fontes).
- 27.07** Saber que resistores em série são atravessados pela mesma corrente, que também é a mesma do resistor equivalente.
- 27.08** Calcular o resistor equivalente de resistores em série.
- 27.09** Saber que a diferença de potencial entre as extremidades de um conjunto de resistores em série é a soma das diferenças de potencial entre os terminais dos resistores.
- 27.10** Calcular a diferença de potencial entre dois pontos de um circuito.
- 27.11** Conhecer a diferença entre uma fonte real e uma fonte ideal e substituir, no diagrama de um circuito, uma fonte real por uma fonte real em série com uma resistência.
- 27.12** Calcular a diferença de potencial entre os terminais de uma fonte real para os dois sentidos possíveis da corrente no circuito.
- 27.13** Saber o que significa aterrar um circuito, e representar esse aterramento em um diagrama esquemático.
- 27.14** Saber que aterrar um circuito não afeta a corrente do circuito.
- 27.15** Calcular a taxa de dissipação de energia de uma fonte real.
- 27.16** Calcular a potência fornecida ou recebida por uma fonte.

Ideias-Chave

- Uma fonte de tensão realiza trabalho sobre cargas elétricas para manter uma diferença de potencial entre os terminais. Se dW é o trabalho elementar que a fonte realiza para fazer com que uma carga elementar atravesse a fonte do terminal negativo para o terminal positivo da fonte, a força eletromotriz da fonte (trabalho por unidade de carga) é dada por

$$\mathcal{E} = \frac{dW}{dq} \quad (\text{definição de } \mathcal{E}).$$

- Uma fonte ideal é uma fonte cuja resistência interna é zero. A diferença de potencial entre os terminais de uma fonte ideal é

igual à força eletromotriz.

- As fontes reais possuem uma resistência interna diferente de zero. A diferença de potencial entre os terminais de uma fonte real é igual à força eletromotriz apenas se a corrente que atravessa a fonte for nula.
- A variação de potencial de um terminal para o outro de uma resistência R no sentido da corrente é dada por $-iR$, e a variação no sentido oposto é dada por $+iR$, em que i é a corrente (regra das resistências).
- A variação de potencial de um terminal para o outro de uma fonte ideal no sentido do terminal negativo para o terminal positivo é $+ \mathcal{E}$, e a variação no sentido oposto é $- \mathcal{E}$ (regra das fontes).
- A lei de conservação da energia leva à regra das malhas:

Regra das Malhas. A soma algébrica das variações de potencial encontradas ao longo de uma malha completa de um circuito é igual a zero.

A lei de conservação da carga leva à lei dos nós (Capítulo 26):

Lei dos Nós. A soma das correntes que entram em um nó de um circuito é igual à soma das correntes que saem do nó.

- Quando uma fonte real de força eletromotriz \mathcal{E} e resistência interna r realiza trabalho sobre os portadores de carga da corrente i que atravessa a bateria, a taxa P com a qual a fonte transfere energia para os portadores de carga é dada por

$$P = iV.$$

em que V é a diferença de potencial entre os terminais da bateria.

- A taxa P_r com a qual a resistência interna da fonte dissipa energia é dada por

$$P_r = i^2 r.$$

- A taxa P_{fem} com a qual a energia química da fonte é transformada em energia elétrica é dada por

$$P_{\text{fem}} = i\mathcal{E}.$$

- Resistores ligados em série são atravessados pela mesma corrente e podem ser substituídos por um resistor equivalente cuja resistência é dada por

$$R_{\text{eq}} = \sum_{j=1}^n R_j \quad (n \text{ resistências em série}).$$

O que É Física?

Estamos cercados de circuitos elétricos. Podemos nos orgulhar do número de aparelhos elétricos que possuímos ou fazer uma lista mental dos aparelhos elétricos que gostaríamos de possuir. Todos esses aparelhos, e a rede de distribuição de energia elétrica que os faz funcionar, dependem da engenharia elétrica moderna. Não é fácil estimar o valor econômico atual da engenharia elétrica e seus produtos, mas podemos ter certeza de que esse valor aumenta sem parar, à medida que mais e mais tarefas são executadas eletricamente. Hoje em dia, os aparelhos de rádio e televisão são sintonizados eletricamente; as mensagens são enviadas pela internet; os artigos científicos são publicados e copiados na forma de arquivos digitais e lidos nas telas dos computadores.

A ciência básica da engenharia elétrica é a física. Neste capítulo, estudamos a física de circuitos elétricos que contêm apenas resistores e fontes (e, no Módulo 27-4, capacitores). Vamos limitar nossa discussão a circuitos nos quais as cargas se movem sempre no mesmo sentido, conhecidos como

circuitos de corrente contínua ou circuitos de CC. Começamos com a seguinte pergunta: Como é possível colocar cargas elétricas em movimento?

“Bombeamento” de Cargas

Se quisermos fazer com que cargas elétricas atravessem um resistor, precisamos estabelecer uma diferença de potencial entre as extremidades do dispositivo. Para isso, poderíamos ligar as extremidades do resistor às placas de um capacitor carregado. O problema é que o movimento das cargas faria o capacitor se descarregar e, portanto, depois de certo tempo, o potencial seria o mesmo nas duas placas. Quando isso acontecesse, não haveria mais um campo elétrico no interior do resistor, e a corrente deixaria de circular.

Para produzir uma corrente constante, precisamos de uma “bomba” de cargas, um dispositivo que, realizando trabalho sobre os portadores de carga, mantenha uma diferença de potencial entre dois terminais. Um dispositivo desse tipo é chamado de **fonte de tensão** ou, simplesmente, **fonte**. Dizemos que uma fonte de tensão produz uma **força eletromotriz** \mathcal{E} , o que significa que submete os portadores de carga a uma diferença de potencial \mathcal{E} . O termo força eletromotriz, às vezes abreviado para *fem*, é usado, por questões históricas, para designar a diferença de potencial produzida por uma fonte de tensão, embora, na verdade, não se trate de uma força.

No Capítulo 26, discutimos o movimento de portadores de carga em um circuito em termos do campo elétrico existente no circuito; o campo produz forças que colocam os portadores de carga em movimento. Neste capítulo, vamos usar uma abordagem diferente, discutindo o movimento dos portadores de carga em termos de energia — uma fonte de tensão fornece a energia necessária para o movimento por meio do trabalho que realiza sobre os portadores.

Uma fonte muito útil é a *bateria*, usada para alimentar uma grande variedade de máquinas, desde relógios de pulso até submarinos. A fonte mais importante na vida diária, porém, é o *gerador de eletricidade*, que, por meio de ligações elétricas (fios) a partir de uma usina de energia elétrica, cria uma diferença de potencial nas residências e escritórios. As *células solares*, presentes nos painéis em forma de asa das sondas espaciais, também são usadas para gerar energia em localidades remotas do nosso planeta. Fontes menos conhecidas são as *células de combustível* dos ônibus espaciais e as *termopilhas* que fornecem energia elétrica a algumas naves espaciais e estações remotas na Antártida e outros locais. Nem todas as fontes são artificiais: organismos vivos, como enguias elétricas e até seres humanos e plantas, são capazes de gerar eletricidade.

Embora os dispositivos mencionados apresentem diferenças significativas quanto ao modo de operação, todos executam as mesmas funções básicas: realizar trabalho sobre portadores de carga e manter uma diferença de potencial entre dois terminais.

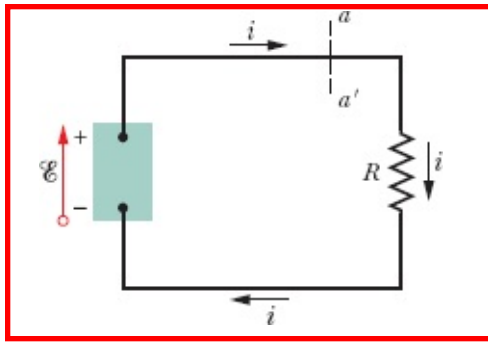


Figura 27-1 Um circuito elétrico simples, no qual uma fonte de força eletromotriz \mathcal{E} realiza trabalho sobre portadores de carga e mantém uma corrente constante i em um resistor de resistência R .

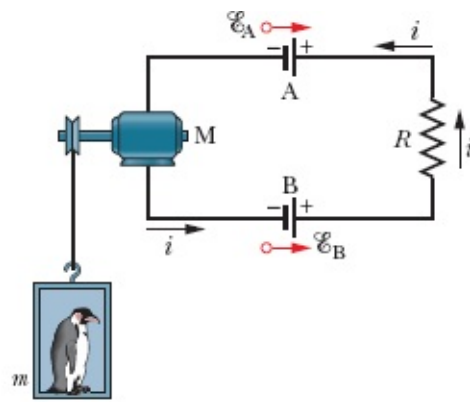
Trabalho, Energia e Força Eletromotriz

A Fig. 27-1 mostra um circuito formado por uma fonte (uma bateria, por exemplo) e uma única resistência R (o símbolo de resistência e de um resistor é $\text{---}\text{---}\text{---}$). A fonte mantém um dos terminais (o terminal positivo ou terminal $+$) a um potencial elétrico maior que o outro (o terminal negativo ou terminal $-$). Podemos representar a força eletromotriz da fonte por meio de uma seta apontando do terminal negativo para o terminal positivo, como na Fig. 27-1. Um pequeno círculo na origem da seta que representa a força eletromotriz serve para distingui-la das setas que indicam a direção da corrente.

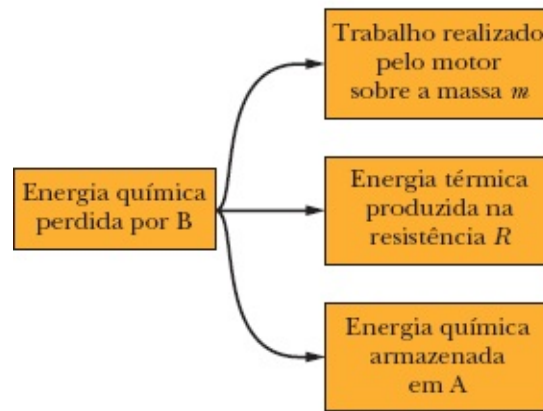
Quando uma fonte não está ligada a um circuito, a energia que existe no interior da fonte não provoca nenhum movimento dos portadores de carga. Quando, porém, a fonte é ligada a um circuito, como na Fig. 27-1, essa energia faz com que portadores de carga (positivos, por convenção) sejam transferidos do terminal negativo para o terminal positivo da fonte, ou seja, no sentido da seta que representa a força eletromotriz. Esse movimento é parte da corrente que se estabelece no mesmo sentido em todo o circuito (no caso da Fig. 27-1, o sentido horário).

No interior da fonte, os portadores de carga positivos se movem de uma região de baixo potencial elétrico e, portanto, de baixa energia potencial elétrica (o terminal negativo) para uma região de alto potencial elétrico e alta energia potencial elétrica (o terminal positivo). Esse movimento tem o sentido contrário ao sentido no qual os portadores positivos se moveriam sob a ação do campo elétrico que existe entre os dois terminais (que aponta do terminal positivo para o terminal negativo). Isso significa que deve haver uma energia no interior da fonte realizando um trabalho sobre as cargas e forçando as cargas a se moverem dessa forma. A energia pode ser química, como nas baterias e nas células de combustível, ou mecânica, como nos geradores. Também pode resultar de diferenças de temperatura, como nas termopilhas, ou ser fornecida pelo Sol, como nas células solares.

Vamos agora analisar o circuito da Fig. 27-1 do ponto de vista do trabalho e da energia. Em um intervalo de tempo dt , uma carga dq passa por todas as seções retas do circuito, como a seção aa' . A mesma carga entra no terminal de baixo potencial da fonte de tensão e sai do terminal de alto potencial. Para que a carga dq se mova dessa forma, a fonte deve realizar sobre a carga um trabalho dW . Definimos a força eletromotriz da fonte por meio desse trabalho:



(a)



(b)

Figura 27-2 (a) Como neste circuito $\mathcal{E}_B > \mathcal{E}_A$, o sentido da corrente é determinado pela bateria B. (b) As transferências de energia que acontecem no circuito.

$$\mathcal{E} = \frac{dW}{dq} \quad (\text{definição de } \mathcal{E}).$$

(27-1)

Em palavras, a força eletromotriz de uma fonte é o trabalho por unidade de carga que a fonte realiza para transferir cargas do terminal de baixo potencial para o terminal de alto potencial. A unidade de força eletromotriz do SI tem dimensões de joule por coulomb; como vimos no Capítulo 24, essa unidade é chamada de *volt*.

Uma **fonte de tensão ideal** é uma fonte na qual os portadores de carga não encontram resistência ao se deslocarem do terminal negativo para o terminal positivo. A diferença de potencial entre os terminais de uma fonte ideal é igual à força eletromotriz da fonte. Assim, por exemplo, uma bateria ideal com uma força eletromotriz de 12,0 V mantém uma diferença de 12,0 V entre os terminais, esteja ou não a fonte ligada a um circuito, e sejam quais forem as características do circuito.

Uma **fonte de tensão real** possui uma resistência interna diferente de zero. Quando uma fonte real não está ligada a um circuito e, portanto, não conduz uma corrente elétrica, a diferença de potencial entre os terminais é igual à força eletromotriz. Quando a fonte conduz uma corrente, a diferença de potencial é menor que a força eletromotriz. As fontes reais serão discutidas no final deste módulo.

Quando uma fonte é ligada a um circuito, a fonte transfere energia para os portadores de carga que passam por ela. Essa energia pode ser transferida dos portadores de carga para outros dispositivos do

circuito, e usada, por exemplo, para acender uma lâmpada. A Fig. 27-2a mostra um circuito formado por duas baterias ideais recarregáveis A e B, uma resistência R e um motor elétrico M que é capaz de levantar um objeto usando a energia que recebe dos portadores de carga do circuito. Observe que as baterias estão ligadas de tal forma que tendem a fazer as cargas circularem em sentidos opostos. O sentido da corrente é determinado pela bateria que possui a maior força eletromotriz, que, no caso, estamos supondo que seja a bateria B, de modo que a energia química da bateria B diminui com a transferência de parte da energia para os portadores de carga. Por outro lado, a energia química da bateria A aumenta, pois o sentido da corrente no interior da bateria A é do terminal positivo para o terminal negativo. Assim, a bateria B, além de fornecer energia para acionar o motor M e vencer a resistência R , também carrega a bateria A. A Fig. 27-2b mostra as três transferências de energia; todas diminuem a energia química da bateria B.

Cálculo da Corrente em um Circuito de uma Malha

Vamos discutir agora dois métodos diferentes para calcular a corrente no *circuito de uma malha* da Fig. 27-3; **um dos métodos se baseia na lei de conservação da energia, e o outro no conceito de potencial.** O circuito que vamos analisar é formado por uma fonte ideal B cuja força eletromotriz é \mathcal{E} , um resistor de resistência R e dois fios de ligação. (A menos que seja afirmado o contrário, vamos supor que os fios dos circuitos possuem resistência desprezível. Na maioria dos casos, os fios servirão apenas para transferir os portadores de corrente de um dispositivo para outro.)

Método da Energia

De acordo com a Eq. 26-27 ($P = i^2R$), em um intervalo de tempo dt , uma energia dada por $i^2R dt$ é transformada em energia térmica no resistor da Fig. 27-3. Como foi observado no Módulo 26-5, podemos dizer que essa energia é dissipada no resistor. (Como estamos supondo que a resistência dos fios é desprezível, os fios não dissipam energia.) Durante o mesmo intervalo, uma carga $dq = i dt$ atravessa a fonte B, e o trabalho realizado pela fonte sobre essa carga, de acordo com a Eq. 27-1, é dado por

$$dW = \mathcal{E} dq = \mathcal{E} i dt.$$

De acordo com a lei de conservação da energia, o trabalho realizado pela fonte (ideal) é igual à energia térmica que aparece no resistor:

$$\mathcal{E} i dt = i^2 R dt.$$

Isso nos dá

$$\mathcal{E} = iR.$$

A força eletromotriz \mathcal{E} é a energia por unidade de carga transferida da fonte para as cargas que se movem

no circuito. A grandeza iR é a energia por unidade de carga transferida das cargas móveis para o resistor e convertida em calor. Assim, essa equação mostra que a energia por unidade de carga transferida para as cargas em movimento é igual à energia por unidade de carga transferida pelas cargas em movimento. Explicitando i , obtemos

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R}. \quad (27-2)$$

Método do Potencial

Suponha que começamos em um ponto qualquer do circuito da Fig. 27-3 e nos deslocamos mentalmente ao longo do circuito em um sentido arbitrário, somando algebricamente as diferenças de potencial que encontramos no caminho. Ao voltar ao ponto de partida, teremos voltado também ao potencial inicial. Antes de prosseguir, queremos chamar a atenção para o fato de que esse raciocínio vale não só para circuitos com uma malha, como o da Fig. 27-3, mas também para uma malha fechada de um *circuito com várias malhas*, como os que serão discutidos no Módulo 27-2.



REGRA DAS MALHAS: A soma algébrica das variações de potencial encontradas ao longo de uma malha completa de um circuito é zero.

A fonte faz uma corrente atravessar o resistor, do potencial maior para o potencial menor.

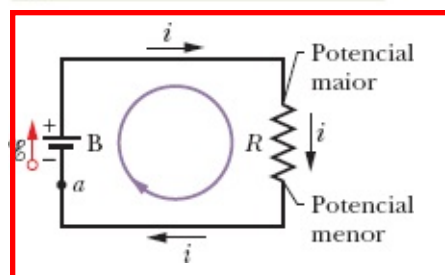


Figura 27-3 Um circuito de uma malha no qual uma resistência R está ligada aos terminais de uma fonte ideal B de força eletromotriz \mathcal{E} . A corrente resultante i é a mesma em todo o circuito.

Essa regra, também conhecida como *lei das malhas de Kirchhoff* (ou *lei das tensões de Kirchhoff*), em homenagem ao físico alemão Gustav Robert Kirchhoff, equivale a dizer que cada ponto de uma montanha possui apenas uma altitude em relação ao nível do mar. Se partimos de um ponto qualquer e voltamos ao mesmo ponto depois de passear pela montanha, a soma algébrica das mudanças de altitude durante a caminhada é necessariamente zero.

Na Fig. 27-3, vamos começar no ponto a , cujo potencial é V_a , e nos deslocar mentalmente no sentido

horário até estarmos de volta ao ponto a , anotando as mudanças de potencial que ocorrem no percurso. Nosso ponto de partida será o terminal negativo da fonte. Como a fonte é ideal, a diferença de potencial entre os terminais da fonte é \mathcal{E} . Assim, quando atravessamos a fonte, passando do terminal negativo para o terminal positivo, a variação de potencial é $+\mathcal{E}$.

Quando passamos do terminal positivo da fonte para o terminal superior do resistor, não há variação de potencial, já que a resistência do fio é desprezível. Quando atravessamos o resistor, o potencial varia de acordo com a Eq. 26-8 (que pode ser escrita na forma $V = iR$). O potencial deve diminuir, pois estamos passando do lado de potencial mais alto do resistor para o lado de potencial mais baixo. Assim, a variação de potencial é $-iR$.

Voltamos ao ponto a pelo fio que liga o terminal inferior do resistor ao terminal negativo da fonte. Uma vez que a resistência do fio é desprezível, não há variação de potencial nesse trecho do circuito. No ponto a , o potencial é novamente V_a . Como percorremos todo o circuito, o potencial inicial, depois de modificado pelas variações de potencial ocorridas ao longo do caminho, deve ser igual ao potencial final, ou seja,

$$V_a + \mathcal{E} - iR = V_a.$$

Subtraindo V_a de ambos os membros da equação, obtemos

$$\mathcal{E} - iR = 0.$$

Explicitando i nesta equação, obtemos o mesmo resultado, $i = \mathcal{E}/R$, que obtivemos usando o método da energia (Eq. 27-2).

Se aplicarmos a regra da malha a um percurso *no sentido anti-horário*, o resultado será

$$-\mathcal{E} + iR = 0$$

e mais uma vez obteremos $i = \mathcal{E}/R$. Assim, o sentido no qual percorremos o circuito para aplicar a regra das malhas é irrelevante.

Com o objetivo de facilitar o estudo de circuitos mais complexos que o da Fig. 27-3, vamos resumir o que vimos até agora em duas regras para as diferenças de potencial produzidas pelos dispositivos do circuito quando percorremos uma malha.



REGRA DAS RESISTÊNCIAS: Quando atravessamos uma resistência no sentido da corrente, a variação do potencial é $-iR$; quando atravessamos uma resistência no sentido oposto, a variação é $+iR$.

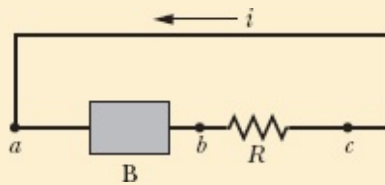


REGRA DAS FONTES: Quando atravessamos uma fonte ideal no sentido do terminal negativo para o terminal positivo, a variação do

potencial é $+\mathcal{E}$; quando atravessamos uma fonte no sentido oposto, a variação é $-\mathcal{E}$.

✓ Teste 1

A figura mostra a corrente i em um circuito formado por uma fonte B e uma resistência R (além de fios de resistência desprezível). (a) A seta que indica a força eletromotriz da fonte B deve apontar para a esquerda ou para a direita? Coloque os pontos a , b , e c na ordem decrescente (b) do valor absoluto da corrente, (c) do potencial elétrico e (d) da energia potencial elétrica dos portadores de carga.



Outros Circuitos de uma Malha

Nesta seção, vamos ampliar o circuito simples da Fig. 27-3 de duas formas.

Resistência Interna

A Fig. 27-4a mostra uma fonte real, de resistência interna r , ligada a um resistor externo de resistência R . A resistência interna da fonte é a resistência elétrica dos materiais condutores que existem no interior da fonte e, portanto, é parte integrante da fonte. Na Fig. 27-4a, porém, a fonte foi desenhada como se pudesse ser decomposta em uma fonte ideal de força eletromotriz \mathcal{E} em série com um resistor de resistência r . A ordem em que os símbolos dos dois dispositivos são desenhados é irrelevante.

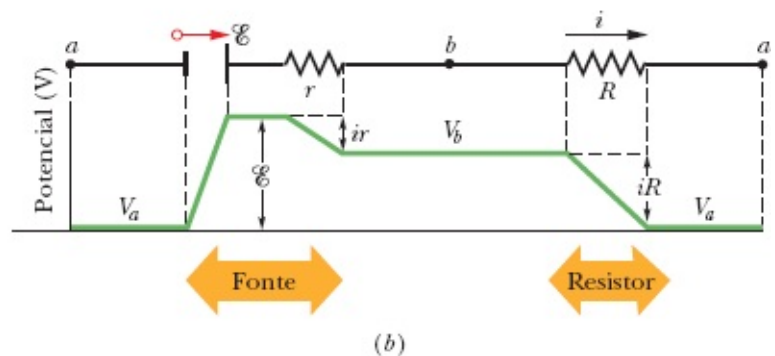
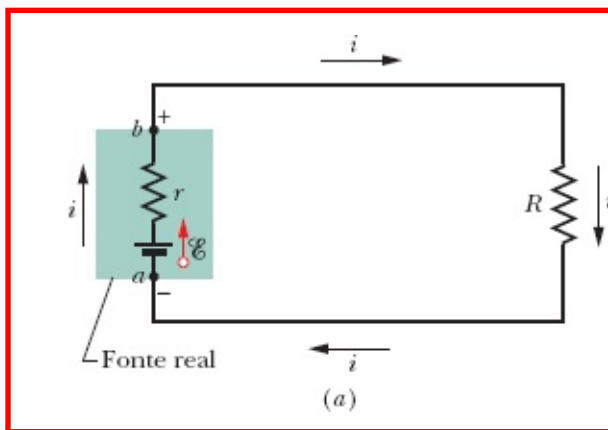


Figura 27-4 (a) Circuito de uma malha com uma fonte real de força eletromotriz \mathcal{E} e resistência interna r . (b) O mesmo circuito, representado de outra forma para mostrar as variações do potencial elétrico quando o circuito é percorrido no sentido horário a partir do ponto a . O potencial V_a foi tomado arbitrariamente como zero; os outros potenciais foram calculados em relação a V_a .

Aplicando a regra das malhas no sentido horário, a partir do ponto a , as variações do potencial nos dão

$$\mathcal{E} - ir - iR = 0.$$

(27-3)

Explicitando a corrente, obtemos

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R + r}.$$

(27-4)

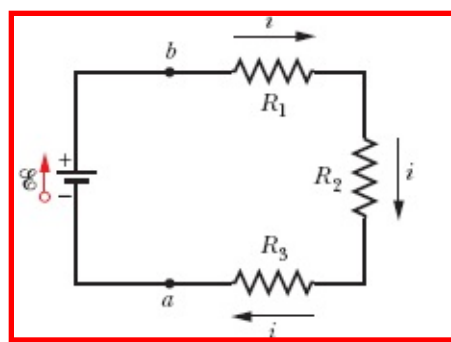
Observe que a Eq. 27-4 se reduz à Eq. 27-2 se a fonte for ideal, ou seja, se $r = 0$.

A Fig. 27-4b mostra graficamente as variações de potencial elétrico ao longo do circuito. (Para estabelecer uma ligação mais direta da Fig. 27-4b com o *circuito fechado* da Fig. 27-4a, imagine o gráfico desenhado na superfície lateral de um cilindro, com o ponto a da esquerda coincidindo com o ponto a da direita.) Percorrer o circuito é como passear em uma montanha e voltar ao ponto de partida; na chegada, você se encontra na mesma altitude em que estava quando partiu.

Neste livro, se não especificarmos uma resistência interna para a fonte ou afirmarmos que a fonte é real, estará implícito que se trata de uma fonte ideal, ou seja, que a resistência interna da fonte é tão pequena, em comparação com as outras resistências do circuito, que pode ser desprezada.

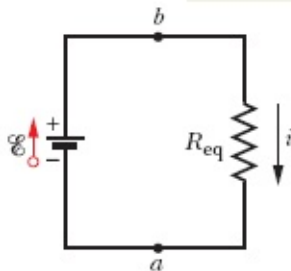
Resistências em Série

A Fig. 27-5a mostra três resistências ligadas **em série** a uma fonte ideal de força eletromotriz \mathcal{E} . Essa descrição pouco tem a ver com o modo como as resistências estão desenhadas. A expressão “em série” significa apenas que as resistências são ligadas uma após a outra e que uma diferença de potencial V é aplicada às extremidades da ligação. Na Fig. 27-5a, as resistências estão ligadas uma após a outra entre os pontos a e b , e uma diferença de potencial entre os pontos a e b é mantida por uma fonte. As diferenças de potencial entre os terminais de cada resistência produzem a mesma corrente i em todas as resistências. De modo geral,



(a)

Resistores em série e o resistor equivalente são atravessados pela mesma corrente.



(b)

Figura 27-5 (a) Três resistores ligados em série entre os pontos a e b . (b) Circuito equivalente, com os três resistores substituídos por uma resistência equivalente R_{eq} .



Quando uma diferença de potencial V é aplicada a resistências ligadas em série, a corrente i é a mesma em todas as resistências, e a soma das diferenças de potencial das resistências é igual à diferença de potencial aplicada V .

Observe que as cargas que atravessam resistências ligadas em série têm um único caminho possível. Se existe mais de um caminho, as resistências não estão ligadas em série.



Resistências ligadas em série podem ser substituídas por uma resistência equivalente R_{eq} percorrida pela mesma corrente i e com a mesma diferença de potencial *total* V que as resistências originais.

A Fig. 27-5b mostra a resistência equivalente R_{eq} das três resistências da Fig. 27-5a.

Para determinar o valor da resistência R_{eq} da Fig. 27-5b, aplicamos a regra das malhas aos dois circuitos. Na Fig. 27-5a, começando no ponto a e percorrendo o circuito no sentido horário, temos

$$\mathcal{E} - iR_1 - iR_2 - iR_3 = 0,$$

ou

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2 + R_3}.$$

(27-5)

Na Fig. 27-5b, com as três resistências substituídas por uma resistência equivalente R_{eq} , obtemos

ou

$$\begin{aligned} \mathcal{E} - iR_{\text{eq}} &= 0, \\ i &= \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{eq}}}. \end{aligned} \quad (27-6)$$

Igualando as Eqs. 27-5 e 27-6, obtemos

$$R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 + R_3.$$

A extensão para n resistores é imediata e nos dá

$$R_{\text{eq}} = \sum_{j=1}^n R_j \quad (n \text{ resistências em série}). \quad (27-7)$$

Observe que, no caso de duas ou mais resistências ligadas em série, a resistência equivalente é maior que a maior das resistências.

✓ Teste 2

Na Fig. 27-5a, se $R_1 > R_2 > R_3$, coloque as três resistências na ordem decrescente (a) da corrente que passa pelas resistências e (b) da diferença de potencial entre os terminais das resistências.

A resistência interna reduz a diferença de potencial entre os terminais de uma fonte real.

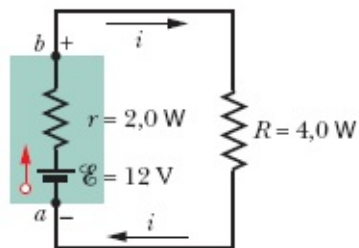


Figura 27-6 Existe uma diferença de potencial entre os pontos a e b , que são os terminais de uma fonte real.

Diferença de Potencial entre Dois Pontos

Muitas vezes, estamos interessados em determinar a diferença de potencial entre dois pontos de um circuito. Assim, por exemplo, na Fig. 27-6, qual é a diferença de potencial $V_b - V_a$ entre os pontos a e b ? Para obter a resposta, vamos começar no ponto a (cujo potencial é V_a) e nos deslocar, passando pela fonte, até o ponto b (cujo potencial é V_b), anotando as diferenças de potencial encontradas no percurso. Quando passamos pela fonte, o potencial aumenta de \mathcal{E} . Quando passamos pela resistência interna r da fonte, estamos nos movendo no sentido da corrente e, portanto, o potencial diminui de ir . A essa altura,

estamos no ponto b e temos

$$\begin{aligned} & V_a + \mathcal{E} - ir = V_b, \\ \text{ou} & V_b - V_a = \mathcal{E} - ir. \end{aligned} \quad (27-8)$$

Para calcular o valor dessa expressão, precisamos conhecer a corrente i . Observe que o circuito é o mesmo da Fig. 27-4a, para o qual, de acordo com a Eq. 27-4,

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R + r}. \quad (27-9)$$

Substituindo i pelo seu valor, dado pela Eq. 27-9, na Eq. 27-8, obtemos

$$\begin{aligned} V_b - V_a &= \mathcal{E} - \frac{\mathcal{E}}{R + r} r \\ &= \frac{\mathcal{E}}{R + r} R. \end{aligned} \quad (27-10)$$

Substituindo os valores numéricos que aparecem na Fig. 27-6, temos

$$V_b - V_a = \frac{12 \text{ V}}{4,0 \Omega + 2,0 \Omega} 4,0 \Omega = 8,0 \text{ V}. \quad (27-11)$$

Suponha que tivéssemos escolhido percorrer o circuito no sentido anti-horário, passando pelo resistor R em vez de passar pela fonte. Como, nesse caso, estaríamos nos movendo no sentido oposto ao da corrente, o potencial aumentaria de iR . Assim,

$$\begin{aligned} & V_a + iR = V_b \\ \text{ou} & V_b - V_a = iR. \end{aligned} \quad (27-12)$$

Substituindo i pelo seu valor, dado pela Eq. 27-9, obtemos mais uma vez a Eq. 27-10. Assim, substituindo os valores numéricos, obtemos o mesmo resultado, $V_b - V_a = 8,0 \text{ V}$. No caso geral,



Para determinar a diferença de potencial entre dois pontos de um circuito, começamos em um dos pontos e percorremos o circuito até o outro ponto, somando algebricamente as variações de potencial que encontramos no percurso.

Diferença de Potencial entre os Terminais de uma Fonte Real

Na Fig. 27-6, os pontos a e b estão situados nos terminais da fonte; assim, a diferença de potencial $V_b - V_a$ é a diferença de potencial entre os terminais da fonte. De acordo com a Eq. 27-8, temos

$$V = \mathcal{E} - ir. \quad (27-13)$$

De acordo com a Eq. 27-13, se a resistência interna r da fonte da Fig. 27-6 fosse zero, V seria igual à força eletromotriz \mathcal{E} da fonte, ou seja, 12 V. Como $r = 2,0 \Omega$, V é menor que \mathcal{E} . De acordo com a Eq. 27-11, $V = 8,0$ V. Observe que o resultado depende da corrente que atravessa a fonte. Se a fonte estivesse em outro circuito no qual a corrente fosse diferente, V teria outro valor.

Aterramento de um Circuito

A Fig. 27-7a mostra o mesmo circuito da Fig. 27-6, exceto pelo fato de que o ponto a está ligado diretamente à terra, o que é indicado pelo símbolo \perp . **Aterrar um circuito pode significar ligar o circuito à superfície da Terra (na verdade, ao solo úmido, que é um bom condutor de eletricidade). Neste diagrama, porém, o símbolo de terra significa apenas que o potencial é definido como zero no ponto em que se encontra o símbolo. Assim, na Fig. 27-7a, o potencial do ponto a é definido como $V_a = 0$. Nesse caso, conforme a Eq. 27-11, o potencial no ponto b é $V_b = 8,0$ V.**

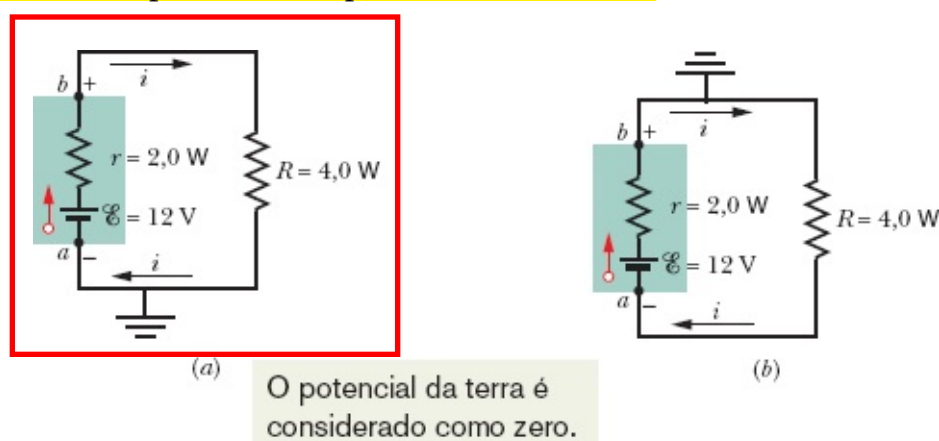


Figura 27-7 (a) O ponto a está ligado diretamente à terra. (b) O ponto b está ligado diretamente à terra.

A Fig. 27-7b mostra o mesmo circuito, exceto pelo fato de que agora é o ponto b que está ligado à terra. Assim, o potencial do ponto b é definido como $V_b = 0$; nesse caso, de acordo com a Eq. 27-11, o potencial no ponto a é $V_a = -8,0$ V.

Potência, Potencial e Força Eletromotriz

Quando uma bateria ou outro tipo de fonte de tensão realiza trabalho sobre portadores de carga para estabelecer uma corrente i , o dispositivo transfere energia de sua fonte interna de energia (energia química, no caso de uma bateria) para os portadores de carga. Como toda fonte real possui uma resistência interna r , a fonte também dissipa uma parte da energia na forma de calor (Módulo 26-5). Vamos ver agora como essas transferências estão relacionadas.

A potência P , fornecida pela fonte aos portadores de carga, é dada pela Eq. 26-26:

$$P = iV, \quad (27-14)$$

em que V é a diferença de potencial entre os terminais da fonte. De acordo com a Eq. 27-13, podemos

fazer $V = \mathcal{E} = -ir$ na Eq. 27-14 para obter

$$P = i(\mathcal{E} - ir) = i\mathcal{E} - i^2r. \quad (27-15)$$

Examinando a Eq. 27-15, reconhecemos o termo i^2r como a potência P_r dissipada no interior da fonte (Eq. 26-27) como

$$P_r = i^2r \quad (\text{potência dissipada na fonte}). \quad (27-16)$$

Nesse caso, o termo $i\mathcal{E}$ da Eq. 27-15 é a soma da potência transferida para os portadores de carga com a potência dissipada pela fonte, que pode ser chamada de P_{fonte} . Assim,

$$P_{\text{emf}} = i\mathcal{E} \quad (\text{potência fornecida pela fonte}). \quad (27-17)$$

Quando uma bateria está sendo *recarregada*, com uma corrente passando no “sentido inverso”, a transferência de energia é dos portadores de carga para a bateria; parte da energia é usada para aumentar a energia química da bateria e parte é dissipada na resistência interna r da bateria. A taxa de variação da energia química é dada pela Eq. 27-17, a taxa de dissipação é dada pela Eq. 27-16 e a taxa com a qual os portadores de carga fornecem energia é dada pela Eq. 27-14.

Teste 3

Uma fonte possui uma força eletromotriz de 12 V e uma resistência interna de 2τ . A diferença de potencial entre os terminais é menor, maior ou igual a 12 V se a corrente que atravessa a fonte (a) é do terminal negativo para o terminal positivo, (b) é do terminal positivo para o terminal negativo e (c) é zero?

Exemplo 27.01 Circuito de uma malha com duas fontes reais

As forças eletromotrizes e resistências do circuito da Fig. 27-8a têm os seguintes valores:

$$\mathcal{E}_1 = 4,4 \text{ V}, \quad \mathcal{E}_2 = 2,1 \text{ V},$$

$$r_1 = 2,3 \Omega, \quad r_2 = 1,8 \Omega, \quad R = 5,5 \Omega.$$

(a) Qual é a corrente i no circuito?

IDEIA-CHAVE

Podemos obter uma expressão para a corrente i nesse circuito de uma malha aplicando uma vez a regra das malhas, na qual somamos as variações de potencial ao longo da malha e igualamos a soma a zero.

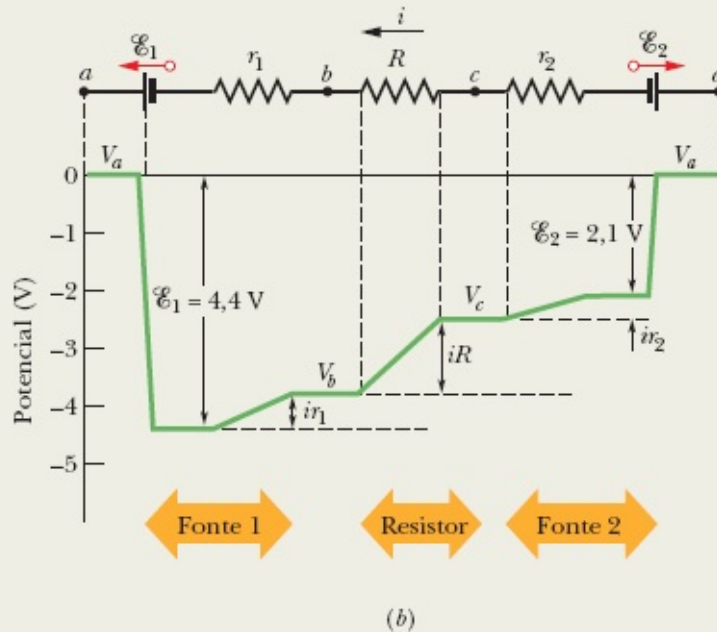
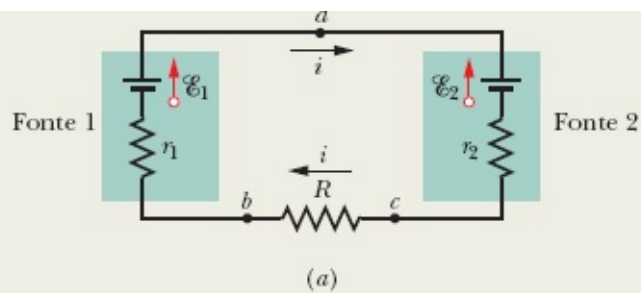


Figura 27-8 (a) Circuito de uma malha com duas fontes reais e um resistor. As fontes estão em oposição, ou seja, tendem a fazer a corrente atravessar o resistor em sentidos opostos. (b) Gráfico dos potenciais, percorrendo o circuito no sentido horário a partir do ponto a e tomando arbitrariamente o potencial do ponto a como zero. (Para estabelecer uma correlação direta da Fig. 27-8b com o circuito fechado da Fig. 27-8a, interrompa mentalmente o circuito no ponto a da Fig. 27-8a, desdobre para a esquerda a parte do circuito à esquerda de a e desdobre para a direita a parte do circuito à direita de a .)

Cálculos: Embora conhecer o sentido de i não seja necessário, podemos determiná-lo com facilidade a partir dos valores das forças eletromotrizes das duas fontes. Como \mathcal{E}_1 é maior que \mathcal{E}_2 , a fonte 1 controla o sentido de i , e a corrente tem o sentido horário. Vamos aplicar a regra das malhas percorrendo o circuito no sentido anti-horário (contra a corrente), começando no ponto a . O resultado é o seguinte:

$$-\mathcal{E}_1 + ir_1 + iR + ir_2 + \mathcal{E}_2 = 0.$$

O leitor pode verificar que a mesma equação é obtida quando aplicamos a regra das malhas no sentido horário ou começamos em outro ponto do circuito. Além disso, vale a pena comparar a equação termo a termo com a Fig. 27-8b, que mostra graficamente as

variações de potencial (com o potencial do ponto a tomado arbitrariamente como zero).

Explicitando a corrente i na equação anterior, obtemos

$$i = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R + r_1 + r_2} = \frac{4,4 \text{ V} - 2,1 \text{ V}}{5,5 \Omega + 2,3 \Omega + 1,8 \Omega} \\ = 0,2396 \text{ A} \approx 240 \text{ mA.} \quad (\text{Resposta})$$

(b) Qual é a diferença de potencial entre os terminais da fonte 1 na Fig. 27-8a?

IDEIA-CHAVE

Precisamos somar as diferenças de potencial entre os pontos a e b .

Cálculos: Vamos começar no ponto b (o terminal negativo da fonte 1) e percorrer o circuito no sentido horário até chegar ao ponto a (o terminal positivo da fonte 1), anotando as variações de potencial. O resultado é o seguinte:

$$V_b - ir_1 + \mathcal{E}_1 = V_a,$$

o que nos dá

$$V_a - V_b = -ir_1 + \mathcal{E}_1 \\ = -(0,2396 \text{ A})(2,3 \Omega) + 4,4 \text{ V} \\ = +3,84 \text{ V} \approx 3,8 \text{ V,} \quad (\text{Resposta})$$

que é menor que a força eletromotriz da fonte. O leitor pode verificar que o resultado está correto começando no ponto b da Fig. 27-8a e percorrendo o circuito no sentido anti-horário até chegar ao ponto a . Este problema chama a atenção para dois fatos: (1) A diferença de potencial entre dois pontos de um circuito não depende do caminho escolhido para ir de um ponto a outro. (2) Quando a corrente que atravessa a bateria tem o sentido “correto”, a diferença de potencial entre os terminais é menor que o valor nominal da força eletromotriz, ou seja, o valor de tensão que está escrito na bateria.

27-2 CIRCUITOS COM MAIS DE UMA MALHA

Objetivos do Aprendizado

Depois de ler este módulo, você será capaz de ...

27.17 Conhecer a regra dos nós.

27.18 Desenhar um diagrama esquemático de um circuito formado por uma fonte e três resistores em paralelo e saber distingui-lo do diagrama de um circuito formado por uma bateria e três resistores em série.

27.19 Saber que resistores em paralelo estão submetidos à mesma diferença de potencial, que também é a mesma do resistor equivalente.

27.20 Calcular a resistência do resistor equivalente de vários resistores em paralelo.

27.21 Saber que a corrente total que atravessa uma combinação de resistores em paralelo é a soma das correntes que atravessam os resistores.

27.22 No caso de um circuito com uma fonte, alguns resistores em paralelo e outros resistores em série, simplificar o circuito por partes, usando resistores equivalentes, até que a corrente na fonte possa ser determinada, e depois trabalhar no sentido inverso para calcular a corrente e a diferença de potencial de cada resistor.

27.23 Se um circuito não pode ser simplificado usando resistores equivalentes, identificar as malhas do circuito, escolher nomes e sentidos para as correntes dos ramos, escrever equações para todas as malhas usando a regra das malhas e resolver o sistema de equações resultante para obter as correntes dos ramos.

27.24 Em um circuito com fontes reais em série, substituí-las por uma única fonte ideal em série com um resistor.

27.25 Em um circuito com fontes reais em paralelo, substituí-las por uma única fonte ideal em série com um resistor.

Ideia-Chave

• Quando duas ou mais resistências estão em paralelo, elas são submetidas à mesma diferença de potencial. A resistência equivalente de uma associação em paralelo de várias resistências é dada por

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{R_j} \quad (n \text{ resistências em paralelo}).$$

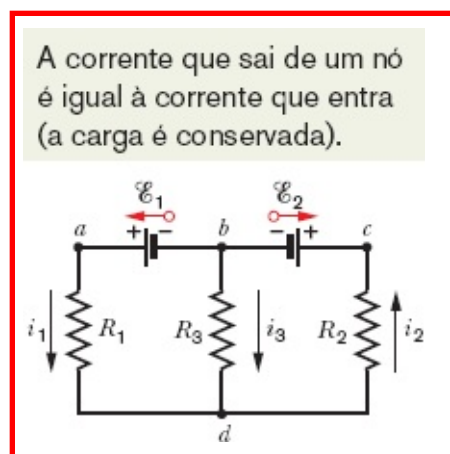


Figura 27-9 Circuito com mais de uma malha, formado por três ramos: o ramo da esquerda bad , o ramo da direita bcd e o ramo central bd . O circuito também contém três malhas: a malha da esquerda $badb$, a malha da direita $bcd b$ e a malha externa $badcb$.

Circuitos com Mais de uma Malha

A Fig. 27-9 mostra um circuito com mais de uma malha. Para simplificar a análise, vamos supor que as fontes são ideais. Existem dois nós no circuito, nos pontos b e d , e três ramos ligando os nós: o ramo da esquerda (bad), o ramo da direita (bcd) e o ramo central (bd). Quais são as correntes nos três ramos?

Vamos rotular arbitrariamente as correntes, usando um índice diferente para cada ramo. A corrente i_1 tem o mesmo valor em todos os pontos do ramo bad , i_2 tem o mesmo valor em todos os pontos do ramo bcd , e i_3 tem o mesmo valor em todos os pontos do ramo bd . Os sentidos das correntes foram escolhidos arbitrariamente.

Considere o nó d . As cargas entram no nó pelas correntes i_1 e i_3 e deixam o nó pela corrente i_2 . Como a carga total não pode mudar, a corrente total que chega tem que ser igual à corrente total que sai:

$$i_1 + i_3 = i_2.$$

(27-18)

Podemos verificar facilmente que a aplicação dessa condição ao nó b leva à mesma equação. A Eq. 27-18 sugere o seguinte princípio geral:



REGRA DOS NÓS: A soma das correntes que entram em um nó é igual à soma das correntes que saem do nó.

Essa regra também é conhecida como *lei dos nós de Kirchhoff* (ou *lei das correntes de Kirchhoff*). Trata-se simplesmente de outra forma de enunciar a lei de conservação da carga: a carga não pode ser criada nem destruída em um nó. Nossas ferramentas básicas para resolver circuitos complexos são, portanto, a *regra das malhas* (baseada na lei de conservação da energia) e a *regra dos nós* (baseada na lei da conservação da carga).

A Eq. 27-18 envolve três incógnitas. Para resolver o circuito (ou seja, para determinar o valor das três correntes), precisamos de mais duas equações independentes que envolvam as mesmas variáveis. Podemos obtê-las aplicando duas vezes a regra das malhas. No circuito da Fig. 27-9, temos três malhas: a malha da esquerda ($badb$), a malha da direita ($bcd b$) e a malha externa ($badcb$). A escolha das duas malhas é arbitrária; vamos optar pelas malhas da esquerda e da direita.

Percorrendo a malha da esquerda no sentido anti-horário a partir do ponto b , obtemos

$$\mathcal{E}_1 - i_1 R_1 + i_3 R_3 = 0. \quad (27-19)$$

Percorrendo a malha da direita no sentido anti-horário a partir do ponto b , obtemos

$$-i_3 R_3 - i_2 R_2 - \mathcal{E}_2 = 0. \quad (27-20)$$

Agora dispomos de três equações (Eqs. 27-18, 27-19 e 27-20) tendo como incógnitas as três correntes; esse sistema de equações pode ser resolvido por várias técnicas.

Se tivéssemos aplicado a regra das malhas à malha externa, teríamos obtido (percorrendo a malha no sentido anti-horário a partir do ponto b) a seguinte equação:

$$\mathcal{E}_1 - i_1 R_1 - i_2 R_2 - \mathcal{E}_2 = 0.$$

Esta equação pode parecer uma informação nova, mas é, na verdade, a soma das Eqs. 27-19 e 27-20 e, portanto, não constitui uma terceira equação independente obtida a partir da regra das malhas. (Por outro lado, poderia ser usada para resolver o problema em combinação com a Eq. 27-18 e a Eq. 27-19 ou a Eq. 27-20.)

Resistências em Paralelo

A Fig. 27-10a mostra três resistências ligadas *em paralelo* a uma fonte ideal de força eletromotriz \mathcal{E} . O

termo “em paralelo” significa que as três resistências estão ligadas entre si nas duas extremidades. Assim, todas estão sujeitas à mesma diferença de potencial aplicada pela fonte. No caso geral,



Quando uma diferença de potencial V é aplicada a resistências ligadas em paralelo, todas as resistências são submetidas à mesma diferença de potencial V .

Na Fig. 27-10a, a diferença de potencial aplicada V é mantida pela fonte. Na Fig. 27-10b, as três resistências em paralelo foram substituídas por uma resistência equivalente R_{eq} .



Resistências ligadas em paralelo podem ser substituídas por uma resistência equivalente R_{eq} com a mesma diferença de potencial V e a mesma corrente *total* i que as resistências originais.

Resistores em paralelo e o resistor equivalente estão submetidos à mesma diferença de potencial.

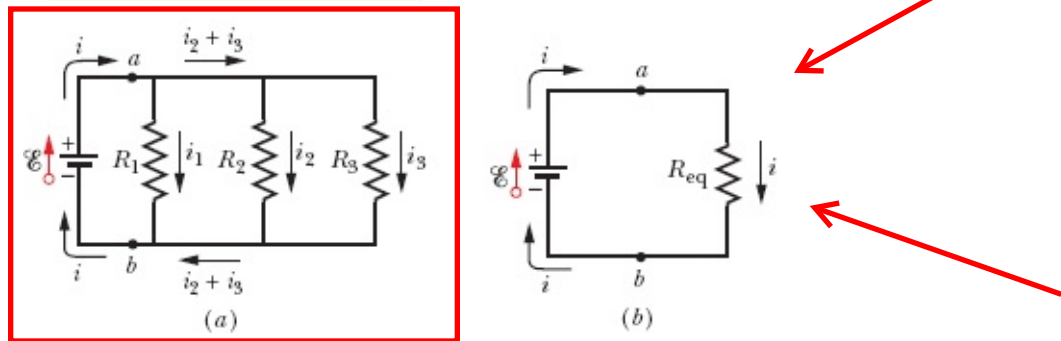


Figura 27-10 (a) Três resistores ligados em paralelo entre os pontos a e b . (b) Circuito equivalente, com os três resistores substituídos por uma resistência equivalente R_{eq} .

Para determinar o valor da resistência R_{eq} da Fig. 27-10b, escrevemos as correntes nas resistências da Fig. 27-10a na forma

$$i_1 = \frac{V}{R_1}, \quad i_2 = \frac{V}{R_2} \quad \text{e} \quad i_3 = \frac{V}{R_3},$$

em que V é a diferença de potencial entre a e b . Aplicando a regra dos nós ao ponto a da Fig. 27-10a e substituindo as correntes por seus valores, temos

$$i = i_1 + i_2 + i_3 = V \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right). \quad (27-21)$$

Quando substituirmos as resistências em paralelo pela resistência equivalente R_{eq} (Fig. 27-10b), obtemos

$$i = \frac{V}{R_{\text{eq}}}. \quad (27-22)$$

Comparando as Eqs. 27-21 e 27-22, temos

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}. \quad (27-23)$$

Generalizando esse resultado para o caso de n resistências, temos

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{R_j} \quad (n \text{ resistências em paralelo}). \quad (27-24)$$

No caso de duas resistências, a resistência equivalente é o produto das resistências dividido pela soma, ou seja,

$$R_{\text{eq}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}. \quad (27-25)$$

Note que, se duas ou mais resistências estão ligadas em paralelo, a resistência equivalente é menor que a menor das resistências. A Tabela 27-1 mostra as relações de equivalência para resistores e capacitores em série e em paralelo.

Tabela 27-1 Resistores e Capacitores em Série e em Paralelo

Em série	Em paralelo	Em série	Em paralelo
<u>Resistores</u>		<u>Capacitores</u>	
$R_{\text{eq}} = \sum_{j=1}^n R_j$ Eq. 27-7	$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{R_j}$ Eq. 27-24	$\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{C_j}$ Eq. 25-20	$C_{\text{eq}} = \sum_{j=1}^n C_j$ Eq. 25-19
A corrente é a mesma em todos os resistores	A diferença de potencial é a mesma em todos os resistores	A carga é a mesma em todos os capacitores	A diferença de potencial é a mesma em todos os capacitores

Teste 4

Uma fonte com uma diferença de potencial V entre os terminais é ligada a uma combinação de dois resistores iguais e passa a conduzir uma corrente i . Qual é a diferença de potencial e qual a corrente em um dos resistores, se os resistores estiverem ligados (a) em série e (b) em paralelo?

Exemplo 27.02 Resistores em paralelo e em série