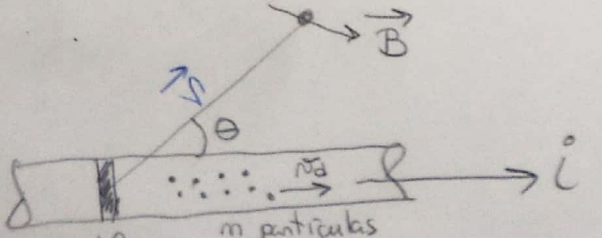
$\vec{B}$ sobre um condutor: lei de Biot-Savart



sendo:

$$\frac{\vec{F}_m}{\vec{B}} = |q| . \vec{v} \sin\theta$$

e: $\frac{\vec{F}_m}{\vec{B}} = i . l . \sin\theta$

então:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{q \cdot \vartheta}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{\vec{F_m}}{\vec{B}_{ponto}} \cdot \frac{1}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{i \cdot dl}{r^2}$$

logo

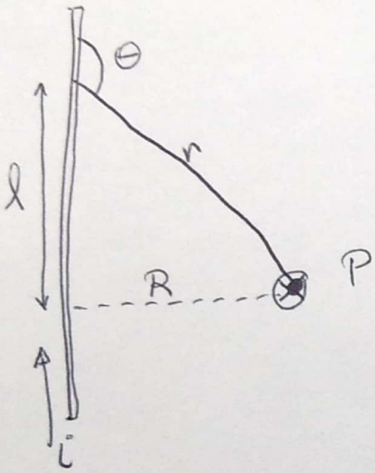
$$\boxed{d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{i \cdot dl}{r^2} \sin\theta}$$

num condutor retilíneo

$$\vec{r} = \sqrt{x^2 + y^2}$$ então $$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi r} \cdot i}$$

sendo $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{i \, dl \sin\theta}{r^2} \hat{r}$ lei de Biot Savant

$\vec{B}$ num condutor retilíneo semi-infinito



$$B = 2\int_0^{\infty} dB = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin\theta}{r^2} \, dl$$

$$r = \sqrt{l^2 + R^2}$$

$$\sin\theta = \sin(\pi - \theta) = \frac{R}{\underbrace{\sqrt{l^2+R^2}}_{r}}$$

logo

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{R}{\sqrt{l^2+R^2}} \frac{1}{(\underbrace{\sqrt{l^2+R^2}}_{r})^2} \, dl = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{R}{\left(\sqrt{l^2+R^2}\right)^3} \, dl$$

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \left[\frac{l}{(l^2+R^2)^{1/2}} \right]_0^{\infty} = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}}$$

Quando usa-se a lei de Biot-Savart?

R: Quando se quer saber o $\vec{H}_{TOTAL}$ de um condutor finito.

$$\vec{\mathcal{H}} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} = \frac{[T]}{[T].[m/A]} \quad \text{ou } wb/m^2$$

Assim

$$[A/m] \leftarrow \boxed{\vec{H} = \frac{I}{4\pi}\int_l \frac{d\vec{l} \times \hat{R}}{R^2}}$$

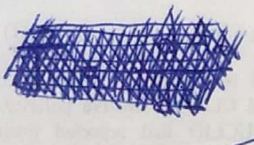
$I \rightarrow [A]$, $d\vec{l} \rightarrow [m]$, $R^2 \rightarrow m^2$

Como a lei de Biot-Savart se comporta quando se consideram Densidades de Corrente Superficial ou Volumétricas?

Densidades de corrente também são conhecidas como fontes de correntes distribuídas.

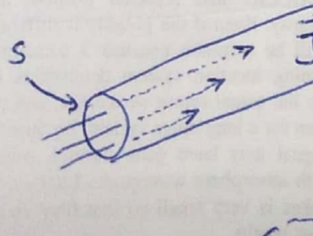
$\vec{J}$ = densidade ~~volumétrica~~ superficial de corrente $[A/m^2]$

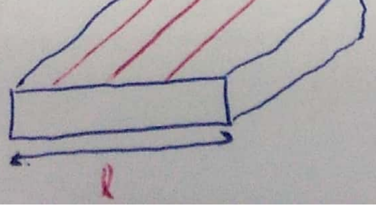
$\vec{J}_s$ = densidade ~~Superficial~~ linear de Corrente $[A/m]$



$$I = \int_s \vec{J}.ds$$

$$\boxed{\vec{J}_s = \frac{I}{d\vec{l}} \quad (A/m) \qquad \vec{J} = \frac{I}{ds} \quad (A/m^2)}$$



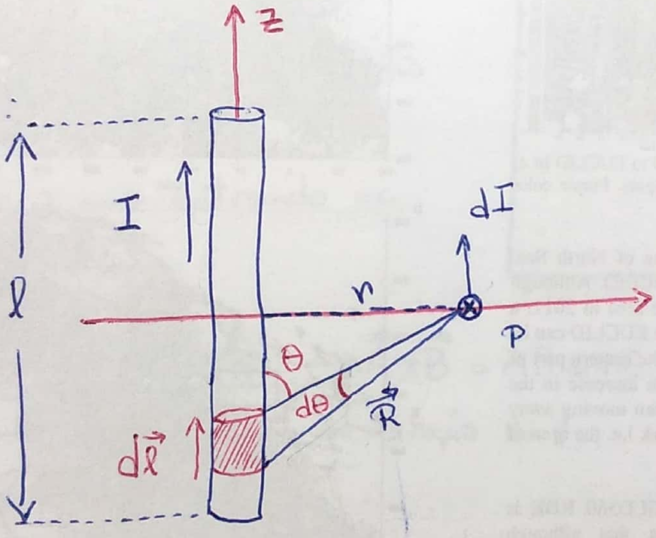


$$I = \int_l \vec{J}.dl$$

logo

$$\boxed{\vec{H} = \frac{1}{4\pi}\int_S \frac{\vec{J}_s \times \hat{R}}{R^2}\, ds \qquad \vec{H} = \frac{1}{4\pi}\int_V \frac{\vec{J} \times \hat{R}}{R^2}\, dv}$$

Onde:



Determinar a densidade de fluxo magnético $\vec{B}$ no ponto P

Usaremos a Eq. da Lei de Biot-Savart:

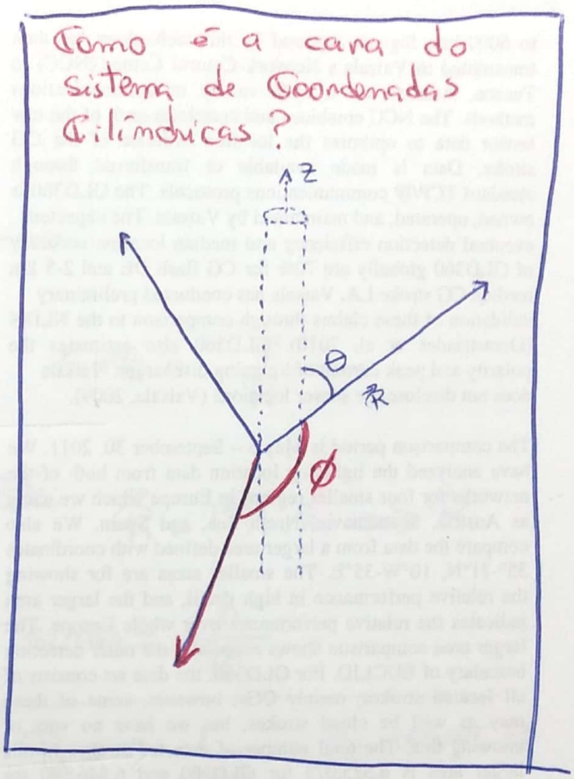
$$\vec{H} = \frac{I}{4\pi}\int_l \frac{d\vec{l} \times \hat{R}}{R^2}$$

1º $\quad d\vec{l} = dz\,\hat{z}$

$$d\vec{l} \times \hat{R} = (\hat{z} \times \hat{R})\,dz$$

$\hat{z}$ vetorial $\hat{R}$ é a projeção do eixo z na direção do vetor $\vec{R}$

resultado pela regra da mão direita → sentido anti-horário → entrando na página.



pela identidade vetorial: $\vec{A} \times \vec{B} = AB \sin\theta$, então

→ na direção de z

$$d\vec{l} \times \hat{R} = \sin\theta\, dz\, \hat{\phi}$$

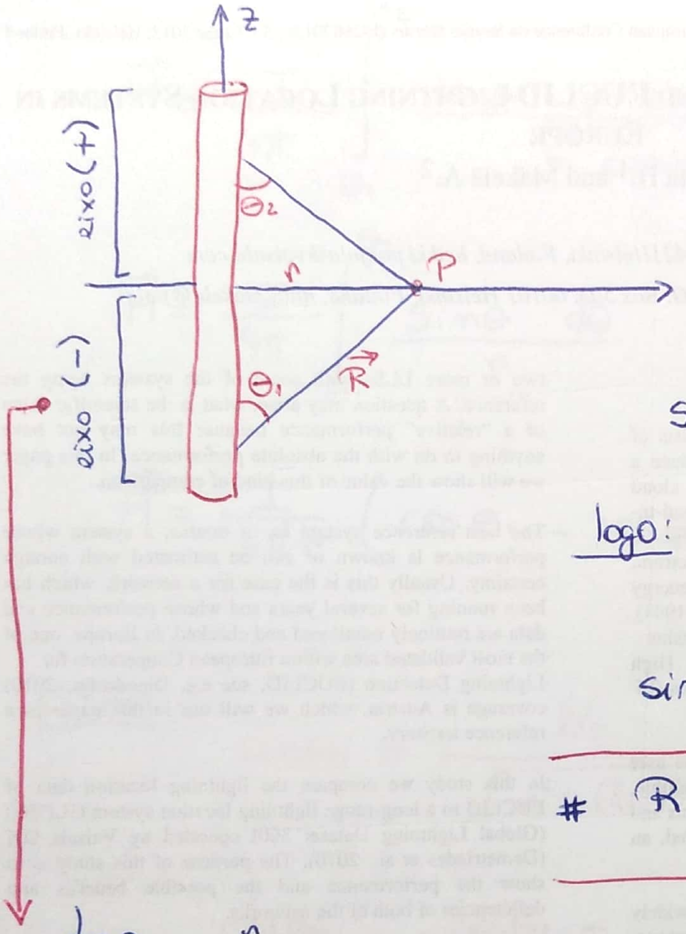
→ no sentido ϕ => entrando na página

logo

$$\vec{H} = \frac{I}{4\pi} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{d\vec{l} \times \hat{R}}{R^2}$$

$$\vec{H} = \frac{I}{4\pi} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{\sin\theta}{R^2}\, dz\, \hat{\phi}$$

Transformando as variáveis de integração



$$\sin\theta = \frac{r}{\vec{R}}$$

logo: $\vec{R} = |\vec{R}| . \hat{R} \implies R$

$$\sin\theta = \frac{r}{R}$$

$$\# \quad R = r \frac{1}{\sin\theta} = r . \text{cossec}\,\theta$$

$$-\text{tg}\,\theta = \frac{r}{z}$$

$$z = r . -\frac{1}{\text{tg}\,\theta}$$

$$\# \quad z = -r . \text{cotg}\,\theta$$

$$\frac{dz}{d\theta} = \frac{d}{d\theta}\left[-r . \text{cotg}\,\theta\right]$$

$$dz = -r\left[-\text{cossec}^2\,\theta\right] d\theta$$

$$\# \quad dz = r . \text{cossec}^2\,\theta \; d\theta$$

Scanned by CamScanner

Assim:

$$\vec{H} = \frac{I}{4\pi}\int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\sin\theta \cdot \cancel{r}^{2} \cdot \cancel{\operatorname{cossec}^2\theta}\, d\theta}{\cancel{r^2}\ \cancel{\operatorname{cossec}^2\theta}}\ \hat{\phi}$$

$$\vec{H} = \frac{I}{4\pi}\int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\sin\theta\ d\theta}{r}\ \hat{\phi}$$

$$\vec{H} = \frac{I}{4\pi r}\left(\cos\theta_1 - \cos\theta_2\right)\hat{\phi}$$

Como:

$$\cos\theta_1 = \frac{l/2}{\sqrt{r^2+(l/2)^2}}$$

$$\cos\theta_2 = -\cos\theta_1 = \frac{-l/2}{\sqrt{r^2+(l/2)^2}}$$

logo

$$\vec{B} = \mu_0 . \vec{H} = \mu_0 . \left[\frac{I}{4\pi r}\cdot\left(\frac{l/2}{\sqrt{r^2+(l/2)^2}} + \frac{l/2}{\sqrt{r^2+(l/2)^2}}\right)\right]\hat{\phi}$$

$$\vec{B} = \mu_0 . \frac{I}{4\pi r}\cdot\frac{l}{\sqrt{r^2+(l/2)^2}}\ \hat{\phi}$$

ou

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 . I}{2\pi r}\cdot\frac{l}{\sqrt{4r^2+l^2}}\ \hat{\phi}$$

Eletromagnetismo

p/ $l \gg r$ = fio infinito

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 . I}{2\pi r}\ \hat{\phi}$$

Física III

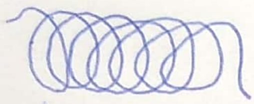
exercício Reitz 29/07/03

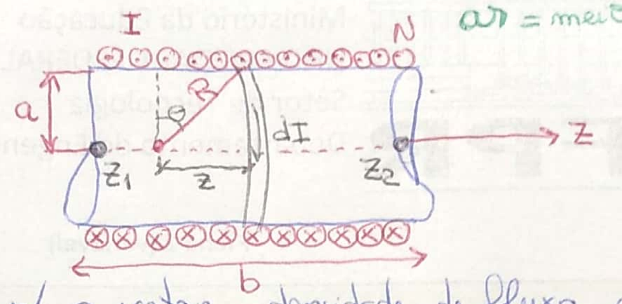
Reitz 8.20

Exemplo Complementar – Lei de Biot-Savart

J.B. Biot (1774-1862) → teoria da luz polarizada

F. Savart (1791-1841) → acústica e física experimental – vibração mecânica





solenoide – N voltas

cilíndrico não-mag.

Encontre uma expressão p/ o vetor densidade de fluxo magnético ($\vec{B}$) uma vez que $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0}$ ($\vec{B} \to$ T, $\mu_0 \to$ H/m) – ao longo do eixo do solenoide.

Solução

$$J_{sup} = \frac{NI}{l} \qquad dI = J_{sup} \cdot dz = \frac{NI\,dz}{l}$$

Usar:

$\vec{B}$ numa espira de corrente circular: $d\vec{B} = \frac{\mu_0\, dI\, a^2}{2R^3}\,\hat{a}_z$

integrando:

$$\vec{B} = \int_{z_1}^{z_2} d\vec{B} = \frac{\mu_0 N I a^2}{2l}\int_{z_1}^{z_2} \frac{1}{R^3}\,dz \quad , \quad R = \sqrt{z^2 + a^2}$$

mas: $\cos\theta = \frac{a}{R}$

então, na integral:

$$\frac{a^2\,dz}{R^3} = \cos\theta\, d\theta$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 N I}{2l}\int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos\theta\, d\theta\, \hat{a}_z \leftarrow \text{logo} \leftarrow$$

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 N I}{2l}(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)\,\hat{a}_z}$$

$\vec{B}$ ao longo do eixo de um solenoide finito

p/ solenoide ∞ → $\theta_1 = -\frac{\pi}{2}$, $\theta_2 = \frac{\pi}{2}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 N I}{l}}$ solenoide ∞

Scanned by CamScanner