Indução e Indutância

Vimos a lei de indução de Faraday: $\phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\phi_B}{dt} \qquad \mathcal{E} = -\frac{d\phi_B}{dt} \cdot N$$

Vimos a lei de Lenz:

$\boxed{\text{$i_{induzida}$ numa espira tem um sentido / o $\vec{B}$ produzido por essa $i_{ind.}$ se opõe ao $\vec{B}$ que induz a corrente.}}$

↳ Vcs farão um $\mathcal{E}$ sobre: $\vec{E}$ induzidos

Vimos que:

Capacitor ⟶ ⟶ usado p/ produzir $\vec{E}$ — tipo comum: placas // — e energia elétrica

indutor ⟶ ⟶ usado p/ produzir $\vec{B}$ — tipo comum: solenóide — ↳ armazena energia magnética

As espiras do solenóide = indutor, conduzem i $\xrightarrow{\text{produz}}$ ϕ_B na região central

Indutância: (1) $\boxed{L = \frac{N\phi_B}{i}}$ → é uma medida do enlaçamento de ϕ_B produzido pelo indutor por unidade de corrente.

ϕ_B: $[T \cdot m^2]$

i: $[A]$ ↳ cc

henry (H)

valores típicos são da ordem de
mH
μH e
mH

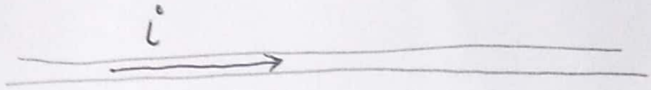
↓

tem a função de acumular energia através de um campo $\vec{B}$ e impedir variações na i.

↓

filtros de passa baixa (que excluem sinais de alta frequência)

Auto-indução



indutor

i varia então ϕ_B tbém varia.

pela lei de Faraday

$\mathcal{E}_L = \mathcal{E}_{induzida}$ aparece no indutor

Este processo é chamado de auto-indução, e a f.e.m induzida recebe o nome de f.e.m auto-induzida.

como: $N\phi_B = L.i$

mas: $\mathcal{E}_L = -\dfrac{d(N\phi_B)}{dt}$

então

f.e.m auto induzida

$$\boxed{\mathcal{E}_L = -L\left(\frac{di}{dt}\right)}$$ → qquer indutor [• bobina • solenóide • toróide] → $\mathcal{E}_L$ aparecerá sempre que i variar com o tempo.

→ ca

* (2)

Se ∃ um f.e.m. auto induzida, haverá nos terminais do indutor, tbém, uma Tensão auto-induzida que é igual a $\mathcal{E}_L$.

neste caso

* $\mathcal{E} = -L\dfrac{di}{dt}$ não faz sentido p/ correntes contínuas, mas a eq. (1), faz sentido.

$$\boxed{\mathcal{E} = V(t) = R \cdot i(t) + L\frac{di}{dt}} \quad (3)$$

↳ proveniente da lei das malhas.

Com isto podemos definir uma: Energia armazenada no $\vec{B}$ do indutor.

↳ multiplicar ambos os lados por: i

$$\mathcal{E} \cdot i = L i \frac{di}{dt} + R \cdot i^2$$

↳ taxa de energia térmica dissipada

Representa a taxa de energia fornecida ao circuito, pela fonte.

Representa a taxa $\frac{dU_B}{dt}$ com a qual a energia potencial magnética U_B é armazenada no campo $\vec{B}$.

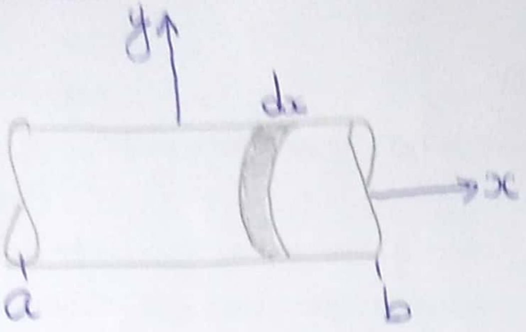
$$\frac{dU_B}{dt} = L \cdot i \cdot \frac{di}{dt}$$

$$dU_B = L \cdot i \cdot di \qquad \text{integrando}$$

$$[J] \leftarrow \boxed{U_B = \frac{L \cdot i^2}{2}} \quad (4)$$

energia magnética

Usando a lei de Biot-Savart



$\rightarrow$ n.º de espiras por unidade de comprimento.

$\rightarrow$ módulo de B no interior

fazemos: $N\phi_B = (n.\ell).(B.A)$

como: $\boxed{B = \mu_0 . i . n}$ então

$$L = \frac{N\phi_B}{i} = \frac{(n\ell).B.A}{i} = \frac{(n\ell)(\mu_0 . \cancel{i} . n).A}{\cancel{i}}$$

logo

indutância

$\rightarrow 4\pi \times 10^{-7}\ H/m = 1{,}26 \times 10^{-6}\ H/m$

$$\boxed{\frac{L}{\ell} = \mu_0\, n^2 . A} \quad (5)$$

$\rightarrow$ indutância depende só da geometria

$\rightarrow$ se $\ell \gg$ raio/solenoide, então é aceitável que: $\boxed{L = \mu_0 . n^2 . \ell . A}$

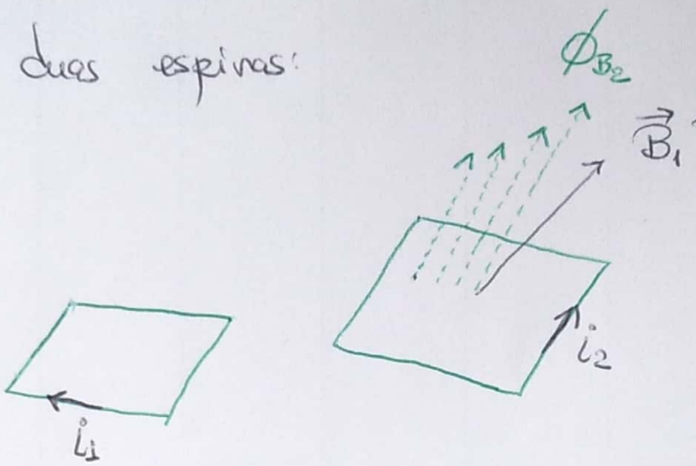
Porque?

esta equação

porque despreza a distorção das linhas de $\vec{B}$ perto das extremidades do solenoide.

indutância mútua

Considere duas espiras:



algumas linhas atravessam a espira 2. $\vec{S}_2$.

corrente lentamente variável no tempo (i_1)

logo:

$$\phi_{B2} = \iint \vec{B}_1 \cdot d\vec{S}_2$$

como: $\phi_{B2} \propto i_1$, então:

$$\phi_{B2} = L_{21}\, i_1$$

$$\boxed{L_{21} = \frac{\phi_{B2}}{i_1}} \quad (6)$$

indutância mútua (H)

$L_{21} = f$ (forma, tamanho, posição das espiras, propriedades magnéticas) da espira.

Usando a lei de Faraday na eq. (6), temos:

$$\boxed{\mathcal{E}_{ind2} = -\frac{d\phi_{B2}}{dt} = -L_{21}\frac{di_1}{dt}} \quad (7)$$

→ somente p/ correntes variáveis no tempo.

então pela reciprocidade,

$$\boxed{L_{21} = L_{12}} \quad (8)$$

Circuitos Magneticamente Acoplados

imaginemos agora, que: As duas espiras possuem autoindutâncias e indutância mútua similares, no tempo. de modo que:

$$\boxed{\begin{aligned} \mathcal{E}_{ind1} &= -L_1\frac{di_1}{dt} - L_{12}\frac{di_2}{dt} \\ \mathcal{E}_{ind2} &= -L_{21}\frac{di_1}{dt} - L_2\frac{di_2}{dt} \end{aligned}} \quad (9)$$

logo

$$\boxed{V_1 = -\mathcal{E}_{ind1} = L_1\frac{di_1}{dt} + L_{12}\frac{di_2}{dt}} \quad (10.a)$$

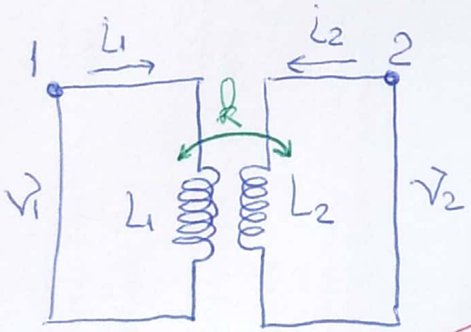
→ tensão-corrente de 2 circuitos magneticamente acoplados

$$\boxed{V_2 = -\varepsilon_{ind2} = L_{21}\frac{di_1}{dt} + L_2\frac{di_2}{dt}} \quad (10.b)$$

Ou seja.

A V entre os terminais de cada um dos circuitos é uma combinação linear de derivadas temporais das correntes em ambos os circuitos, com L_1, L_2, e $L_{12} = L_{21}$.

Exemplo:



k = coeficiente de acoplamento magnético dos indutores, definido como:

$$\boxed{k = \frac{|L_{12}|}{\sqrt{L_1 L_2}}} \quad (11) \qquad 0 \leq k \leq 1$$

fornece, portanto a informação sobre a intensidade da indutância mútua entre os circuitos