Aula 5

Radiano, Esterradiano, Densidade de Potência e Intensidade de Radiação.

Antes de mais nada, vamos relembrar os passos para a avaliação de Campos Radiados.

↓

A dedução dos campos radiados por uma fonte filamentar feito nos livros, pode ser generalizada para o caso de uma antena Arbitrária

↓

Isto é bom, já que podemos seguir os seguintes passos:

1. Determinar $\vec{A}$:

- Selecione um sistema de coordenadas, compatível com a geometria da antena.

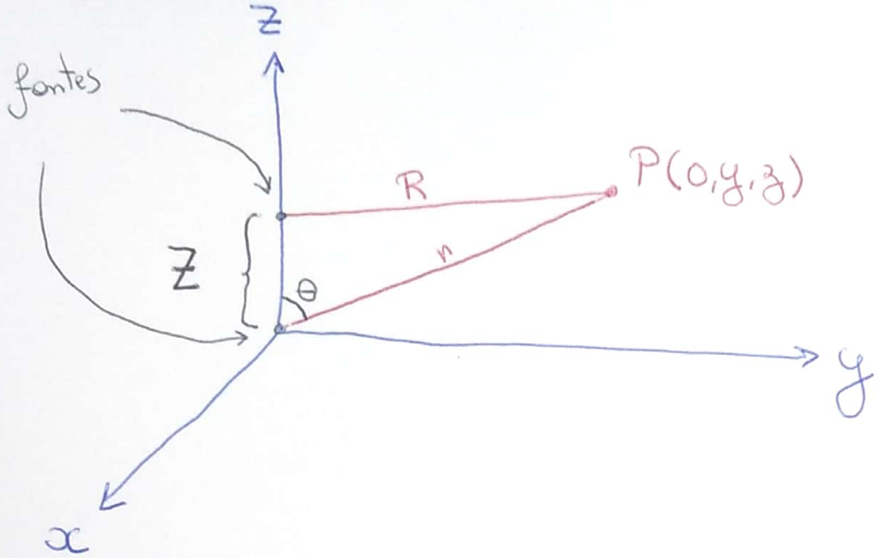
p/ fontes volumétricas

$$\boxed{\vec{A}_z = \mu \frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r} \iiint \vec{J}_z \, e^{j\beta \hat{n}\cdot\vec{r}'} \, dV \, \hat{z}}$$

p/ fontes filamentares

$$\boxed{\vec{A}_z = \mu \frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r} \int I(z) \, e^{j\beta z \cos\theta} \, dz \, \hat{z}}$$

interpretação da variável z



2. Determinar $\vec{E}$:

$$\boxed{\vec{E}_\theta = j\omega \sin\theta \; A_z \; \hat{\theta}}$$

3. Determinar $\vec{H}$:

- Na região de campo distante, as direções de $\vec{E}$ e $\vec{H}$ são perpendiculares uma à outra.
- $\vec{E}$ e $\vec{H}$ são $\perp$ à direção de propagação
- Amplitudes dos campos estão relacionadas por η.

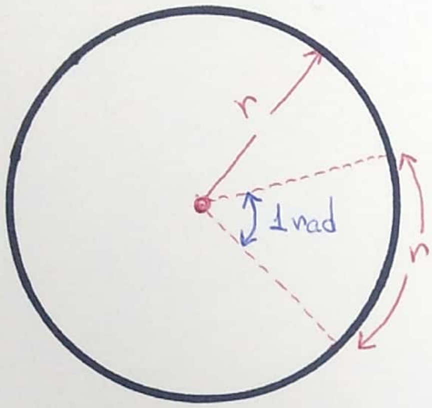
$$\vec{H} = \frac{1}{\eta} \hat{r} \times \vec{E}$$ logo

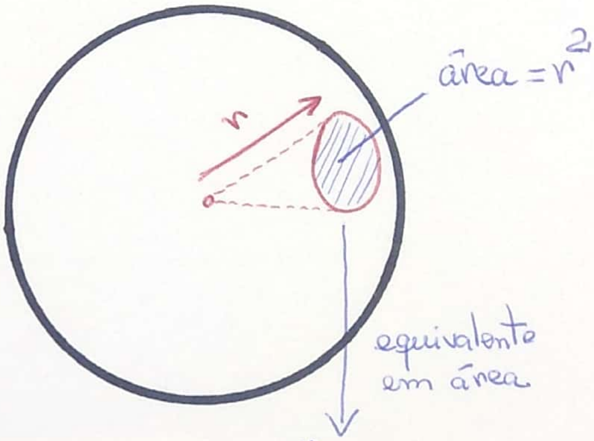
$$\boxed{H_\phi = \frac{\vec{E}_\theta}{\eta}}$$

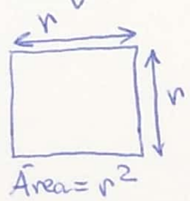
Radiano e Esterradiano

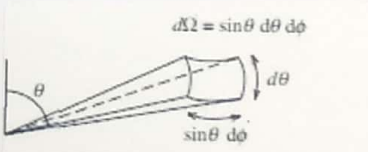
↓ medida de um ângulo **Plano**.

→ medida de um ângulo **Sólido**.









A circunferência de um círculo de raio r é $C = 2\pi r$.

como: $\frac{2\pi r}{r} = 2\pi$

Há $\boxed{2\pi \text{ radianos}}$ em um círculo completo.

A área de uma esfera de raio r é $A = 4\pi r^2$.

como: $\frac{4\pi r^2}{r^2} = 4\pi$

Há $\boxed{4\pi \text{ sr}}$ em uma esfera fechada.

Scanned by CamScanner

Uma área infinitesimal dA na superfície de uma esfera de raio r é:

$$dA_{rea} = r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi \quad (m^2)$$

Assim, o elemento de ângulo sólido $d\Omega$ de uma esfera pode ser escrito como:

$$\boxed{d\Omega = \frac{dA_{rea}}{r^2} = \sin\theta \, d\theta \, d\phi}$$

1) Densidade de Potência Radiada

A quantidade que representa a potência associada a onda eletromagnética é o

Vetor de Poynting Instantâneo

$$\mathcal{S} = \mathcal{E} \times \mathcal{H}$$

Vetor de Poynting instantâneo (W/m^2)

$\mathcal{H}$ → intensidade de campo magnético instantâneo (A/m).

$\mathcal{E}$ → intensidade de campo elétrico instantâneo (V/m).

Como o vetor de Poynting representa a densidade de potência, para calcular a potência total que atravessa uma superfície fechada, basta integrar o vetor de Poynting na superfície.

$$\mathcal{P} = \oiint_S \mathcal{S} \cdot ds = \oiint_S \mathcal{S} \cdot \hat{n} \underbrace{dA}_{\text{elemento de área da superfície fechada } (m^2)}$$

Mas... sempre precisamos de campos variantes no tempo. Neste caso, calculamos uma

Densidade Média de Potência para variações harmônicas no tempo, na forma $e^{j\omega t}$

↓

Significa que definimos os campos complexos $\vec{E}$ e $\vec{H}$

↓

que se relacionam com os campos instantâneos $\mathcal{E}$ e $\mathcal{H}$ por:

$$\mathcal{E}(x,y,z;t) = \mathrm{Re}\left[\vec{E}(x,y,z)\, e^{j\omega t}\right]$$

$$\mathcal{H}(x,y,z;t) = \mathrm{Re}\left[\vec{\mathcal{H}}(x,y,z)\, e^{j\omega t}\right]$$

Usando a identidade: $\mathrm{Re}\left[\vec{E} e^{j\omega t}\right] = \frac{1}{2}\left[\vec{E} e^{j\omega t} + \vec{E}^{*} e^{-j\omega t}\right]$

podemos, então, escrever:

$$\mathcal{S} = \mathcal{E} \times \mathcal{H} = \underbrace{\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\vec{E} \times \vec{\mathcal{H}}^{*}\right]}_{\text{O 1º termo não é função do tempo}} + \underbrace{\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\vec{E} \times \vec{\mathcal{H}}\, e^{j2\omega t}\right]}_{\text{O 2º termo têm uma variação temporal que é o dobro da frequência original.}}$$

A média temporal do vetor de Poynting
(densidade média de potência)

$$\boxed{\vec{S}(x,y,z) = \left[\mathcal{S}(x,y,z;t)\right]_{méd} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\vec{E} \times \vec{\mathcal{H}}^{*}\right]}$$

$[W/m^2]$

componentes complexas

O fator $1/2$ é porque os campos $\vec{E}$ e $\vec{\mathcal{H}}$ representam valores de pico.

↳ OBS: Este valor deve ser omitido para valores RMS.

Valor quadrático Médio é uma medida estatística da magnitude de uma quantidade variável.

Exemplo para uma equação de onda senoidal

Equação	RMS
$y = a\sin(\omega t)$	$a/\sqrt{2}$

Portanto, A densidade de potência também é referida como densidade de radiação.

Assim, a Potência Média Radiada de uma antena é escrita como:

$$\boxed{P = \oiint \vec{S} \cdot ds = \frac{1}{2} \oiint \mathrm{Re}\left(\vec{E} \times \vec{\mathcal{H}}^{*}\right) \cdot ds}$$

Scanned by CamScanner

*

Usando um radiador isotrópico*, a potência total radiada pelo radiador isotrópico.

* fonte ideal que irradia igualmente em todas as direções.

$$\boxed{P_{rad} = 4\pi r^2 \vec{S}}$$

A densidade de potência será dada por:

$$\boxed{\vec{S} = \frac{P_{rad}}{4\pi r^2} \hat{a}_r \quad (W/m^2)}$$

que é uniformemente distribuída sobre a superfície de uma esfera de raio r.

Intensidade de Radiação - (U) [W/Ω]

Definição:

"A potência radiada pela antena por unidade de ângulo sólido."

A intensidade de Radiação é um parâmetro de campo distante, e pode ser escrita como:

$$\boxed{U = r^2 S}$$

$S \rightarrow$ densidade de Radiação (W/m^2)

$r^2 \rightarrow$ distância (m^2)

Fato 1

U em (W/Ω) está relacionada ao $\vec{E}$ distante de uma antena por:

$$\boxed{U(\theta,\phi) = \frac{r^2}{2\eta}\left|\vec{E}_{(r,\theta,\phi)}\right|^2 = \frac{1}{2\eta}\left[|E_\theta|^2 + |E_\phi|^2\right]}$$

impedância intrínseca do meio.

componentes do campo elétrico distante da antena

Fato 2

A componente radial do campo elétrico (E_r), caso exista, é muito pequena na região de campo distante.

Fato 3

A potência total será:

$$\boxed{P_{rad} = \oiint_{\Omega} U \, d\Omega = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} U \sin\theta \, d\theta \, d\phi}$$

elemento de ângulo sólido = $\sin\theta \, d\theta \, d\phi$

Fato 4

Para uma fonte isotrópica

→ U independe de θ e ϕ

→ S independe de θ e ϕ

Logo

$$\boxed{P_{rad} = \oiint_{\Omega} U_0 \, d\Omega = U_0 \oiint_{\Omega} d\Omega = 4\pi U_0}$$

Onde: U_0 = intensidade de radiação de fonte isotrópica é

$$\boxed{U_0 = \frac{P_{rad}}{4\pi}}$$