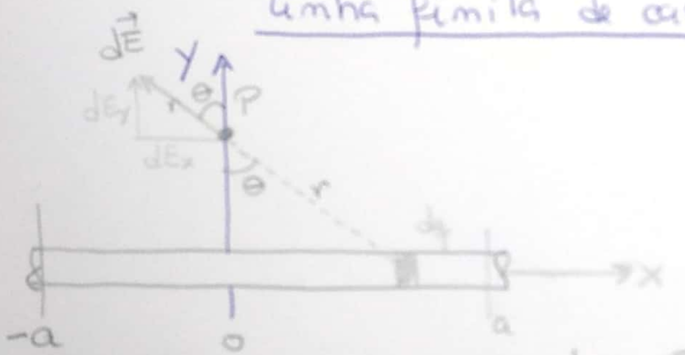
Distribuição de carga:

2 casos: linha infinita e finita

Linha infinita de carga

↳ Busque a demonstração.

Linha finita de carga



Sabemos que: $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{d^2}$ logo

$$dE = k \cdot \frac{dQ}{r^2}$$

onde: $r = \sqrt{x^2+y^2}$

Pergunta: Qual o $\vec{E}$ no ponto P?

Usamos somente a componente dE_y. Assim:

$$dE_y = k \cdot \frac{dQ}{r^2} \cos\theta$$

e

$$dQ = \lambda \cdot dx$$

Resumo

$$E_y = 2\int_0^a dE_y$$ → desta forma cobrimos todo o comprimento (extensão) da linha.

$$E_y = 2\int_0^a k\frac{dq}{r^2}\cos\theta = 2k\int_0^a \frac{\lambda . dx}{r^2}\cos\theta$$

$\cos\theta = \frac{y}{r}$, logo

$$E_y = 2k\int_0^a \frac{\lambda dx}{r^2}\cdot\frac{y}{r} = 2k\lambda . y\int_0^a \frac{dx}{(x^2+y^2)^{3/2}}$$

$$E_y = 2k\lambda . y\cdot\left[\frac{1}{y^2}\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\right]_0^a$$

$$E_y = 2k\lambda . y\cdot\frac{1}{y^2}\frac{a}{\sqrt{a^2+y^2}} = \frac{2k\lambda}{y}\cdot\frac{a}{\sqrt{a^2+y^2}}$$

qdo $a \to$ finito, temos

linha finita de carga

$$E_y = \frac{\cancel{2}.\lambda}{\cancel{4}\pi\varepsilon_0 y}\cdot\frac{a}{\sqrt{a^2+y^2}} = \boxed{\frac{\lambda a}{2\pi\varepsilon_0 y\sqrt{a^2+y^2}}}$$

qdo $a \to \infty$, o fio torna-se muito longo, com $\frac{a}{\sqrt{a^2+y^2}} \to 1$

logo,

linha ∞ de carga

$$\boxed{E_y = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{y}}\ \hat{a}_y$$

$$\hat{a} = \frac{\vec{a}}{|\vec{y}|}$$

entregar exercícios pg 44 e 45

Fazer exemplo pg 38

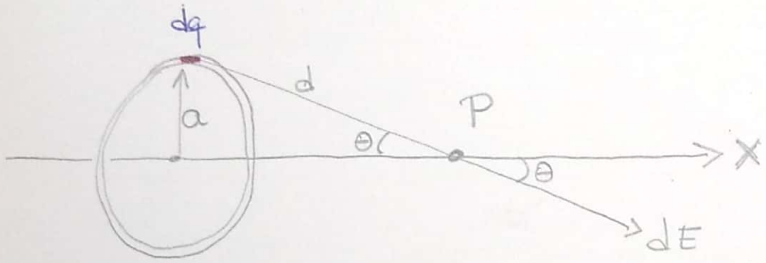
~~[illegible]~~

Fazer $\vec{E}$ numa Lâmina de cargas pg 39

Distribuição de carga num anel eletrizado

Queremos achar o $\vec{E}$ num ponto P sobre o eixo de um anel, a uma distância x do centro do anel com raio a e com elemento de carga dq

Desenhando



$$d^2 = x^2 + a^2$$

$$\cos\theta = \frac{x}{d} = \frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}}$$

logo

$$\int d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \int \frac{dq}{d^2} \cdot \cos\theta$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{dq}{d^2} \cdot \frac{x}{d}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{x}{d^3} \int dq$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{x\,Q}{(x^2+a^2)^{3/2}}}$$

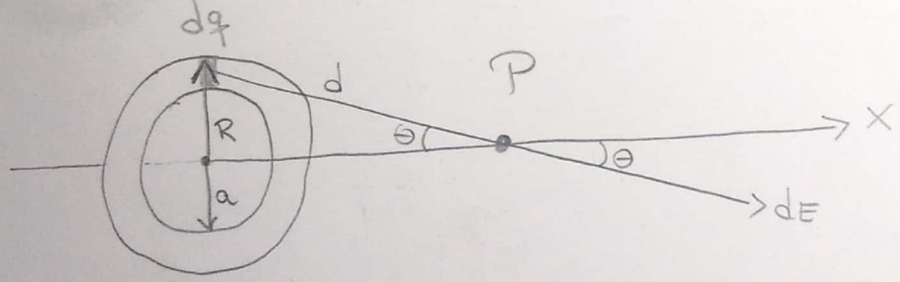
Aplicação: Considere neste anel, um raio = 0,25 m, com λ = uniforme, com carga total $Q = +5\mu C$. Quanto vale o $\vec{E}$ a uma distância $d = 0,5$ m num ponto qquer do eixo de simetria do anel?

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q \cdot x}{(a^2+x^2)^{3/2}}$$

$$\vec{E} = \frac{9\times10^9 \cdot (5\times10^{-6}\,C) \cdot (0{,}5\,m)}{\left((0{,}25\,m)^2 + (0{,}5\,m)^2\right)^{3/2}}$$

$$\vec{E} = 128.654\ N/C$$

Distribuição de carga num Disco eletrizado



Usando a equação do $\vec{E}$ de um anel. $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qx}{(x^2+a^2)^{3/2}}$

e fazendo : $dq = \sigma \cdot da$

$\hookrightarrow da = 2\pi a\, da$

anel ou disco

$$dq = 2\pi a \sigma da$$

Assim

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{x\,dq}{(x^2+a^2)^{3/2}}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{\cancel{4\pi}\varepsilon_0}\cdot\frac{x\,.\,\cancel{2\pi}a\sigma\,da}{(x^2+a^2)^{3/2}} = \frac{x\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot\int_a^R \frac{a\,da}{(x^2+a^2)^{3/2}}$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right]}$$