

- Desenhos por quadrados curvilíneos são discutidos nas páginas 50-52. Uma discussão mais avançada de métodos de solução da equação de Laplace é fornecida no Capítulo 7.
- Dekker, A. J. Ver Referências do Capítulo 5.
 - Hayt, W. H., Jr., and J. E. Kemmerly. *Engineering Circuit Analysis*. 5. ed. New York: McGraw-Hill, 1993.
 - Collin, R. E. and R. E. Plonsey. *Principles and Applications of Electromagnetic Fields*. New York: McGraw-Hill, 1961. Fornece um excelente tratamento de métodos de solução das equações de Laplace e de Poisson.
 - Smythe, W. R. *Static and Dynamic Electricity*. 3. ed. New York: McGraw-Hill, 1968. Um tratamento avançado da teoria de potencial é dado no Capítulo 4.

PROBLEMAS

6.1

Considere um cabo coaxial com raio interno a , raio externo b , comprimento unitário e preenchido com um material de constante dielétrica ϵ_r . Compare este dispositivo a um capacitor de placas paralelas, onde cada placa tem largura w e separação entre as placas igual a d , além de ser preenchido com o mesmo dielétrico e possuir comprimento unitário. Expresse a razão b/a considerando a razão d/w , de tal modo que as duas estruturas armazenem a mesma energia para uma dada tensão aplicada.

6.2

Seja $S = 100 \text{ mm}^2$, $d = 3 \text{ mm}$ e $\epsilon_r = 12$ para um capacitor de placas paralelas. (a) Calcule a capacitância. (b) Após conectar uma bateria de 6V no capacitor, calcule E , D , Q e a energia eletrostática total armazenada. (c) Com a fonte ainda conectada, o dielétrico é cuidadosamente retirado da região entre as placas. Sem dielétrico, recalcule E , D , Q e a energia armazenada no capacitor. (d) A carga e a energia encontradas na parte (c) são menores que os respectivos valores encontrados na parte (b), como você já deve ter descoberto; então, o que foi feito da carga e da energia perdidas?

6.3

Os capacitores tendem a ser mais caros à medida que suas capacitâncias e tensões máximas, V_{\max} , aumentam. A tensão V_{\max} é limitada pela intensidade do campo na qual o dielétrico se rompe*, E_{BD}^{**} . Determine qual desses dielétricos proporcionará o maior produto CV_{\max} , considerando que as placas possuem áreas iguais: (a) ar: $\epsilon_r = 1$, $E_{BD} = 3 \text{ MV/m}$; (b) titanato

*T.: Isso significa dizer que o dielétrico, mesmo que localmente, sofre o processo de ionização, ou seja, perde características isolantes e começa a conduzir.

**T.: O subscrito "BD" corresponde ao termo *dielectric break*, ou seja, a ruptura dielétrica.

separadas a uma distância de $10d$. Determine por qual fator cada uma das seguintes grandezas muda: (a) V_0 ; (b) C ; (c) E ; (d) D ; (e) Q ; (f) ρ_s ; (g) W_E .

6.5

Um capacitor de placas paralelas está preenchido com um dielétrico não uniforme caracterizado por $\epsilon_r = 2 + 2 \times 10^6 x^2$, onde x é a distância em relação a uma placa em metros. Se $S = 0,02 \text{ m}^2$ e $d = 1 \text{ mm}$, calcule C .

6.6

Repita o Problema 6.4, considerando que a bateria é desconectada antes que a separação entre as placas seja aumentada.

6.7

Seja $\epsilon_{r1} = 2,5$ para $0 < y < 1 \text{ mm}$, $\epsilon_{r2} = 4$ para $1 < y < 3 \text{ mm}$ e ϵ_{r3} para $3 < y < 5 \text{ mm}$ (região 3). Superfícies condutoras estão presentes em $y = 0$ e $y = 5 \text{ mm}$. Calcule a capacitância por metro quadrado de área da superfície se: (a) a região 3 for constituído de ar; (b) $\epsilon_{r3} = \epsilon_{r1}$; (c) $\epsilon_{r3} = \epsilon_{r2}$; (d) a região 3 for constituído de prata.

6.8

Um capacitor de placas paralelas é feito utilizando-se duas placas circulares de raio a , com a placa inferior no plano xy , centrada na origem. A placa superior está posicionada em $z = d$, com seu centro no eixo z . A placa superior está em um potencial V_0 e a placa inferior está aterrada. Um dielétrico que tem permissividade que *varia radialmente* preenche a região entre as placas. A permissividade é dada por $\epsilon(\rho) = \epsilon_0(1 + \rho^2/a^2)$. Calcule: (a) \mathbf{E} ; (b) \mathbf{D} ; (c) Q ; (d) C .

6.9

Dois cilindros condutores coaxiais de raios 2 cm e 4 cm possuem um comprimento de 1 m . A região entre os cilindros contém uma camada de dielétrico de $\rho = c$ até $\rho = d$ com $\epsilon_r = 4$. Calcule a capacitância se (a) $c = 2 \text{ cm}$, $d = 3 \text{ cm}$; (b) $d = 4 \text{ cm}$ e o volume do dielétrico for o mesmo que na parte (a).

6.10

Um cabo coaxial tem condutores de dimensões $a = 1,0 \text{ mm}$ e $b = 2,7 \text{ mm}$. O condutor interno é sustentado por espaçadores dielétricos ($\epsilon_r = 5$) na forma de arruelas. As dimensões dessas arruelas são as seguintes: furo de raio 1 mm , raio externo de $2,7 \text{ mm}$ e uma espessura de $3,0 \text{ mm}$. Os espaçadores estão localizados a cada 2 cm na parte de baixo do cabo. (a) Por qual fator os espaçadores aumentam a capacitância por unidade de comprimento? (b) Se 100 V for mantido no cabo, determine \mathbf{E} em todos os pontos.

6.11

Duas cascas condutoras esféricas possuem raios $a = 3 \text{ cm}$ e $b = 6 \text{ cm}$. O interior é um dielétrico perfeito para o qual $\epsilon_r = 8$. (a) Calcule C . (b) Remove-se uma porção do dielétrico de forma que $\epsilon_r = 1,0$, $0 < \phi < \pi/2$ e $\epsilon_r = 8$, $\pi/2 < \phi < 2\pi$. Calcule C novamente.

6.12

(a) Determine a capacitância de uma esfera condutora isolada de raio a no espaço livre (considere a existência de um condutor externo em $r \rightarrow \infty$). (b) A esfera é coberta com uma camada dielétrica de espessura d e constante dielétrica ϵ_r . Se $\epsilon_r = 3$, determine d considerando a , tal que a capacitância seja o dobro daquela da parte (a).

6.24

Um campo potencial, no espaço livre, é dado em coordenadas esféricas como

$$V(r) = \begin{cases} [\rho_0/(6\epsilon_0)] [3a^2 - r^2] & (r \leq a) \\ (a^3 \rho_0)/(3\epsilon_0 r) & (r \geq a) \end{cases}$$

onde ρ_0 e a são constantes. (a) Use a equação de Poisson para encontrar a densidade volumétrica de carga em toda a parte. (b) Determine a carga total presente.

6.25 Seja $V = 2xy^2z^3$ e $\epsilon = \epsilon_0$. Dado o ponto $P(1, 2, -1)$, calcule: (a) V em P ; (b) \mathbf{E} em P ; (c) ρ_v em P ; (d) a equação da superfície equipotencial que passa por P ; (e) a equação da linha de força que passa por P . (f) V satisfaz a equação de Laplace?

6.26 Dado o campo potencial, esfericamente simétrico, no espaço livre, $V = V_0 e^{-r/a}$, calcule: (a) ρ_v em $r = a$; (b) o campo elétrico em $r = a$; (c) a carga total.

6.27 Seja $V(x, y) = 4e^{2x} + f(x) - 3y^2$ na região do espaço livre onde $\rho_v = 0$. É sabido que ambos E_x e V são zero na origem. Encontre $f(x)$ e $V(x, y)$.

6.28 Mostre que, em um meio homogêneo de condutividade σ , o campo potencial V satisfaz a equação de Laplace, se qualquer densidade volumétrica de carga presente não variar com o tempo.

6.29 Dado o campo potencial $V = (A\rho^4 + B\rho^{-4}) \sin 4\phi$: (a) Mostre que $\nabla^2 V = 0$. (b) Selecione A e B de forma que $V = 100$ V e $|\mathbf{E}| = 500$ V/m em $P(\rho = 1, \phi = 22,5^\circ, z = 2)$.

6.30 Um capacitor de placas paralelas tem placas posicionadas em $z = 0$ e $z = d$. A região entre as placas é preenchida com um material que contém carga volumétrica de densidade uniforme ρ_0 C/m³ e tem permissividade ϵ . Ambas as placas são mantidas no potencial de terra. (a) Determine o campo potencial entre as placas. (b) Determine a intensidade de campo elétrico \mathbf{E} entre as placas. (c) Repita as partes (a) e (b) se o potencial da placa em $z = d$ for aumentado para V_0 , com a placa em $z = 0$ aterrada.

6.31 Seja $V = (\cos 2\phi)/\rho$ no espaço livre. (a) Calcule a densidade volumétrica de carga no ponto $A(0,5, 60^\circ, 1)$. (b) Encontre a densidade superficial de carga na superfície de um condutor que passa pelo ponto $B(2, 30^\circ, 1)$.

6.32 Uma carga volumétrica uniforme tem densidade constante $\rho_v = \rho_0$ C/m³ e preenche a região $r < a$, na qual a permissividade ϵ é considerada. Uma casca condutora esférica está posicionada em $r = a$ e é mantida no potencial de terra. Calcule: (a) o potencial em todos os pontos; (b) a intensidade de campo elétrico \mathbf{E} em todos os pontos.

As funções $V_1(\rho, \phi, z)$ e $V_2(\rho, \phi, z)$ satisfazem a equação de Laplace na região $0 < \rho < L$, $0 < \phi < 2\pi$, $-L < z < L$. Cada uma vale zero nas