

- (a) as componentes do campo elétrico do dipolo em todo o espaço  
(b) a diretividade da antena

**4.10.** Para o dipolo magnético infinitesimal do Exercício 4.9, determine os campos distantes quando o elemento é posicionado ao longo do

- (a) eixo  $x$ ,                      (b) eixo  $y$

**4.11.** Um dipolo elétrico infinitesimal é centrado na origem e posicionado no plano  $x$ - $y$  ao longo de uma linha reta que faz um ângulo de  $45^\circ$  com o eixo  $x$ . Determine os campos elétrico e magnético distantes radiados. A resposta deve ser uma função das coordenadas esféricas.

**4.12.** Repita o Exercício 4.11 para um dipolo magnético infinitesimal.

**4.13.** Deduza (4-10a)–(4-10c) usando (4-8a)–(4-9).

**4.14.** Calcule a potência radiada de (4-16) escrevendo a densidade média de potência, usando (4-26a)–(4-26c), e integrando-a ao longo da superfície de uma esfera de raio  $r$ .

**4.15.** Determine os campos distantes de um dipolo elétrico infinitesimal, de comprimento  $l$  e corrente constante  $I_0$ , usando (4-4) e o procedimento apresentado na Seção 3.6. Compare os resultados com (4-26a)–(4-26c).

**4.16.** Calcule o quinto termo de (4-41).

4.17. Para uma antena de máxima dimensão linear  $D$ , determine as fronteiras interna e externa da região de Fresnel, de modo que o máximo erro de fase não exceda

- (a)  $\pi/16$  rad (b)  $\pi/4$  rad (c)  $18^\circ$  (d)  $15^\circ$

4.18. As fronteiras das regiões de campo distante (região de Fraunhofer) e de Fresnel foram selecionadas com base em um máximo erro de fase de  $22,5^\circ$ , que ocorre, respectivamente, nas direções de  $90^\circ$  e  $54,74^\circ$  em relação ao eixo ao longo da maior dimensão da antena. Para uma antena com comprimento de máximo  $5\lambda$ , que valores terão estes erros máximos de fase na direção que faz um ângulo de  $30^\circ$  em relação ao eixo ao longo do comprimento da antena? Admita que, em cada caso, o erro de fase é totalmente devido ao termo de maior ordem, sendo desprezado na expansão da distância entre a fonte e o ponto de observação em uma série infinita.

4.19. A distribuição de corrente em uma longa antena filamental terminada e casada (antena de onda viajante), de comprimento  $l$ , posicionada ao longo do eixo  $z$  e alimentada por uma extremidade, é dada por

$$\mathbf{I} = \hat{\mathbf{a}}_z I_0 e^{-jkz'}, \quad 0 \leq z' \leq l$$

onde  $I_0$  é uma constante. Deduza expressões para

- (a) as componentes esféricas dos campos elétrico e magnético distantes  
(b) a densidade de potência radiada.

4.20. Uma fonte filamental de comprimento infinito e corrente constante  $I_0$  é posicionada ao longo do eixo  $z$ . Determine

- (a) o potencial vetorial  $\mathbf{A}$   
(b) as componentes cilíndricas dos campos  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{H}$  radiados

Sugestão: 
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-j\beta\sqrt{b^2+t^2}}}{\sqrt{b^2+t^2}} dt = -j\pi H_0^{(2)}(\beta b)$$

onde  $H_0^{(2)}(\alpha x)$  é a função de Hankel de segunda espécie e ordem zero.

4.21. Mostre que (4-67) se reduz a (4-68) e (4-88) a (4-89).

4.22. Um dipolo filamental fino de comprimento  $l$  é posicionado simetricamente em relação ao eixo  $z$ . Determine as componentes dos campos elétrico e magnético distantes radiados pelo dipolo cuja distribuição de corrente pode ser aproximada por

(a) 
$$I_z(z') = \begin{cases} I_0 \left(1 + \frac{2}{l}z'\right), & -l/2 \leq z' \leq 0 \\ I_0 \left(1 - \frac{2}{l}z'\right), & 0 \leq z' \leq l/2 \end{cases}$$

(b) 
$$I_z(z') = I_0 \cos\left(\frac{\pi}{l}z'\right), \quad -l/2 \leq z' \leq l/2$$

(c) 
$$I_z(z') = I_0 \cos^2\left(\frac{\pi}{l}z'\right), \quad -l/2 \leq z' \leq l/2$$

4.23. Um dipolo elétrico de comprimento  $l$  alimentado pelo centro é conectado a uma linha de transmissão balanceada e sem perdas, cuja impedância característica é 50 ohms. Presumindo que o dipolo seja ressonante no comprimento dado, determine a TOE de entrada quando

- (a)  $l = \lambda/4$  (b)  $l = \lambda/2$  (c)  $l = 3\lambda/4$  (d)  $l = \lambda$ .

4.24. Use as equações deste livro ou o programa de computador deste capítulo para determinar a eficiência de radiação de dipolos elétricos filamentosos, ressonantes, de comprimento

- (a)  $l = \lambda/50$  (b)  $l = \lambda/4$  (c)  $l = \lambda/2$  (d)  $l = \lambda$ .

Suponha que cada dipolo seja feito de cobre [ $\sigma = 5,7 \times 10^7$  S/m], tenha um raio de  $10^{-4}\lambda$  e opere em  $f = 10$  MHz. Use o programa de computador deste capítulo para determinar as resistências de radiação.

$$\rightarrow R = \gamma/4$$

4.25. Escreva os campos elétrico e magnético distantes radiados por um dipolo magnético de comprimento  $l = \lambda/2$  alinhado ao longo do eixo  $z$ . Admita uma corrente magnética senoidal de valor máximo  $I_m$ .

4.26. Um dipolo ressonante alimentado pelo centro é conectado a uma linha de transmissão de 50 ohms. Deseja-se que a TOE de entrada seja mantida igual a 2.

- (a) Qual deve ser a maior resistência de entrada do dipolo para manter a TOE = 2?  
(b) Qual deve ser o comprimento do dipolo (em comprimentos de onda) para atender a especificação?  
(c) Qual é a resistência de radiação do dipolo?

4.27. O campo radiado por uma determinada antena é dado por

$$\mathbf{E} = \hat{\mathbf{a}}_\theta j\omega\mu k \sin\theta \frac{I_0 A_1 e^{-jkr}}{4\pi r} + \hat{\mathbf{a}}_\phi \omega\mu \sin\theta \frac{I_0 A_2 e^{-jkr}}{2\pi r}$$

Os valores de  $A_1$  e  $A_2$  dependem da geometria da antena. Obtenha uma expressão para a resistência de radiação. Qual é a polarização da antena?

4.28. Para um dipolo de  $\lambda/2$  posicionado simetricamente ao longo do eixo  $z$ , determine

- (a) o comprimento vetorial equivalente  
(b) o valor máximo (magnitude) do comprimento vetorial equivalente  
(c) a razão (em porcentagem) entre o valor máximo (magnitude) do comprimento vetorial equivalente e seu comprimento total  
(d) a tensão máxima de circuito aberto quando uma onda plana uniforme de campo elétrico igual a

$$\mathbf{E}^i|_{\theta=90^\circ} = -\hat{\mathbf{a}}_\theta 10^{-3} \text{ volts/comprimento de onda}$$

incide no dipolo, perpendicularmente a seu comprimento.

4.29. Uma estação-base de um sistema de comunicação celular utiliza conjuntos de dipolos de  $\lambda/2$  como antenas de transmissão e recepção. Presumindo que nenhum elemento *tem perdas* e que a *potência de entrada* de cada um dos dipolos de  $\lambda/2$  é de 1 watt, determine, na frequência de 1.900 MHz e a uma distância de 5 km, o valor máximo da

- (a) intensidade de radiação – *especifique as unidades*  
(b) densidade de radiação (*em watts/m<sup>2</sup>*)

para cada dipolo de  $\lambda/2$ . Isto determina o nível de segurança para a exposição de pessoas à radiação eletromagnética.

4.30. Um dipolo de  $\lambda/2$ , situado com seu ponto médio na origem do sistema de coordenadas, radia uma potência média temporal de 600 W a uma frequência de 300 MHz. Um segundo dipolo de

$\lambda/2$  é posicionado com seu centro no ponto  $P(r, \theta, \phi)$ , onde  $r = 200$  m,  $\theta = 90^\circ$ ,  $\phi = 40^\circ$ . Este dipolo é orientado de modo que seu eixo seja paralelo ao da antena transmissora. Qual é a potência disponível nos terminais do segundo dipolo (receptor)?

**4.31.** Um dipolo de meia onda radia no espaço livre. O sistema de coordenadas é definido de modo que sua origem coincida com o ponto médio do dipolo e o eixo  $z$  seja alinhado com o dipolo. A potência de entrada no dipolo é de 100 W. Assumindo uma eficiência total de 50%, determine a densidade de potência (em  $W/m^2$ ) em  $r = 500$  m,  $\theta = 60^\circ$ ,  $\phi = 0^\circ$ .

**4.32.** Um dipolo curto, com comprimento de  $l = \lambda/20$  e raio  $a = \lambda/400$ , é alimentado simetricamente e usado como antena de comunicação na parte inferior da faixa VHF ( $f = 30$  MHz). A antena é feita de condutor elétrico perfeito (CEP). A reatância de entrada do dipolo é dada por

$$X_{in} = -j120 \frac{[\ln(l/2a) - 1]}{\tan\left(\frac{\pi l}{\lambda}\right)}$$

Determine o seguinte:

- (a) A impedância de entrada da antena. *Especifique se a impedância é indutiva ou capacitiva.*
- (b) A eficiência de radiação (em porcentagem).
- (c) O capacitor (em farads) ou indutor (em henrys) que deve ser conectado em série com o dipolo no ponto de alimentação de modo que o elemento seja ressonante. *Especifique que elemento deve ser usado e o seu valor.*

**4.33.** Um dipolo de meio comprimento de onda ( $l = \lambda/2$ ) é conectado a uma linha de transmissão com impedância característica de 75 ohms. Determine o seguinte:

- (a) Coeficiente de reflexão. Magnitude e fase (em graus).
- (b) TOE.

Agora é desejado ressonar o dipolo usando em série um indutor

- (b) A capacitância total (em henrys) que deve ser conectada em seus terminais. *Desenhe o diagrama a abaixo.*
- (c) As duas capacitâncias (em henrys) individuais necessárias para balancear o sistema balanceado. *Desenhe o diagrama do braço do dipolo (ver Fig. 4.32).*
- (d) A TOE após o elemento indutor(es).

**4.35.** A impedância de entrada (em ohms) dos terminais de entrada (pontos médios do dipolo), é igual à impedância do dipolo não tem perdas

- (a) a impedância de entrada dos terminais de entrada nos pontos do dipolo é o mesmo
- (b) a reatância capacitiva deve ser conectada através dos novos terminais de modo que o dipolo seja ressonante
- (c) a TOE nos novos terminais é ressonante da parte de “dois fios” de 2

**4.36.** Um dipolo filamentar é alimentado em uma frequência com uma impedância de entrada indutiva que deve ser conectada em série com os terminais de entrada para tornar o sistema ressonante (torne a impedância do dipolo ressonante conectado a uma linha de transmissão).

**4.37.** O campo radiado por um dipolo curto posicionado paralelo

(a) Quando A está transmitindo, seu campo E radiado distante é expresso por

$$\mathbf{E}_a(z) = E_0 \frac{e^{-jkz}}{4\pi z} \left( \frac{\hat{\mathbf{a}}_x + j\hat{\mathbf{a}}_y}{\sqrt{2}} \right) \quad \text{V/m}$$

(b) Quando A está recebendo uma onda plana incidente dada por

$$\mathbf{E}_1(z) = \hat{\mathbf{a}}_y e^{jkz} \quad \text{V/m}$$

sua tensão de circuito aberto é  $V_1 = 4e^{j20^\circ}$  V.

Se usarmos a mesma antena para receber uma segunda onda plana incidente dada por

$$\mathbf{E}_2(z) = 10(2\hat{\mathbf{a}}_x + \hat{\mathbf{a}}_y e^{j30^\circ}) e^{jkz} \quad \text{V/m}$$

determine sua tensão de circuito aberto recebida  $V_2$ .

**4.39.** Um dipolo com 3 cm de comprimento conduz um fasor de corrente  $I_0 = 10e^{j60}$  A. Admitindo que  $\lambda = 5$  cm, determine os campos E e H a uma distância de 10 cm do dipolo e a um ângulo  $\theta = 45^\circ$ .

**4.40.** A resistência de radiação de um dipolo elétrico filamental fino e sem perdas, com comprimento  $l = 0,60\lambda$ , é 120 ohms. Qual é a resistência de entrada?

**4.41.** Um dipolo de  $3\lambda/4$ , sem perdas e alimentado pelo centro e radiando no espaço livre, é conectado a uma linha de transmissão balanceada e sem perdas cuja impedância característica é de 300 ohms. Calcule

- a resistência de radiação (referida ao máximo de corrente)
- a impedância de entrada (referida aos terminais de entrada)
- a TOE na linha de transmissão.

Para as partes (a) e (b), use o programa de computador indicado no fim do capítulo.

**4.42.** Repita o Exercício 4.41 para um dipolo de  $5\lambda/8$  alimentado pelo centro.

**4.43.** Uma antena dipolo, com distribuição triangular de corrente, é usada em comunicações submarinas em uma

**4.44.** Uma onda plana negativa dada por

$$\mathbf{E}_w = (2\hat{\mathbf{a}}_x - j\hat{\mathbf{a}}_y) e^{+jkz} \quad \text{V/m}$$



incide sobre uma antena com dois dipolos idênticos, outro ao longo do eixo  $x$  com amplitude. O dipolo direcionado com um avanço de fase ao longo do eixo  $x$ .

- Escreva uma expressão para o campo da onda incidente.
- Escreva uma expressão para o campo da antena receptora.
- Para a onda incidente:
  - Polarização (linha)
  - Sentido de rotação
- Para a antena receptora:
  - Polarização (linha)
  - Sentido de rotação
- Determine o fator de ganho (em dB) entre a onda incidente e a onda receptora.

**4.45.** Um dipolo de comprimento  $l$  está posicionado simetricamente em relação ao eixo  $x$  com coordenadas  $(0, 0, z)$  e ao longo do eixo  $x$ . Uma onda plana uniforme com amplitude  $E_0$  incide ao longo do eixo  $x$  no sentido negativo. A onda plana incidente tem uma polarização elétrica  $\mathbf{E}_i$  e um campo magnético  $\mathbf{H}_i$  que são dados por

$$\mathbf{E}_i = E_0 \hat{\mathbf{a}}_y e^{jkz}$$

onde  $E_0$  é uma constante.

- A polarização da onda incidente é  $\hat{\mathbf{a}}_y$  e o sentido de rotação é

“Folded Loop Antenna for Mobile and Personal Communication Systems,” 1996 IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium, Baltimore, MD, July 21–26, 1996, pp. 1582–1585.

39. C. A. Balanis, K. D. Katsibas, P. A. Tirkas, and C. R. Birtcher, “Loop Antenna for Mobile and Personal Communication Systems,” IEEE International Vehicular Technology Conference (IEEE VTC '97), Phoenix, AZ, May 5–7, 1997.

40. K. D. Katsibas, C. A. Balanis, P. A. Tirkas, and C. R. Birtcher, “Folded Loop Antenna for Mobile Handheld Units,” *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 46, No. 2, February 1998, pp. 260–266.

## EXERCÍCIOS

### 5.1 Deduza

- (a) (5-18a)–(5-18c) usando (5-17) e (3-2a)
- (b) (5-19a)–(5-19b) usando (5-18a) e (5-18c)

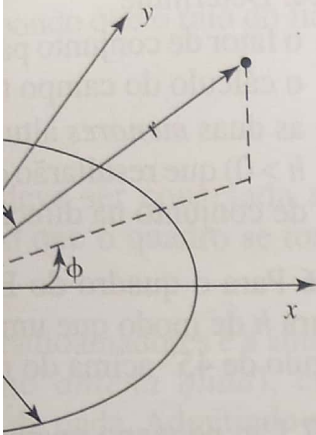
**5.2** Escreva os campos de um dipolo magnético filamental infinitesimal de corrente constante  $I_m$ , comprimento  $l$ , posicionado ao longo do eixo  $z$ . Use os campos de um dipolo elétrico filamental infinitesimal, (4-8a)–(4-10c), e aplique o princípio da dualidade. Compare as expressões com (5-20a)–(5-20d).

**5.3** Um quadro circular, com raio de quadro  $\lambda/30$  e raio do fio  $\lambda/1000$ , é usado como antena transmissora/receptora em um sistema de radiocomunicação portátil em 10 MHz. O fio do quadro é de cobre, com uma condutividade de  $5,7 \times 10^7$  S/m. Admitindo que a antena radia no espaço livre, determine

- (a) a resistência de radiação do quadro;
- (b) a resistência de perda do quadro (*suponha que seu valor seria o mesmo se o fio fosse reto*);
- (c) a resistência de entrada;
- (d) a impedância de entrada;
- (e) eficiência de radiação.

**5.4** Um quadro circular pequeno com distribuição uniforme de corrente, com diagrama omnidirecional clássico, é usado como antena receptora. Determine a máxima diretividade (*adimensional* e em dB) usando:

- (a) O método exato.
- (b) Um método aproximado que seja apropriado para se obter este diagrama. Especifique o método usado.
- (c) Um outro método aproximado que seja apropriado para se obter este diagrama.



**5.12** Um quadro ressonante de seis espiras com pequeno espaçamento opera em 50 MHz. O quadro, de raio  $\lambda/30$ , é conectado a uma linha de transmissão de 50 ohms. O fio tem raio  $\lambda/300$  e condutividade  $\sigma = 5,7 \times 10^7$  S/m; o espaçamento entre espiras é  $\lambda/100$ . Determine

- (a) a diretividade da antenna (em dB)
- (b) a eficiência de radiação levando em consideração efeitos da proximidade das espiras
- (c) a eficiência de reflexão
- (d) o ganho da antenna (em dB)

**5.13** Determine a eficiência de radiação (em porcentagem) de uma antenna de quadro circular de oito espiras operando em 30 MHz. O raio de cada espira é  $a = 15$  cm, o raio do fio é  $b = 1$  mm e o espaçamento entre espiras é  $2c = 3,6$  mm. Assuma que o fio é de cobre ( $\sigma = 5,7 \times 10^7$  S/m) e que a antenna radia no espaço livre. Leve os efeitos de proximidade em consideração.

**5.14** Um quadro circular muito pequeno de raio  $a$  ( $a < \lambda/6\pi$ ) e corrente constante  $I_0$  é posicionado simetricamente em relação à origem do sistema de coordenadas em  $x = 0$  e com o plano de sua área paralelo ao plano  $y-z$ . Determine

- (a) as componentes esféricas dos campos  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{H}$  radiados pelo quadro na região de campo distante
- (b) a diretividade da antenna

**5.15** Repita o Exercício 5.14 quando o plano do quadro é paralelo ao plano  $x-z$  em  $y = 0$ .

**5.16** Usando o programa de computador deste capítulo, calcule a resistência de radiação e a diretividade de um quadro circular de corrente constante e raio

- (a)  $a = \lambda/50$    (b)  $a = \lambda/10$    (c)  $a = \lambda/4$    (d)  $a = \lambda/2$

**5.17** Um quadro circular de corrente constante e raio  $a = 5\lambda/4$  é posicionado no plano  $x-y$ . Determine os dois menores ângulos (excluindo  $\theta = 0^\circ$ ) em que há um nulo no diagrama de campo distante. Sabendo que:  $ka \sin \theta_n = 0, 3.84, 7.01, 10.19, \dots$

**5.18** Projete um quadro circular de corrente constante tal que sua intensidade de campo se anule somente em  $\theta = 0^\circ$  ( $\theta = 180^\circ$ ) e  $90^\circ$ . Determine

- (a) o raio do quadro
- (b) a resistência de radiação
- (c) a diretividade

qdo:  $J_2(ka) = 0 \Rightarrow ka = 0$   
qdo  $J_1(ka \sin 30^\circ) \Rightarrow$   
 $ka = 3.84$

5.26 Para o quadro do Exercício 5.22(a), determine a menor altura  $h$  de modo que um nulo seja formado no plano  $y-z$  a um ângulo de  $45^\circ$  acima do plano de terra.

5.27 Um pequeno quadro circular de uma espira de raio  $a = 0,05\lambda$  opera em 300 MHz. Assumindo que o raio do fio é  $10^{-4}\lambda$ , determine a

- (a) resistência de perdas
- (b) resistência de radiação
- (c) indutância do quadro

Mostre que a reatância indutiva do quadro é muito maior que as resistências de perdas e de radiação, indicando que um quadro pequeno funciona principalmente como um indutor.

5.28 Determine a resistência de radiação de um pequeno quadro de uma espira, supondo que a forma geométrica do quadro é

- (a) retangular, com dimensões  $a$  e  $b$  ( $a, b \ll \lambda$ )
- (b) elíptica, com eixo maior  $a$  e eixo menor  $b$  ( $a, b \ll \lambda$ )

5.29 Um pequeno quadro circular de uma espira é usado como elemento radiante para um sistema de comunicação de VHF ( $f = 100$  MHz). O quadro é construído de um fio condutor elétrico perfeito. A circunferência do quadro é  $C = \lambda/20$ , enquanto o raio do fio é  $\lambda/400$ . Usando  $\sigma = 5,7 \times 10^7$  S/m, determine a

- (a) resistência do fio para uma única espira.
- (b) reatância de entrada do quadro. *Esta é indutiva ou capacitiva? Seja específico.*

(c) indutância (*em henrys*) ou capacitância (*em farads*) que pode ser conectada *em série* com o quadro no terminal de alimentação para ressoar a antena em  $f = 100$  MHz; escolha o elemento que permitirá atingir o objetivo desejado.

5.30 Mostre que a resistência de radiação para o quadro retangular é representada por

$$R_r = 31.171 \left( \frac{a^2 b^2}{\lambda^4} \right)$$