Ondas em Linhas de Transmissão

Prof. César Augusto Dartora - UFPR

E-mail: cadartora@eletrica.ufpr.br

Curitiba-PR

Roteiro da Aula:

- Conceitos Fundamentais sobre Guias de Ondas e Linhas de Transmissão

- Análise das Linhas de Transmissão

1 Conceitos Fundamentais

⇒ Propagação de Ondas Eletromagnéticas é descrita de forma completa pelas Equações de Maxwell. A energia pode se propagar de duas formas principais:

⇝ Ondas Guiadas (Guided Waves);
⇝ Ondas Não-Guiadas (Wireless);

⇒ Excluindo-se as situações em que o uso de ondas guiadas não é possível (Radar, Telemetria, Telefonia Móvel, Broadcasting, etc) as comunicações por ondas guiadas usualmente apresentam maior confiabilidade, com a contrapartida de maior custo de implementação e manutenção.

⇝ Na **Propagação Não-Guiada** predominam dois fenômenos ondulatórios denominados **Atenuação e Difração** em espaço livre.

⇝ A **Propagação Guiada** é capaz de compensar a difração (no sentido mais amplo da palavra), todavia introduz o fenômeno de **Dispersão temporal**.

Sistemas Não-Guiados

Propagação se dá em espaço "livre". Densidade de Potência varia na forma $S_r \propto 1/r^2$. Requer um sistema radiante (antenas). Apresenta inúmeras aplicações:

- Broadcasting de rádio e TV;
- Internet via rádio
- Telefonia Móvel Celular;
- Sistemas de Radar Civil e Militar, Sensoreamento remoto;
- Teleguiamento de objetos, aplicações militares;
- Comunicação via satélite, links de visada direta;
- Conexões locais wireless, etc;

Sistemas Guiados

A onda é guiada através de um guia de ondas(linha de transmissão, cabo coaxial, fibra óptica).

- TV a cabo
- Internet banda larga via cabo;
- Telefonia e Transmissão de Dados;
- Comunicações Transoceânicas de altas taxas de transmissão por fibra óptica;
- Transmissão de Potência em 60Hz;
- Redes locais, Redes de longas distâncias;

Difração

Em um senso bastante geral é todo e qualquer desvio e encurvamento da propagação de uma onda em relação às previsões da Óptica Geométrica.

Sempre ocorre em sistemas não-guiados, onde a densidade de potência decai na forma $1/r^2$ pelo menos, para a região de campo distante (Fraunhoffer).

É um fenômeno espacial e ocorre mesmo com uma onda monocromática (única frequência). Existem soluções não difrativas como por exemplo: onda plana uniforme, feixes de Bessel, feixes de Mathieu, etc... (na prática apenas aproximações são realizáveis).

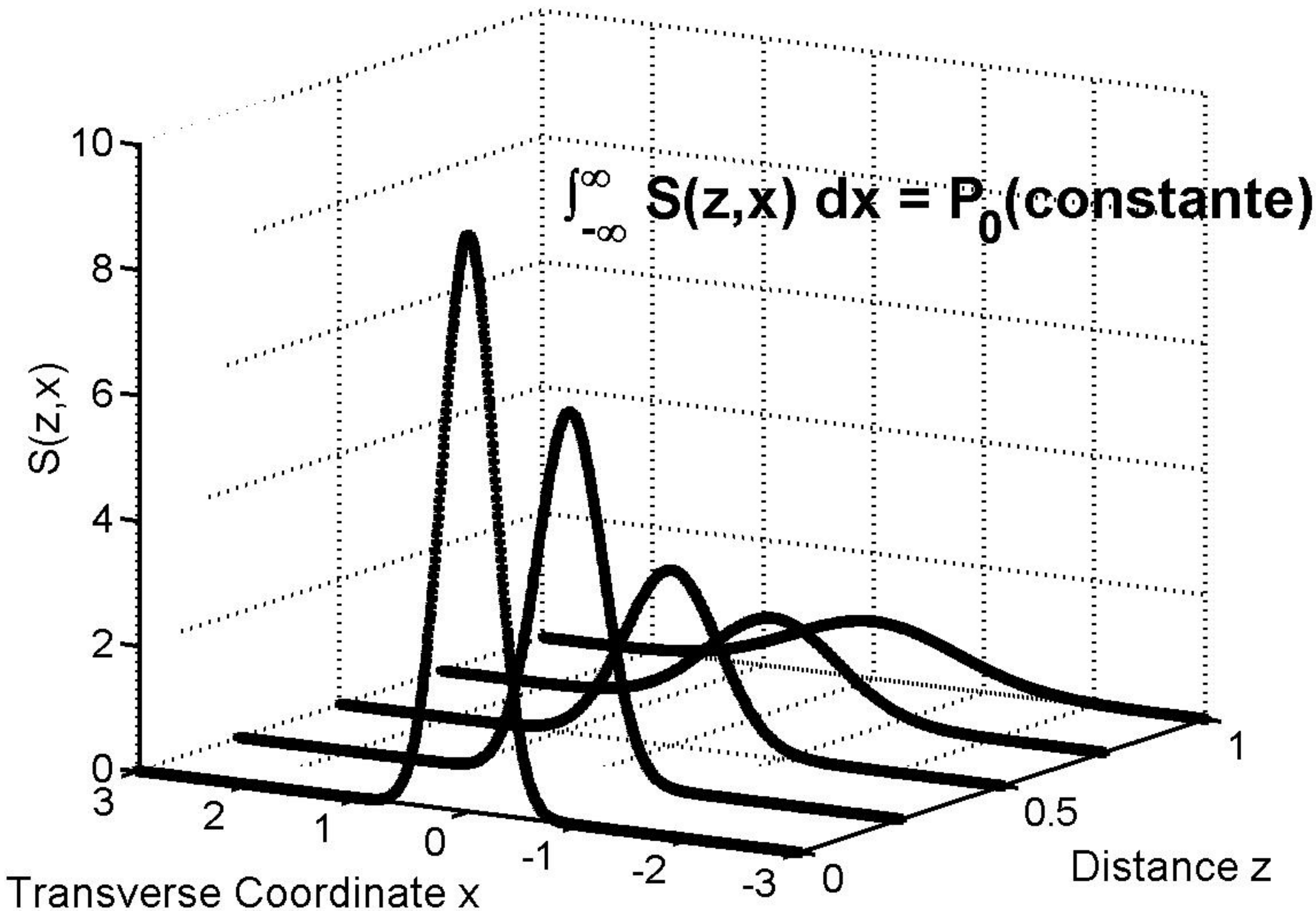

Figura 1: Fenômeno de difração em uma gaussiana.

Dispersão

É um fenômeno que ocorre no domínio do tempo, caracterizado pelo alargamento e degradação temporal de um sinal qualquer. À medida que um pulso de largura inicial τ_0 se propaga, a largura temporal τ vai aumentando (pode diminuir em algumas circunstâncias), quando o meio é dispersivo. Velocidade de propagação da onda depende da frequência.

Sempre ocorre em sistemas guiados, onde a densidade de potência é constante ao longo da seção transversal do guia, desde que este não tenha perdas por atenuação. Pode ocorrer também em sistemas não-guiados quando o meio de transmissão apresenta características dependentes da frequência.

Somente ocorre com um grupo de ondas de frequências diferentes. Requer portanto que o sinal tenha uma largura de banda de frequências.

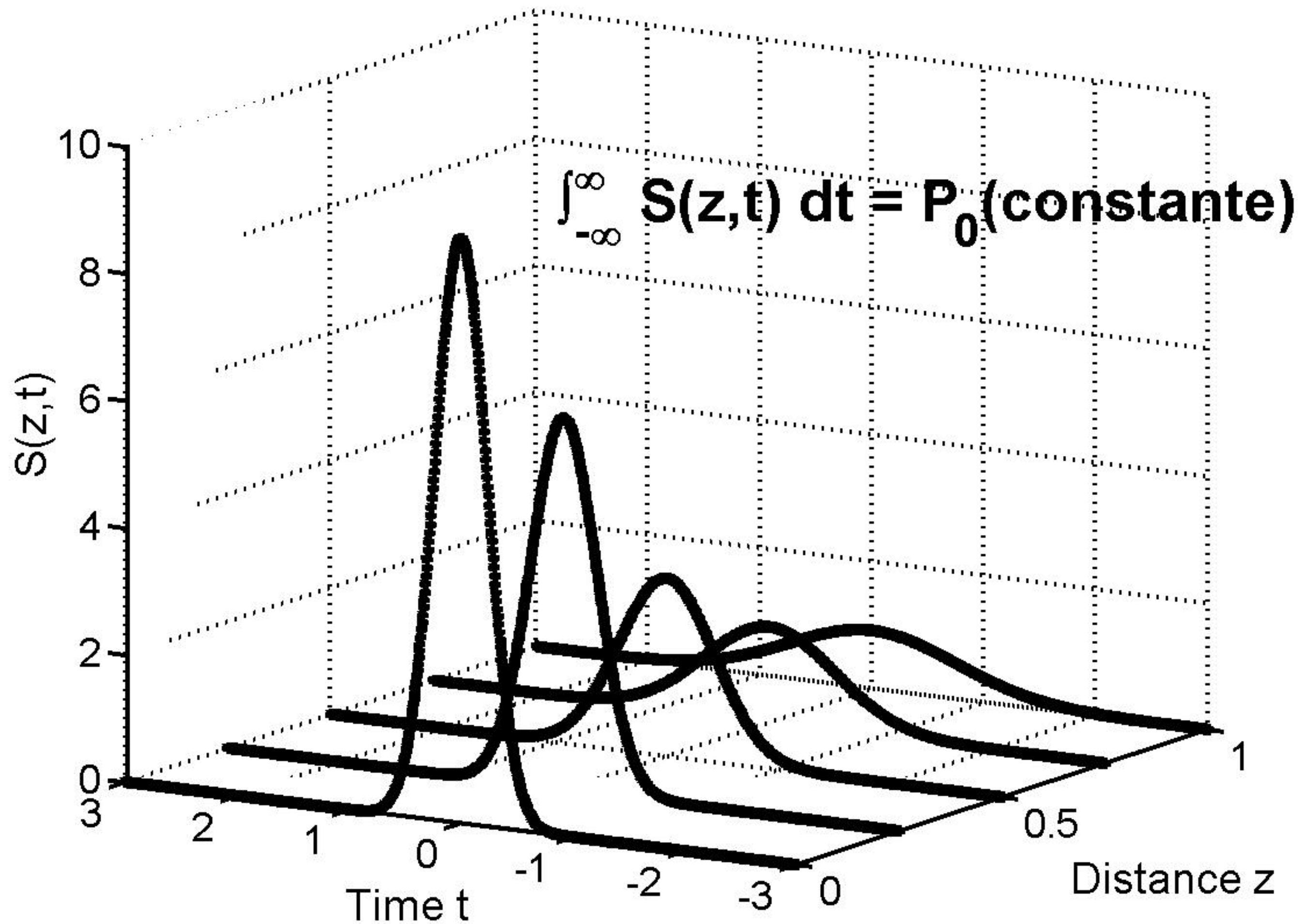

Figura 2: Fenômeno de dispersão em uma gaussiana temporal. A portadora não está sendo mostrada, apenas a envoltória.

Principais Tipos de Guias de Onda

Linha de Transmissão

• Muitos autores consideram as estruturas de LT como guias de ondas e outros preferem tratá-las em separado.

• A Linha de Transmissão deve ser constituída de pelo menos duas superfícies condutoras mantidas a uma diferença de potencial.

• Admite soluções TEM, o que a diferencia dos demais tipos de guias.

• Não apresentam frequência de corte. Idealmente poderiam operar deste o regime DC até frequência $f \rightarrow \infty$. Na prática as perdas em altas frequências limitam seu uso até o espectro de microondas.

• São exemplos típicos de LT as seguintes estruturas: i) par de condutores, ii) guia coaxial, iii) microstrip lines.

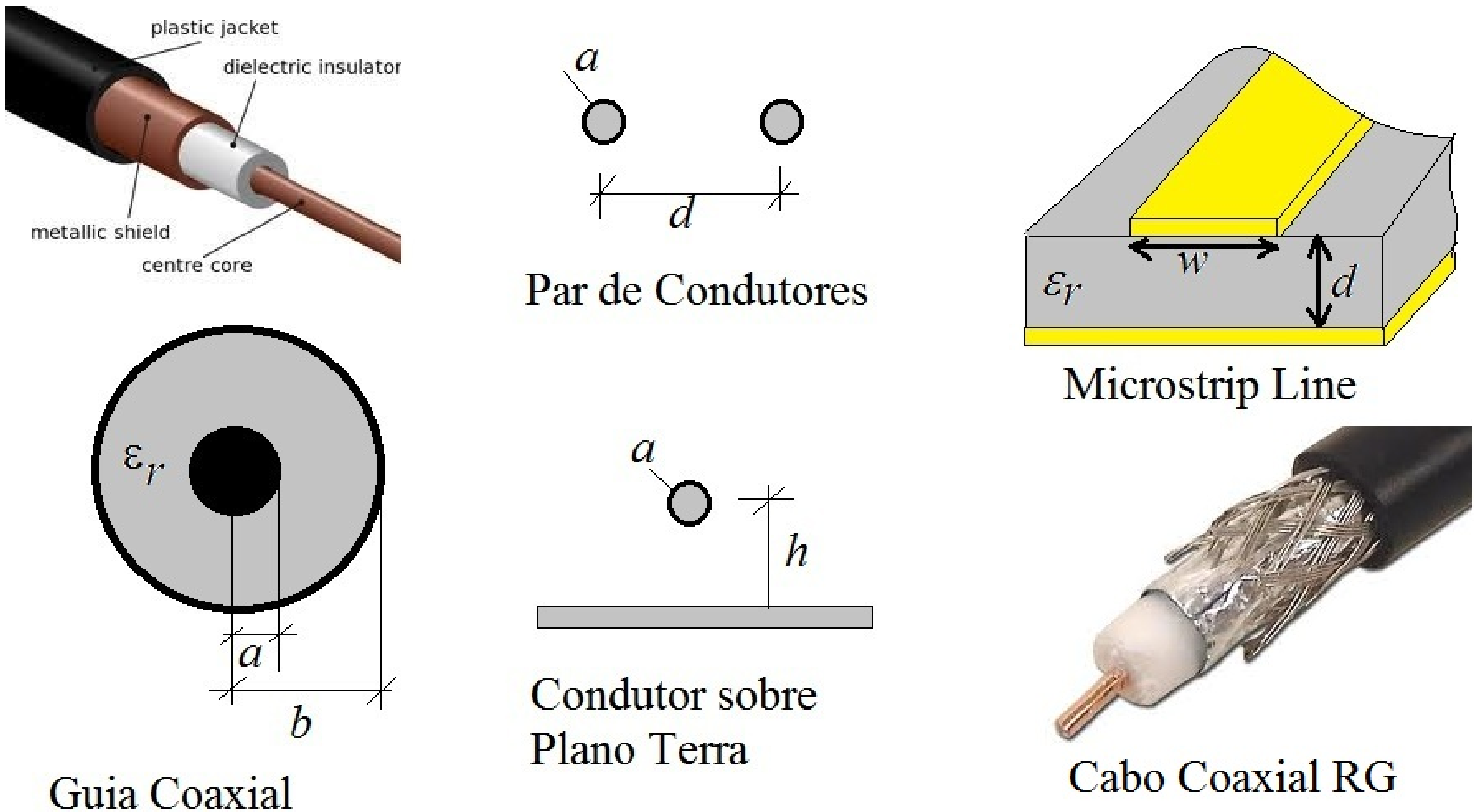

Figura 3: Linhas de Transmissão Típicas.

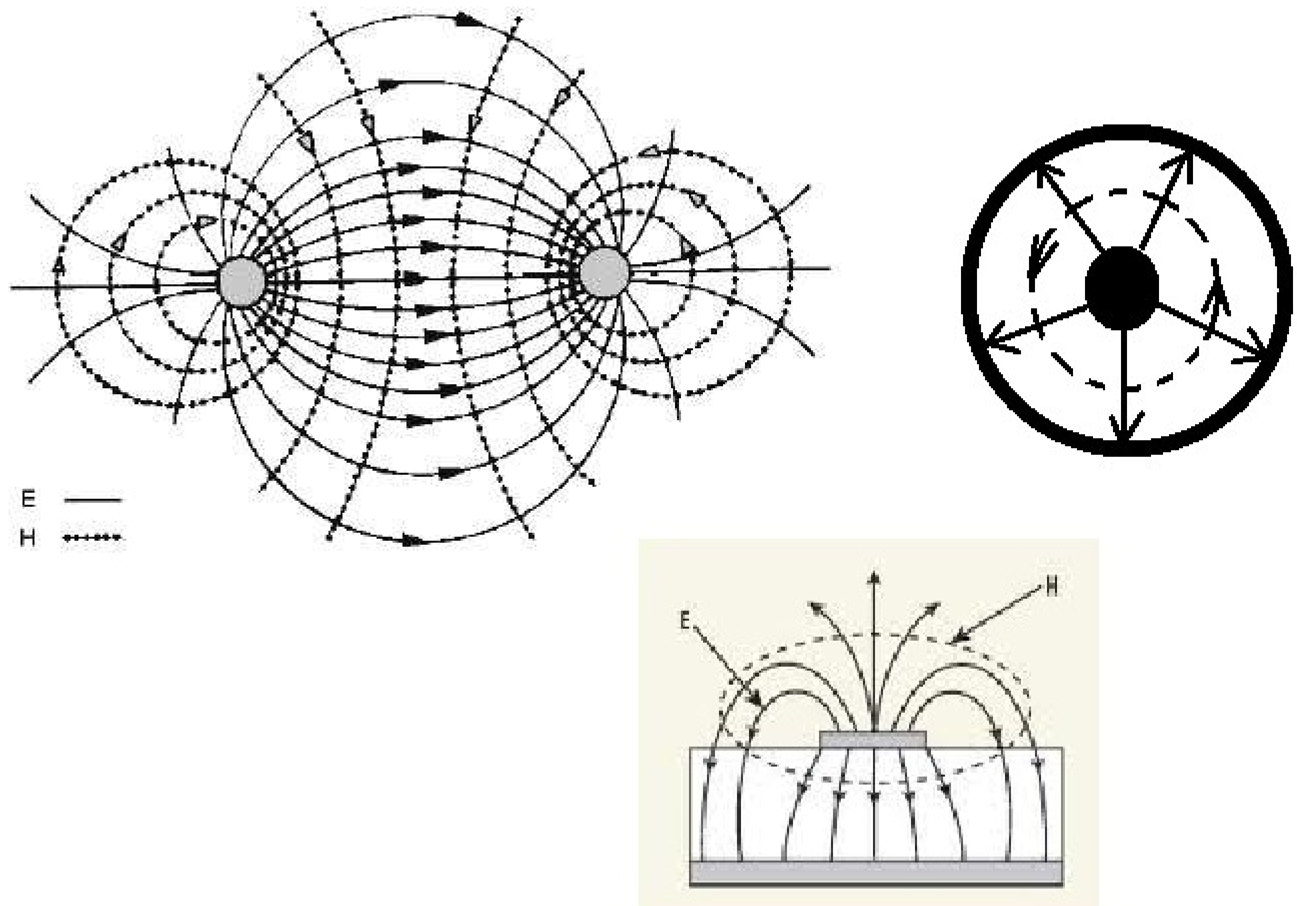

Figura 4: Formas do Campo nas Linhas de Transmissão Típicas.

Guias de Ondas Metálicos

• São muito utilizados na faixa das microondas, pois as dimensões em frequências menores os tornam inviáveis.

• Não possuem modos TEM e apresentam frequência de corte f_c, abaixo da qual não operam. Essa frequência de corte depende essencialmente da geometria e das dimensões do guia, bem como do material dielétrico no interior do guia.

• As geometrias mais utilizadas são a retangular e a circular.

• Em geral são preenchidos de ar (ou vácuo, como primeira aproximação).

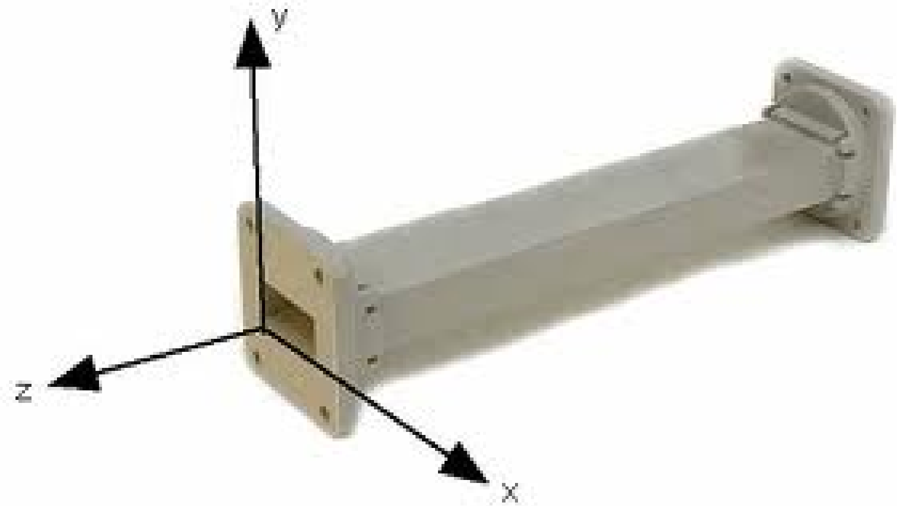

Figura 5: Guias de Onda Metálicos

Guias de Ondas Dielétricos e a Fibra Óptica

São estruturas capazes de confinar e guiar ondas eletromagnéticas através das condições de contorno impostas entre meios de natureza dielétrica. A Fibra Óptica é um caso particular de guia de ondas dielétricos.

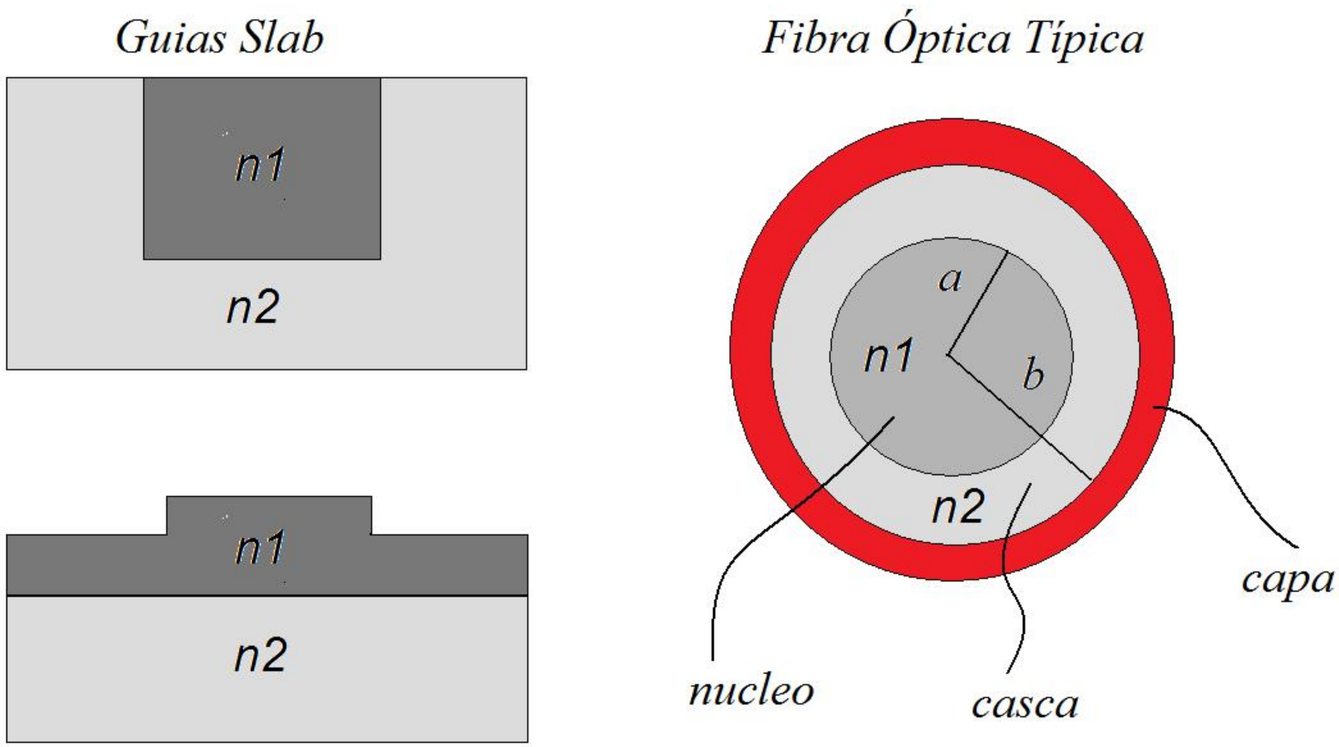

Figura 6: Guias Dielétricos Típicos.

Formas de Abordagem para o estudo de Propagação de Ondas:

$\rightsquigarrow$ Óptica Geométrica: negligencia os efeitos difrativos e as ondas são representadas por raios. Aplica-se bem em algumas situações em que $d >> \lambda$ e distâncias propagadas relativamente pequenas.

$\rightsquigarrow$ Óptica Física/Teoria da Difração Escalar: onde negligencia-se o caráter vetorial das ondas eletromagnéticas. Muito útil no domínio óptico.

$\rightsquigarrow$ Equações de Maxwell: leva em conta tanto o aspecto ondulatório quanto o caráter vetorial das ondas eletromagnéticas.

$\rightsquigarrow$ No estudo de Ondas Guiadas podemos separar a análise em dois aspectos:

1) **Análise Modal:** preocupa-se apenas com a forma de distribuição e polarização dos campos, aplicação das condições de contorno impostas pelo guia de ondas, no domínio da frequência.

2) **Análise de Dispersão/Atenuação na Propagação de Sinais:** geralmente assume-se que o modo é conhecido, a preocupação é com aspectos dispersivos de sinais compostos por muitas frequências.

Equação de Ondas em LT no Modelo de Parâmetros Distribuidos

Para modelar a linha de transmissão considera-se um trecho de linha $\Delta z <<$ λ no qual as leis de circuitos são válidas ainda:

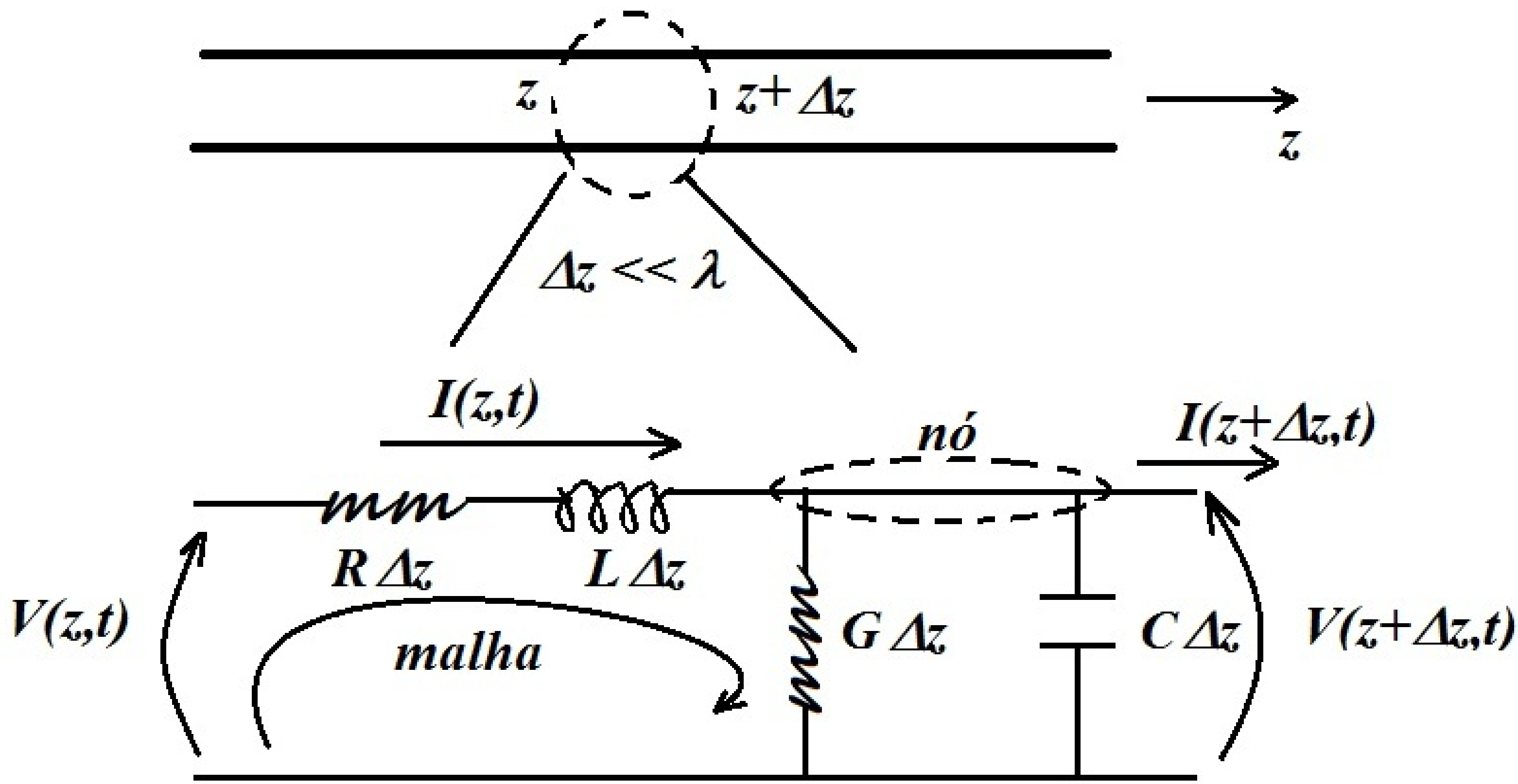

Figura 7: Modelo de Parâmetros Distribuídos da Linha de Transmissão.

Sejam os parâmetros:

- R - resistência série por unidade de comprimento [ohms/m] - representa perdas nos condutores ($\sigma < \infty$).
- G - condutância paralela por unidade de comprimento [siemens/m] - representa perdas no dielétrico ($\sigma > 0$).
- L - indutância por unidade de comprimento [F/m].
- C - capacitância por unidade de comprimento [H/m]

- Podemos aplicar a lei das malhas e nós no circuito mostrado na figura:

$$V(z,t) - R\Delta z I(z,t) - L\Delta z \frac{\partial I(z,t)}{\partial t} - V(z+\Delta z,t) = 0 \ , \quad (1)$$

$$I(z,t) - G\Delta z V(z+\Delta z,t) - C\Delta z \frac{\partial V(z+\Delta z,t)}{\partial t} - I(z+\Delta z,t) = 0 \ , \quad (2)$$

⇒ Reagrupando os fatores, dividindo tudo pelo comprimento $\Delta z << \lambda$ e tomando o limite $\Delta z \to 0$:

$$\begin{aligned}
\lim_{\Delta z \to 0} \frac{V(z+\Delta z,t) - V(z,t)}{\Delta z} &= \lim_{\Delta z \to 0} \left[-RI(z,t) - L\frac{\partial I(z,t)}{\partial t} \right], \\
\lim_{\Delta z \to 0} \frac{I(z+\Delta z,t) - I(z,t)}{\Delta z} &= \lim_{\Delta z \to 0} \left[-GV(z+\Delta z,t) - C\frac{\partial V(z+\Delta z,t)}{\partial t} \right],
\end{aligned}$$

⇒ Uma vez que do lado esquerdo temos a própria definição de derivada, temos com resultado final:

$$\frac{\partial V(z,t)}{\partial z} = -RI(z,t) - L\frac{\partial I(z,t)}{\partial t}, \tag{3}$$

$$\frac{\partial I(z,t)}{\partial z} = -GV(z,t) - C\frac{\partial V(z,t)}{\partial t}, \tag{4}$$

⇒ Para linhas de transmissão sem perdas $R = 0$ e $G = 0$ e o sistema acima reduz-se ao que encontramos anteriormente.

Solução das Equações de Linha de Transmissão sem perdas

⇒ Considere as equações anteriores com $R = 0$ e $G = 0$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V(z,t)}{\partial z} &= -L\frac{\partial I(z,t)}{\partial t}, \quad (5) \\ \frac{\partial I(z,t)}{\partial z} &= -C\frac{\partial V(z,t)}{\partial t}, \quad (6) \end{aligned}$$

⇒ Pode-se demonstrar facilmente a equação de ondas para $V(z,t)$ (basta tomar a derivada $\partial/\partial z$ na primeira equação e utilizar a segunda):

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - LC\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)V(z,t) = 0 \ . \quad (7)$$

⇒ Por questão de consistência com a equação (**??**) temos a relação:

$$\mu_0\varepsilon = LC = \frac{1}{v^2}. \quad (8)$$

⇒ A solução das equações em regime harmônico toma a forma a seguir:

$$V(z,t) = \left[V_0^+ e^{-i\beta z} + V_0^- e^{i\beta z}\right] e^{i\omega t} \tag{9}$$

$$I(z,t) = \frac{1}{Z_0}\left[V_0^+ e^{-i\beta z} - V_0^- e^{i\beta z}\right] e^{i\omega t} \tag{10}$$

onde V_0^+ é a amplitude da onda propagante (do gerador para a carga) na linha e V_0^- a amplitude da onda refletida pela carga(propaga-se de volta ao gerador), na frequência angular ω. Para linhas sem perdas temos:

$$\beta = \omega\sqrt{LC} = \frac{\omega}{v} \;\text{ e }\; Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \tag{11}$$

onde β [rad/m] é a constante de propagação na linha e Z_0 a impedância característica da linha (não confundir com impedância do vácuo).

- A constante β se relaciona ao comprimento de ondas λ por:

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \; . \tag{12}$$

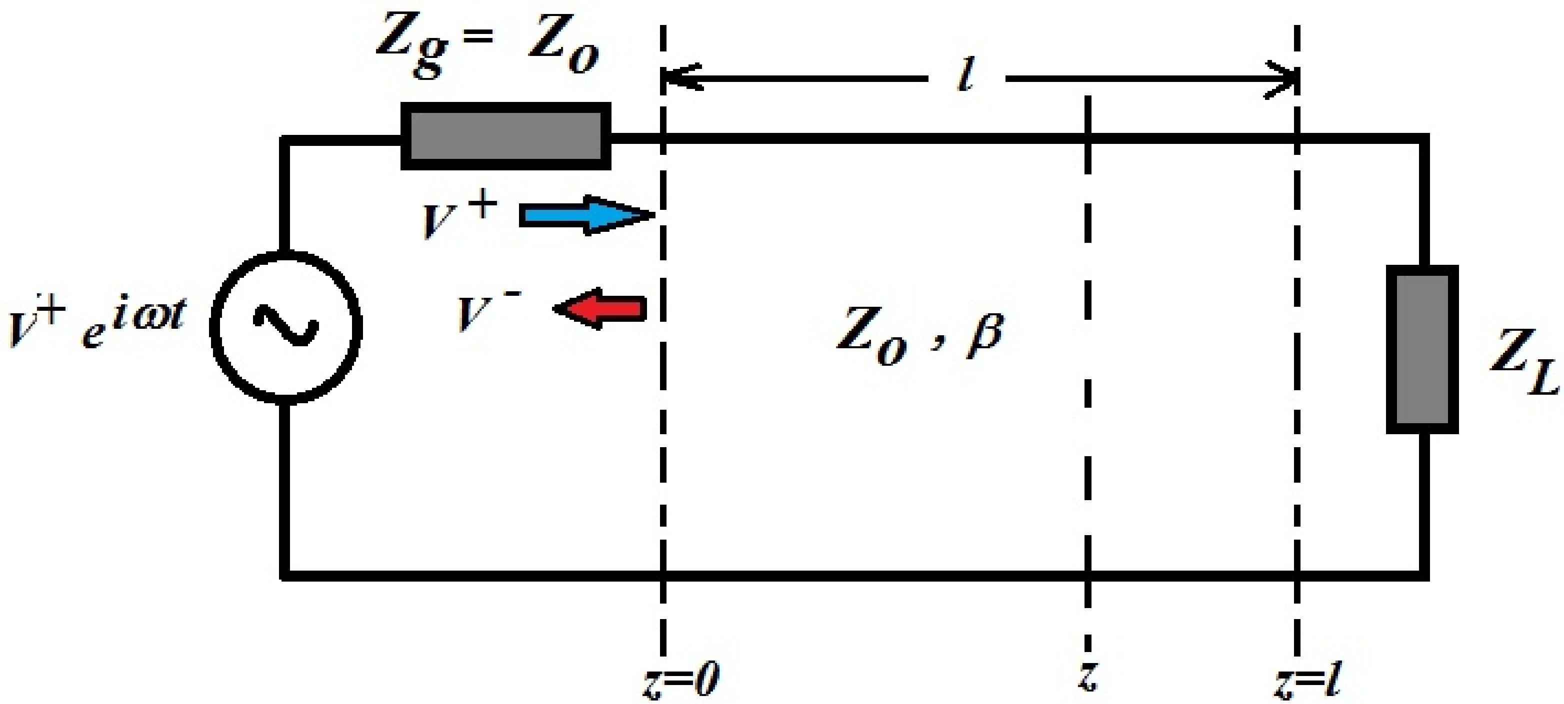

Figura 8: Linha de Transmissão Carregada com Carga Z_L. São parêmetros da linha o comprimento l, a impedância característica Z_0 e o valor de β na frequência de operação.

Coeficiente de Reflexão Γ

$\Rightarrow$ Em microondas é a medida mais usual, sendo a razão entre a amplitude da onda refletida e da onda propagante em um ponto da linha, definida como:

$$\Gamma(z) = \frac{V_0^- e^{i\beta z}}{V_0^+ e^{-i\beta z}} = \Gamma_0 e^{2i\beta z} \tag{13}$$

onde

$$\Gamma_0 = \Gamma(z=0) = \frac{V_0^-}{V_0^+}$$

.

$\Rightarrow$ Para linhas sem perdas o módulo do coeficiente de reflexão permanece constante ao longo da linha ao passo que a sua fase varia.

$\Rightarrow$ Podemos escrever V e I em termos de Γ, conforme segue:

$$V(z) = V_0^+ e^{i(\omega t - \beta z)}[1 + \Gamma(z)] \tag{14}$$

$$I(z) = \frac{1}{Z_0} V_0^+ e^{i(\omega t - \beta z)}[1 - \Gamma(z)] \tag{15}$$

Impedância de Entrada

⇒ É a impedância medida em algum ponto da linha e define-se como:

$$Z_{in}(z,t) = \frac{V(z,t)}{I(z,t)} \ .$$

Utilizando as equações (14) e (15) obtemos facilmente:

$$Z_{in}(z) = Z_0 \frac{1+\Gamma(z)}{1-\Gamma(z)} \tag{16}$$

- Pode-se facilmente inverter a equação acima para obter:

$$\Gamma(z) = \frac{Z_{in}(z) - Z_0}{Z_{in}(z) + Z_0} \tag{17}$$

⇒ O valor de Γ_0 é dependente do valor de carga Z_L conectada em $z = l$:

$$\Gamma(l) = \Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \tag{18}$$

onde Z_0 é a impedância característica da linha.

Agora temos:

$$\Gamma_L = \Gamma_0 e^{2i\beta l} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

de onde tiramos:

$$\Gamma_0 = \Gamma_L e^{-2i\beta l} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} e^{-2i\beta l} \tag{19}$$

onde l é o comprimento da linha.

Agora podemos expressar Z_{in} em termos de Z_L e Z_0 utilizando as equações anteriores:

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + iZ_0 \tan[\beta(l-z)]}{Z_0 + iZ_L \tan[\beta(l-z)} \tag{20}$$

$\Rightarrow$ Para $z = 0$ temos:

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + iZ_0 \tan[\beta l]}{Z_0 + iZ_L \tan[\beta l]} \tag{21}$$

Relação de Onda Estacionária SWR

É uma medida de refletividade em um ponto da linha e define-se em um ponto qualquer como:

$$\text{SWR} = \frac{|V_{max}|}{|V_{min}|} = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|} \ . \tag{22}$$

Este parâmetro é facilmente mensurável por sondagem ao longo da linha.

Casos Especiais

$\Rightarrow$ *Linha de $l = m\lambda/2$ com $m = 1,2,3...$(ou Repetidor de Impedância):*

Para este caso $\tan(\beta l) = 0$ e portanto

$$Z_{in} = Z_L$$

$\Rightarrow$*Linha de $l = m\lambda/4$ com $m = 1,3,5...$ (ou Transformador de Impedância)*

Nesse caso temos $\tan(\beta l) = \tan(\pi/2) = \infty$ e por isso:

$$Z_{in} = \frac{Z_0^2}{Z_L} \tag{23}$$

$\Rightarrow$ O transformador de impedância é muito utilizado em casamento de impedâncias, e pode converter reatância capacitiva em indutiva e vice-versa, ou curto circuito em circuito aberto e vice-versa.

$\Rightarrow$*Linhas Curto Circuito* $Z_L = 0$

Para este caso temos:

$$Z = iZ_0 \tan(\beta l)$$

$\Rightarrow$*Linhas Abertas* $Z_L = \infty$

Para este caso temos:

$$Z = -iZ_0 \cot(\beta l)$$

Com linhas em curto ou aberto, variando l podemos obter qualquer reatância ou susceptância que desejarmos.

Carta de Smith

$\Rightarrow$ É uma ferramenta de cálculos gráfica bastante prática para uso em microondas inventada pelo Engenheiro Phillip H. Smith (1905-1987).

Primeiramente normalizamos a impedância medida em um ponto Z pela impedância característica da linha Z_0:

$$\frac{Z_L}{Z_0} = \frac{1+\Gamma}{1-\Gamma}$$

Agora expressando os números complexos na forma cartesiana $\frac{Z}{Z_0} = r + ix$ e $\Gamma = u + iv$ temos

$$r + ix = \frac{1+u+iv}{1-u-iv}$$

Igualando as partes real e imaginária temos:

$$r = \frac{1-u^2-v^2}{1-u^2+v^2} \tag{24}$$

$$x = \frac{2v}{1-u^2+v^2} \tag{25}$$

Resolve-se esta equação no plano $u - v$, dados os valores de r e x, temos:

$\Rightarrow$ Circunferências de resistência r constante:

$$\left(u - \frac{r}{1+r}\right)^2 + v^2 = \left(\frac{1}{1+r}\right)^2 \ . \tag{26}$$

Dado r as circunferências de resistência constante tem centro em

$$(u_0, v_0) = \left(\frac{r}{1+r}\ ,\ 0\right)$$

e raio $1/(1+r)$.

$\Rightarrow$ Circunferências de reatância x constante:

$$(u-1)^2 + \left(v - \frac{1}{x}\right)^2 = \frac{1}{x^2} \ . \tag{27}$$

Dado x as circunferências de reatância constante tem centro em

$$(u_0, v_0) = \left(1\ ,\ \frac{1}{x}\right)$$

e raio $1/|x|$.

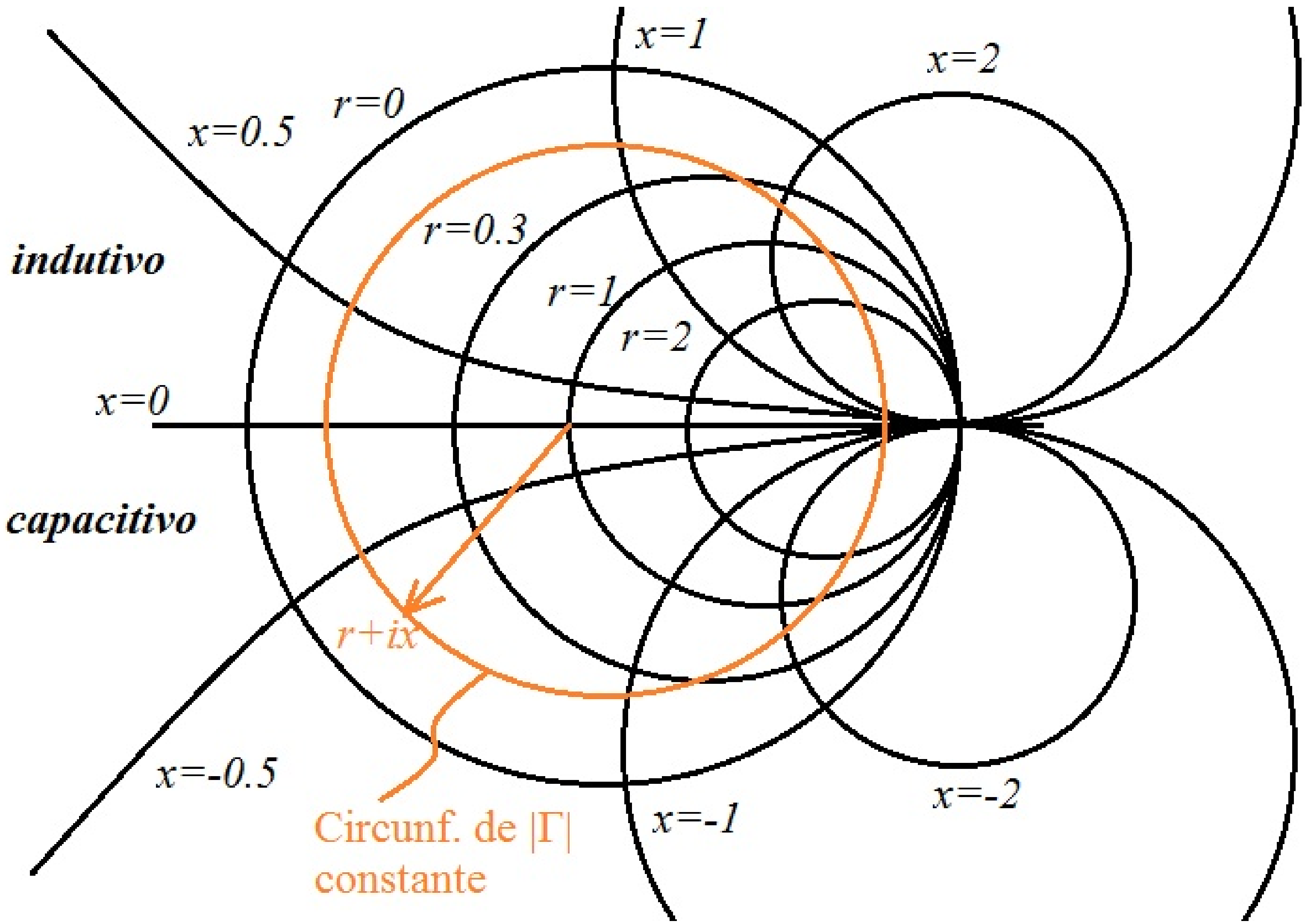

Figura 9: Carta de Smith.