

TE053-Ondas Eletromagnéticas

CARACTERÍSTICAS BÁSICAS DE ANTENAS

PROF. CÉSAR AUGUSTO DARTORA - UFPR

E-MAIL: CADARTORA@ELETRICA.UFPR.BR

CURITIBA-PR

Roteiro da Aula:

- Introdução: O que é Antena?
- Regiões de Campo e Campos de Radiação
- Diagramas de Radiação, Características Básicas
- A Fórmula de Friis e suas Aplicações
- Ruído em Antenas

O que é uma Antena?

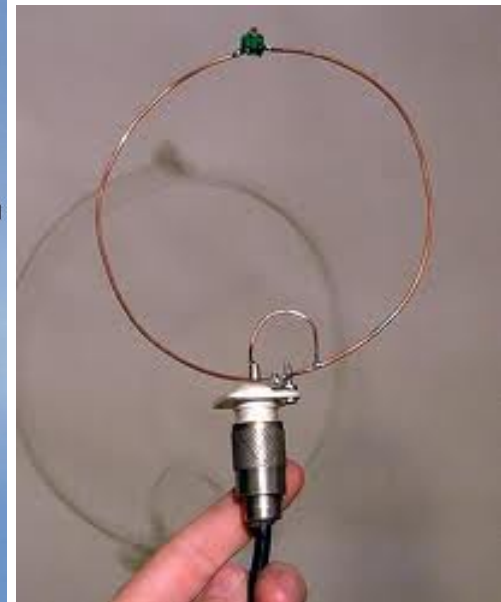
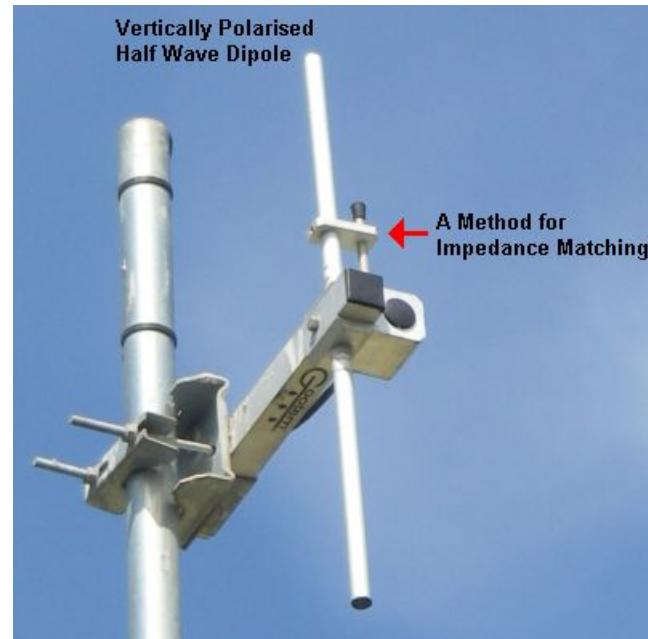
↪ É o elemento ou região do espaço capaz de radiar potência eletromagnética para o espaço externo de modo eficiente quando atua como transmissora,

ou por outro lado, é capaz de capturar de modo eficiente a energia proveniente de espaço livre e que adentra sua região de abrangência, quando atua como receptora.

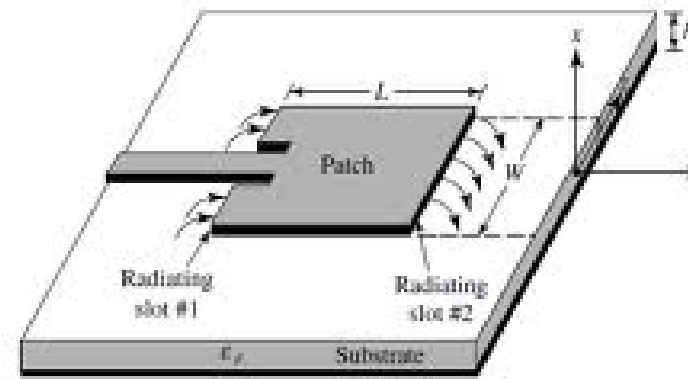
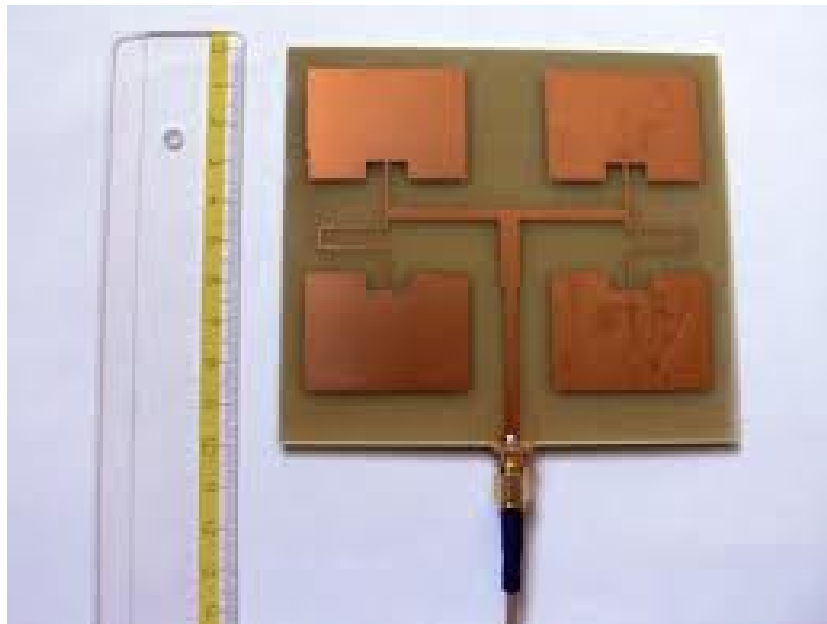
↪ Para Antenas que respeitam a Reciprocidade (em geral é o caso) basta estudar o comportamento da radiação produzida (irradiação) para inferir o comportamento da antena sendo irradiada (gerando radiação).

Tipos de Antenas Principais:

⇒ Filamentares - Exemplos principais são os Dipolos Elétricos e Antenas Loop

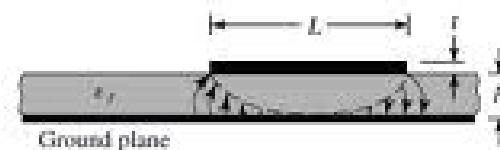


⇒ Antenas de Microfita ou Patch



Ground plane

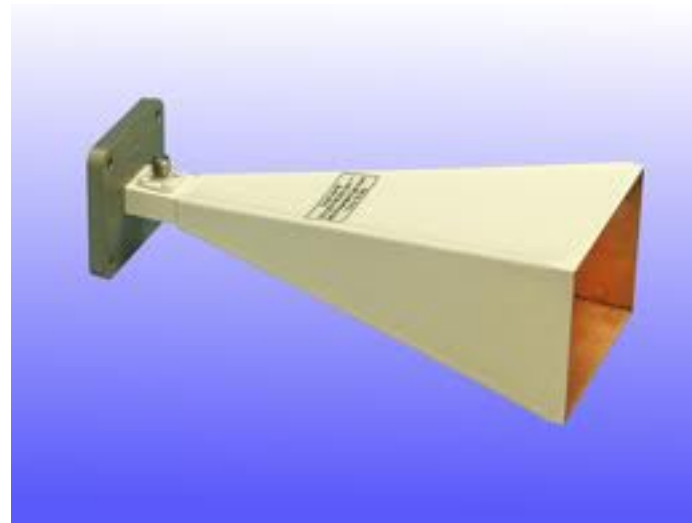
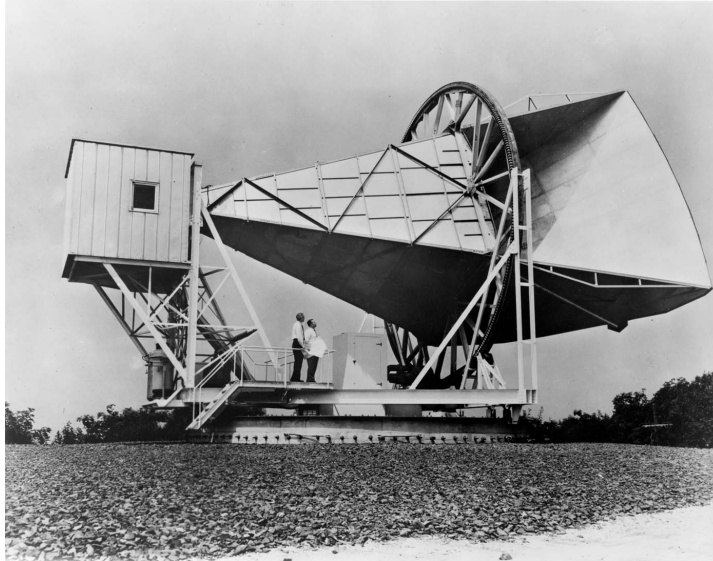
(a) Microstrip antenna



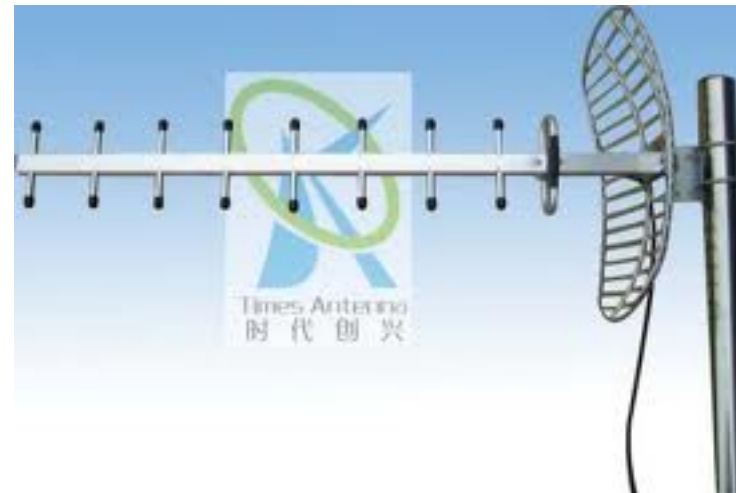
Ground plane

(b) Side view

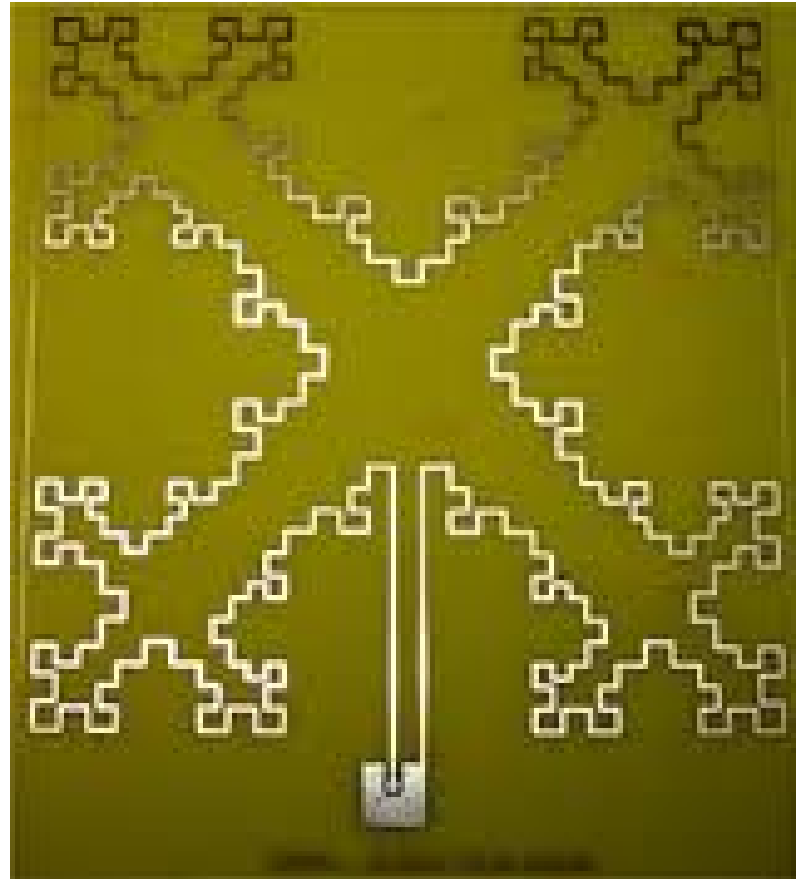
⇒ Antenas de Abertura: parabólicas e cornetas.



⇒ Arranjos e Antenas Yagi-Uda



⇒ Antenas Fractais



São parâmetros relevantes das Antenas:

~> As Regiões de Campo e os Campos de Radiação;

~> Densidade e Potência Radiada;

~> Diagramas de Radiação, Diretividade, Eficiência e Ganho;

~> Polarização da Antena;

~> Antena como Carga: Características de Impedância

Regiões de Campo e Campos de Radiação

Considerando o regime harmônico os campos são dados por

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi - i\omega\mathbf{A} \quad (1)$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (2)$$

sendo que na condição $r' \ll r$ os potenciais são dados por:

$$\phi(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^{i(\omega t - kr)}}{r} \int_{V'} \rho(\mathbf{r}') e^{ik\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{r}'} dV' \quad (3)$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{e^{i(\omega t - kr)}}{r} \int_{V'} \mathbf{J}(\mathbf{r}') e^{ik\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{r}'} dV' \quad (4)$$

↪ Após o cálculo dos campos, é possível perceber termos de contribuições distintas para os campos em função da distância. Isso leva a definir as Regiões de Campo.

Região do Campo Próximo ou Zona de Fresnel

~> Nessa região os termos de campo predominante estão associados à energia armazenada e representam uma parcela reativa da impedância da antena.

~> As componentes de campo predominante variam na forma $1/r^2$, $1/r^3$, etc, e portanto o vetor de Poynting tem dependência na forma $1/r^4$, $1/r^5$... não representando energia radiada, ou seja, uma vez que a fonte cessa, cessam os campos.

~> A condição para a região próxima é:

$$r \ll \lambda \Leftrightarrow kr \ll 1$$

Região Intermediária

↪ Nessa região todos os termos dos campos tem igual peso. Não há um fator predominante.

↪ O Campo Próximo e o Campo de Radiação coexistem, produzindo uma região de alta interferência.

↪ A condição para definir esta região próxima é:

$$r \sim \lambda \Leftrightarrow kr \sim 1$$

Campo Distante ou Zona de Fraunhofer: Campos de Radiação

↪ Nessa região os campos de radiação, que representam potência radiada pela fonte, convertida pela fonte em ondas eletromagnéticas, são predominantes.

↪ Uma das condições possíveis para definir esta região é a seguinte:

$$r \gg \lambda \Leftrightarrow kr \gg 1$$

Em alguns casos, sendo d a dimensão da fonte, a condição é definida como:

$$r \gg \frac{2d^2}{\lambda}$$

↪ São características dessa região:

- os campos dependem da distância na forma $1/r$;
- cessada a causa, ou seja, se cessa a fonte, esse campo não desaparece, pois é energia radiada para o infinito (energia perdida pela fonte);
- para um observador distante a onda radiada terá todas as características de uma onda plana, localmente;
- portanto os campos de radiação estão sujeitos à reflexão, refração, difração e todos os fenômenos inerentemente ondulatórios;

Cálculo dos campos de radiação

↪ Na análise de radiação de uma antena o campo de radiação é o mais relevante e pode ser determinado diretamente das componentes transversas do potencial vetor \mathbf{A} .

DEF.: Potencial Transversal

$$\mathbf{A}_{\perp} = \mathbf{A} - (\mathbf{A} \cdot \mathbf{a}_r) \mathbf{a}_r = \mathbf{A} - A_r \mathbf{a}_r \quad (5)$$

↪ Os campos de radiação satisfazem as seguintes relações:

$$\mathbf{E}_{rad} = -i\omega\mathbf{A}_{\perp} = -ick\mathbf{A}_{\perp} \quad (6)$$

$$\mathbf{H}_{rad} = \frac{1}{Z} \hat{\mathbf{a}}_r \times \mathbf{E}_{rad} \quad (7)$$

$$\hat{\mathbf{a}}_r \cdot \mathbf{E}_{rad} = 0 \quad \hat{\mathbf{a}}_r \cdot \mathbf{H}_{rad} = 0 \quad (8)$$

$$\mathbf{S}_{rad} = \frac{1}{2} \text{Re}(\mathbf{E}_{rad} \times \mathbf{H}_{rad}^*) = \frac{1}{2Z} |\mathbf{E}_{rad}|^2 \hat{\mathbf{a}}_r \quad (9)$$

↪ Um observador distante da antena pode definir um sistema de coordenadas local (x_1, y_1, z_1) .

A direção radial $\hat{\mathbf{a}}_r$ corresponde, no sistema de coordenadas local, a uma direção tal que $\hat{\mathbf{a}}_r = \mathbf{n}$ e nesse caso:

$$\mathbf{H}_{rad} = \frac{1}{Z} \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}_{rad} \quad (10)$$

$$\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{E}_{rad} = 0 \quad (11)$$

$$\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{H}_{rad} = 0 \quad (12)$$

Estas relações são as relações de ondas planas. Portanto localmente para um observador distante, a onda radiada parece-se a uma onda plana uniforme.

↪ O vetor de Poynting de radiação representa a densidade de potência radiada pela fonte, e pode ser escrito diretamente em função do potencial transversal, na forma

$$\mathbf{S}_{rad} = S_{rad} \hat{\mathbf{a}}_r = \frac{\omega^2}{2Z} |\mathbf{A}_\perp|^2 \hat{\mathbf{a}}_r \quad (13)$$

ou seja:

$$S_{rad} = \frac{\omega^2}{2Z} |\mathbf{A}_\perp|^2 \quad (14)$$

↪ Observe que se a frequência angular ω é nula não ocorre radiação! A radiação é tanto mais eficiente quanto maior a frequência. A densidade de potência depende explicitamente de ω^2 , mas o potencial transversal é também uma função de ω .

Elemento Diferencial de Ângulo Sólido $d\Omega$

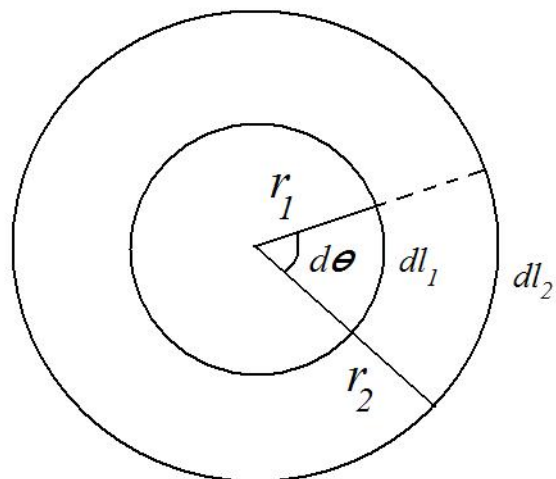
~> Antes de prosseguirmos na teoria de antenas é conveniente definir uma grandeza chamada ângulo sólido.

~> Para compreender o que é ângulo sólido vamos fazer uma analogia com um ângulo linear θ .

~> Primeiramente, sabemos que o comprimento total de circunferência vale:

$$C = 2\pi r$$

Observe a figura:



É sabido que se o ângulo total de uma circunferência, em unidades de radianos vale 2π e a razão entre o comprimento de circunferência e o raio que lhe deu origem é igual a esta constante, então:

$$\frac{dl_1}{r_1} = \frac{dl_2}{r_2} = \frac{dl}{r} = d\theta$$

$$\int_0^{2\pi} d\theta = 2\pi = \frac{C}{r}$$

↪ Podemos fazer o mesmo agora com a superfície de uma esfera.

↪ Note que a área da esfera é dada por:

$$A_{esf} = 4\pi r^2$$

↪ Dessa forma a razão entre a área da esfera e o raio que deu origem a essa esfera, r vale:

$$\Omega_{esf} = \frac{A_{esf}}{r^2} = 4\pi$$

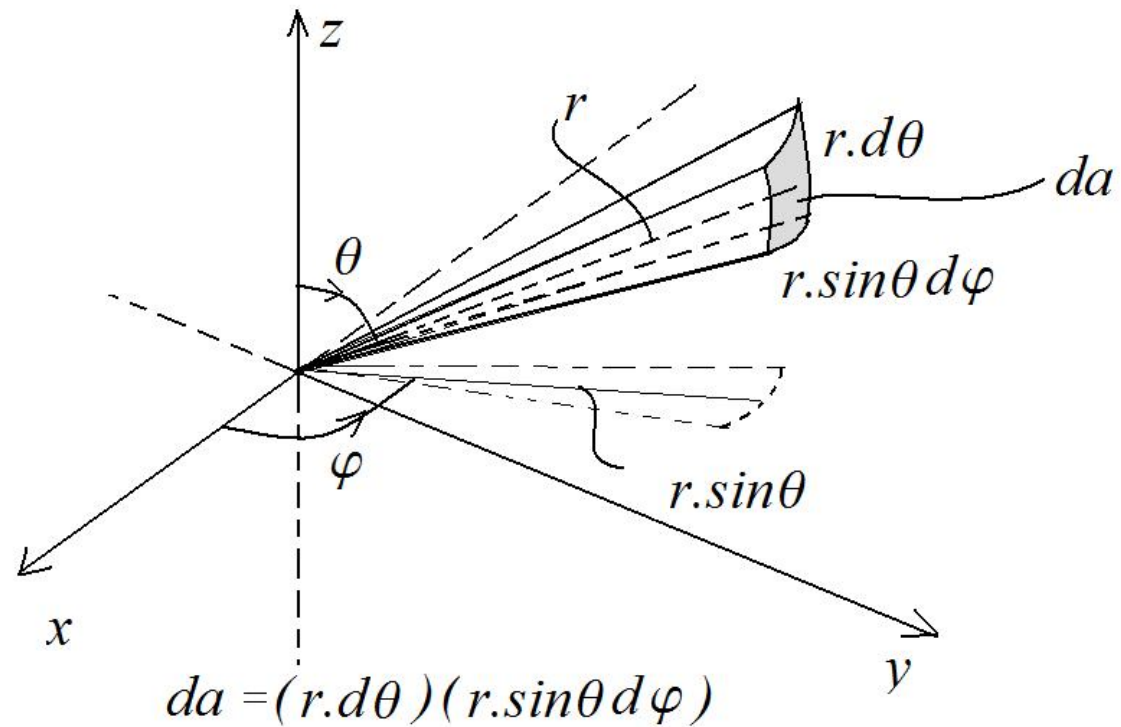
que é uma quantidade adimensional, denominado ângulo sólido total de uma superfície esférica (unidade stero-radiano , str).

Uma vez que a relação vale para toda a superfície da esfera, deve valer para infinitésimos:

$$\frac{da_1}{r_1^2} = \frac{da_2}{r_2^2} = \frac{da}{r^2} = d\Omega$$

↪ $d\Omega$ é conhecido como elemento infinitesimal de ângulo sólido, e é a razão entre uma casca de superfície esférica infinitesimal e o quadrado do seu raio, r^2 .

Observe a figura:



Podemos ver então que:

$$da = r^2 \sin\theta d\theta d\varphi$$

Em coordenadas esféricas é fácil ver que:

$$d\Omega = \frac{da}{r^2} = \sin\theta d\theta d\varphi$$

↷ O elemento diferencial de ângulo sólido é dado pelo produto de dois ângulos lineares $d\theta$ e $d\varphi$, mas tem um fator de peso, $\sin\theta$. Desse modo em coordenadas esféricas:

$$d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi \quad (15)$$

$$\Omega = \int d\Omega = \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \sin\theta d\theta d\varphi = 4\pi \quad (16)$$

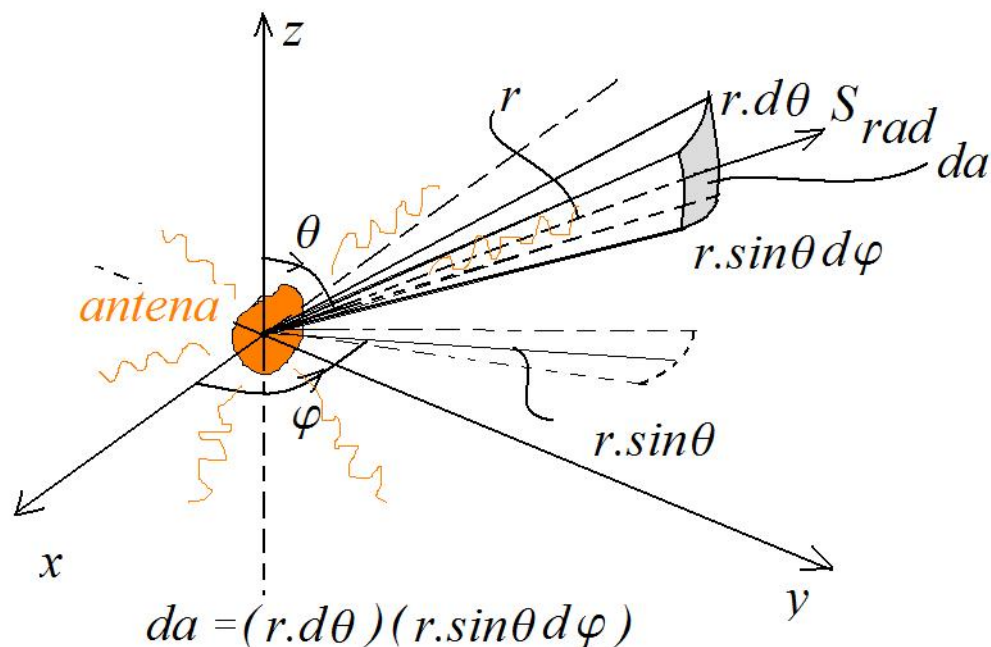
↷ Utilizaremos , por comodidade para a integral de uma função qualquer $f(\theta, \varphi)$ a seguinte notação:

$$\int_{\Omega} f(\theta, \varphi) d\Omega$$

tomando o cuidado de lembrar que a integral em Ω é dupla, nas variáveis θ e φ !!!

$$\int_{\Omega} F(\theta, \varphi) d\Omega = \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} f(\theta, \varphi) \sin\theta d\theta d\varphi$$

Consideremos agora uma antena na origem, conforme a figura:



~> A potência total radiada é dada por

$$P_{rad} = \lim_{r \rightarrow \infty} r^2 \int_{\Omega} S_{rad}(r, \theta, \varphi) d\Omega$$

~> Na prática é impossível medir essa potência simultaneamente. Utiliza-se um sensor de potência radiada (antena de teste) para medir a potência radiada em um ponto (r, θ, φ) , $r \rightarrow \infty$.

↪ O sensor deve ter uma área infinitesimal $da = r^2 d\Omega$, e o vetor superfície deve apontar na direção radial, de tal forma que o vetor de Poynting de radiação e o vetor área do sensor sejam perfeitamente paralelos, resultando na máxima potência medida pelo sensor.

↪ O vetor de Poynting da radiação representa a densidade de potência radiada em W/m^2 .

↪ A potência coletada pelo sensor será então:

$$dP = S_{rad} da = S_{rad} r^2 d\Omega$$

Integrando sobre o ângulo sólido total obtemos:

$$P_{rad} = \int_{\Omega} \int_{\Omega} r^2 S_{rad}(r, \theta, \varphi) d\Omega . \quad (17)$$

O Radiador Isotrópico

⇒ Define-se Radiador Isotrópico Ideal ou Antena Isotrópica Ideal o elemento capaz de radiar igualmente em todas as direções do espaço com eficiência máxima.

⇒ Se entregamos uma potência P_0 à uma antena isotrópica, ela irá radiar P_0 distribuindo essa potência igualmente sobre uma superfície esférica, ou seja:

$$S_{rad}^i = \frac{P_0}{4\pi r^2} \cdot \quad (18)$$

Função Diretividade Angular e Diagramas de Radiação

↪ Embora $S_{rad}(r, \theta, \varphi)$ já nos forneça a informação necessária de como a antena radia no espaço é conveniente adotar um procedimento de normalização, para eliminar a dependência com a distância e também com a potência de alimentação.

↪ Define-se então a partir da antena isotrópica a diretividade de uma antena qualquer:

$$D(\theta, \varphi) = \frac{S_{rad}(r, \theta, \varphi)}{P_0 / (4\pi r^2) |_{P_0 = P_{rad}}}$$

onde fornecemos para o radiador isotrópico uma potência P_0 igual à potência radiada pela antena em estudo:

$$P_0 = P_{rad} = \int_{\Omega} r^2 S_{rad}(r, \theta, \varphi) d\Omega$$

e portanto obtemos

$$D(\theta, \varphi) = \frac{4\pi r^2 S_{rad}(r, \theta, \varphi)}{\int_{\Omega} r^2 S_{rad}(r, \theta, \varphi) d\Omega} \quad (19)$$

⇒ A função $D(\theta, \varphi)$ é conhecida como função **diretividade angular** da antena.

↷ O gráfico da função $D(\theta, \varphi)$ é um gráfico 3D em coordenadas polares. Obtém-se uma superfície onde cada ponto nesta é a distância de valor $D(\theta, \varphi)$ a partir da origem para cada posição (θ, φ) .

⇒ É convencional também fazer cortes do gráfico 3D resultante por planos especiais, que dependem de cada situação. Tais gráficos são conhecidos como **diagramas de radiação**.

↷ Pode-se demonstrar ainda que $\int_{\Omega} D(\theta, \varphi) d\Omega = 4\pi$, ou seja, a superfície representada por $D(\theta, \varphi)$ tem a mesma "área", independente da antena, embora a forma seja dependente da antena.

↷ Para a antena isotrópica temos:

$$D(\theta, \varphi) = 1 \quad (20)$$

↷ O gráfico dessa função é uma esfera de raio unitário. Qualquer corte por um plano que passe pela origem gera um diagrama de radiação que é uma circunferência de raio unitário.

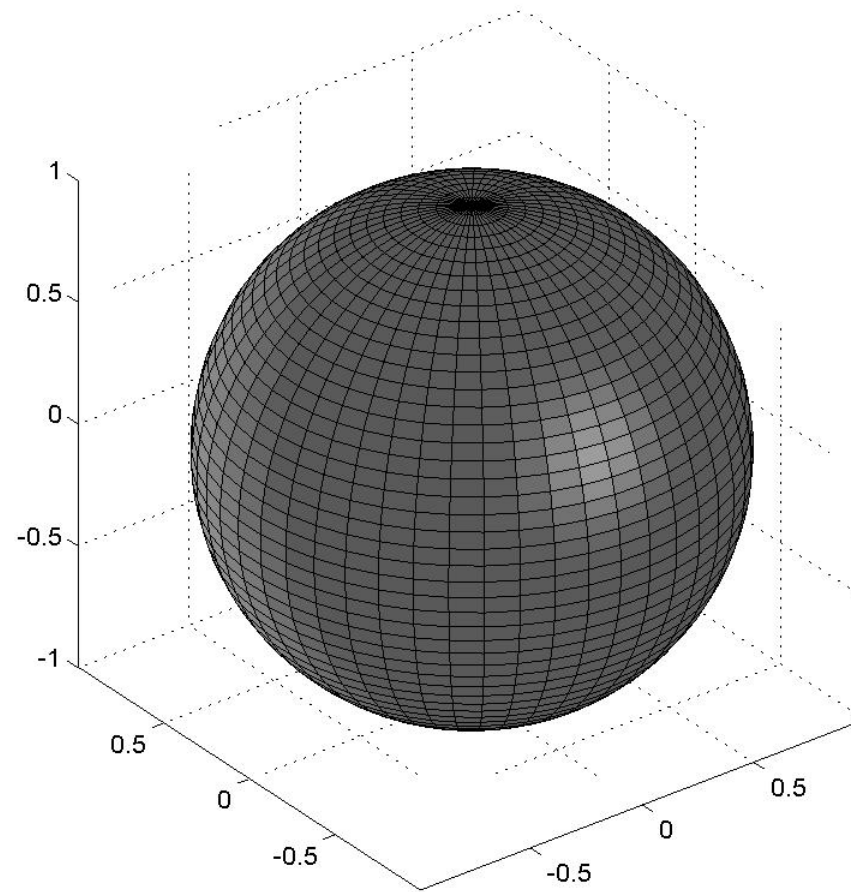


Figure 1: Padrão Isotrópico $D(\theta, \varphi) = 1$.

Exercício:

Demonstre que para o dipolo elétrico curto temos:

$$S_{rad} = \frac{ZI_0^2 d^2}{32 \lambda^2 r^2} \sin^2 \theta$$

- Demonstre que:

$$\int_{\Omega} \sin^2 \theta d\Omega = \frac{8\pi}{3}$$

e ainda que

$$D(\theta, \varphi) = \frac{3}{2} \sin^2 \theta \quad (21)$$

↪ O gráfico dessa função é conhecido como donut (a rosquinha americana).

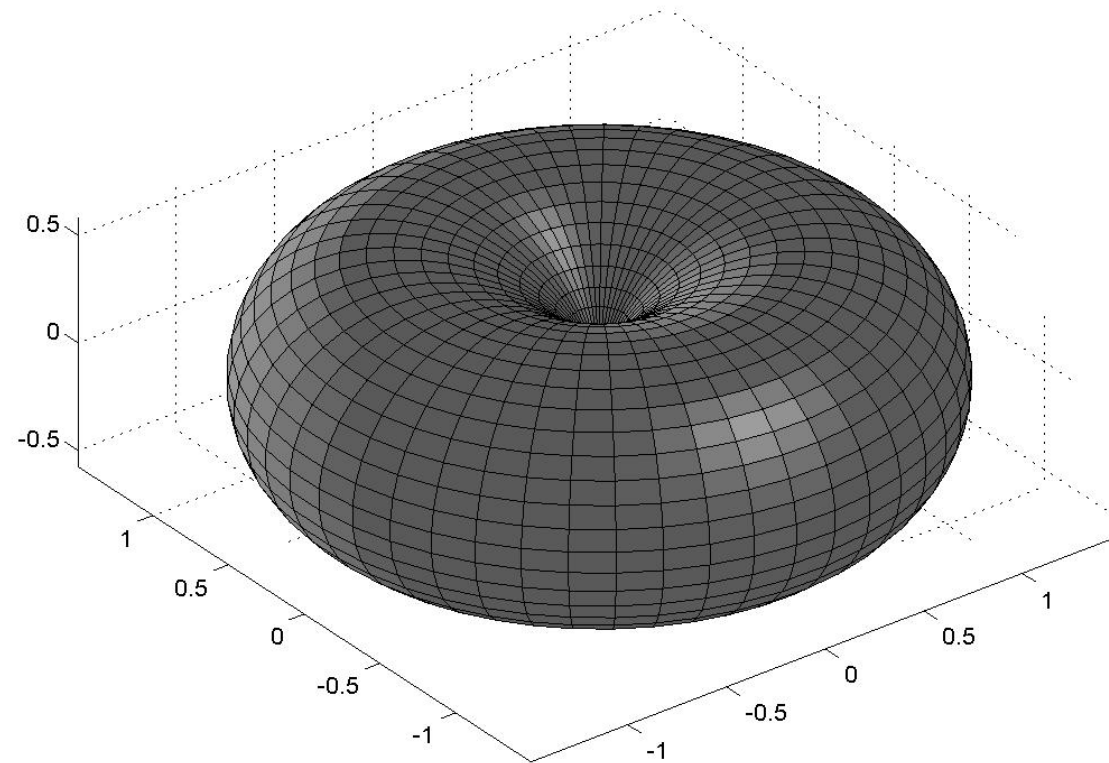


Figure 2: Padrão do Dipolo Elétrico - Donut: $D(\theta, \varphi) = \frac{3}{2} \sin^2 \theta$.

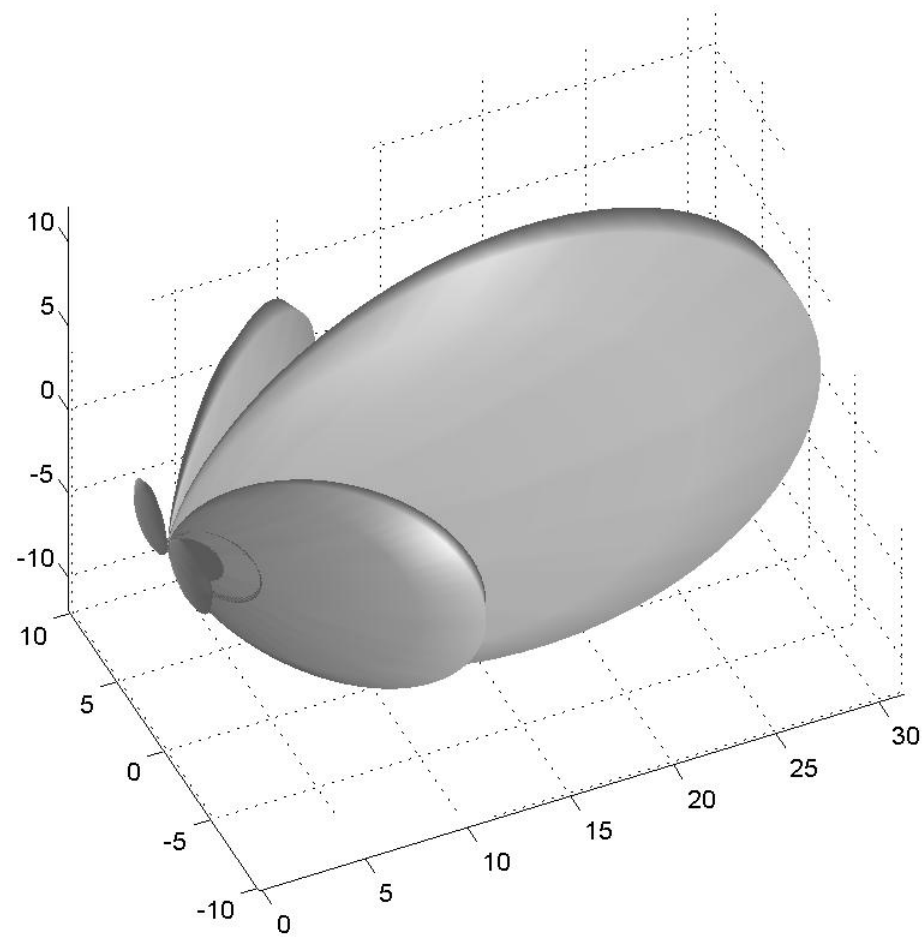


Figure 3: Padrão de uma Antena Qualquer: Lóbulo Principal e Lóbulos Laterais.

Eficiência e Ganho

⇒ A eficiência de uma antena é a razão entre a potência que lhe é entregue e a que é convertida em radiação, ou seja:

$$\eta = \frac{P_{rad}}{P_{in}} \quad (22)$$

⇒ Ganho: É a razão entre a densidade de potência gerada por uma antena qualquer quando lhe foi entregue uma potência P_{in} e a densidade de potência que seria gerada por uma antena isotrópica ideal no mesmo ponto (r, θ, φ) .

$$G(\theta, \varphi) = \frac{S_{rad}(r, \theta, \varphi)}{P_{in}/(4\pi r^2)}$$

Ganho de antena refere-se ao ganho de densidade de potência que uma antena dá em uma determinada direção relativa a uma antena isotrópica ideal com a mesma potência de alimentação.

⇒ Fazendo uso das definições anteriores para diretividade angular e eficiência de antena temos:

$$G(\theta, \varphi) = \frac{4\pi r^2 \eta S_{rad}(r, \theta, \varphi)}{\int_{\Omega} r^2 S_{rad}(r, \theta, \varphi) d\Omega} = \eta D(\theta, \varphi) \quad (23)$$

↪ É comum se referir ao valor máximo da função acima para mencionar o ganho de uma antena e dessa forma

$$G_0 = \eta D_0 \quad (24)$$

onde $G_0 = \max[G(\theta, \varphi)]$ e $D_0 = \max[D(\theta, \varphi)]$.

↪ Ganho de Antena é um ganho relativo a uma antena de referência e mede o ganho em densidade de potência em uma certa direção. Importante notar que a antena não amplifica potência!!!

↪ Todavia pode "amplificar" a densidade de potência em uma certa direção. Uma antena qualquer diretiva é capaz de gerar densidade de potência maior do que a antena isotrópica em uma dada direção, se ambas tiverem a mesma potência de entrada.

Potência Efetiva Radiada Isotropicamente - EIRP

↪ É a potência total que deveria ser entregue a uma antena isotrópica para poder gerar a mesma densidade de potência máxima de uma antena qualquer:

$$P_{EIRP} = GP_{in} \quad (25)$$

↪ Em teoria de Antenas é comum utilizar unidades de dB.

↪ dBi é o ganho em dB relativo a uma antena isotrópica;

↪ dBd é o ganho em dB relativo a um dipolo de meia onda.

Conversão entre dBi e dBd:

$$G(dBi) = G(dBd) + 2.15$$

Tem-se

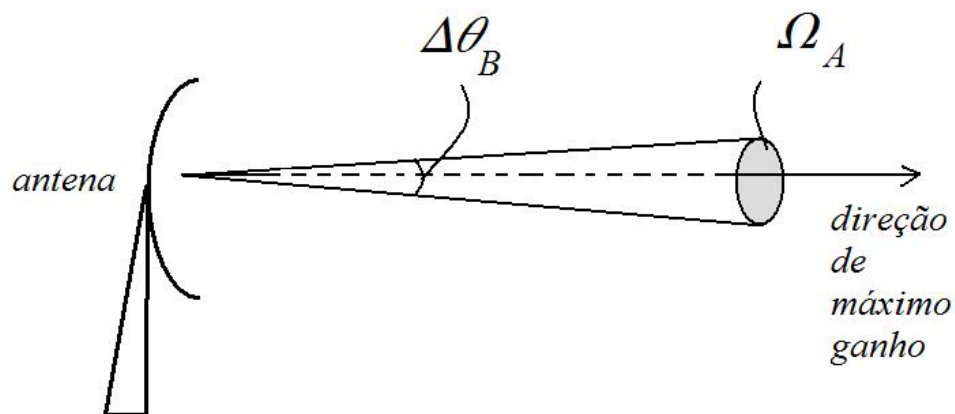
$$P(dBm) = 10 \log_{10} \left(\frac{P(mW)}{1mW} \right)$$

e nesse caso

$$P_{EIRP}(dBm) = G(dBi) + P_{in}(dBm)$$

Largura de Feixe (Beamwidth)

Considere a figura:



↪ Define-se ângulo sólido de um feixe na forma:

$$\Omega_A = \frac{4\pi}{D} \quad (26)$$

$\Delta\theta_B$ é também chamado largura de feixe. Ω_A é o produto de dois ângulos lineares internos.

Área de Abertura Efetiva A_{ef}

↪ Quando a antena atua como Receptora, irá capturar uma parcela da radiação proveniente do espaço externo. Mesmo que a antena não tenha uma área física, caso das antenas filamentosas, é possível definir uma área efetiva na forma:

$$A_{ef} = \frac{P_R}{S_{inc}}$$

onde: ↪ P_R é a potência recebida pela antena

↪ S_{inc} a densidade de potência incidente na antena (ou em outras palavras irradiada sobre a antena).

É possível mostrar ainda, que:

$$G = \frac{4\pi A_{ef}}{\lambda^2} \quad (27)$$

Da expressão acima pode-se definir dois tipos de antenas:

↪ Antenas com ganho fixo e A_{ef} dependente de λ , $A_{ef} \propto \lambda^2$. Um exemplo aqui é o dipolo elétrico

↪ Antenas com área efetiva fixa e ganho variável na forma $G \propto 1/\lambda^2$. Exemplo: refletoras parabólicas. Nesse caso a área efetiva é proporcional à área física da antena.

Exercício: Mostre que para o dipolo elétrico temos $\Omega_A = 8\pi/3$ e $A_{ef} = \eta\lambda^2/\Omega_A$.

Fórmulas úteis para antenas de abertura (parabólicas e cornetas):

↪ Consideremos uma antena de abertura cuja abertura seja um disco circular de diâmetro d , então considerando-se que tenha uma eficiência de abertura η_a :

$$\eta_a = \frac{A_{ef}}{A_{phys}} \quad \text{onde} \quad A_{phys} = \frac{\pi d^2}{4}$$

obtém-se:

$$G = \eta_a \left(\frac{\pi d}{\lambda} \right)^2$$

↪ Pode-se usar $0.6 \leq \eta \leq 0.8$ usualmente.

Em função da largura de feixe, para $\eta_a = 0.6$:

$$G = \frac{30000}{\Delta\theta_B^2} \quad \text{onde} \quad \Delta\theta_B = 70^\circ \frac{\lambda}{d}$$

Exercícios: 14.3.3 e 14.3.4 do Capítulo 14 do Orfanidis.

Polarização de Antena

A polarização de uma antena é a orientação do campo elétrico radiado, \mathbf{E}_{rad} em relação a algum sistema de coordenadas. De certa forma, depende do observador.

↪ A forma geral de polarização de uma onda representa o caso Elíptico:

$$\mathbf{E}_{rad} = \frac{E_0(\theta, \varphi)}{r} [\cos(\delta)\hat{\mathbf{a}}_\theta + \sin(\delta)e^{i\gamma}\hat{\mathbf{a}}_\varphi] e^{-\alpha r} e^{i(\omega t - \beta r + \theta_0)}$$

sendo as polarizações lineares e circulares casos particulares da forma geral.

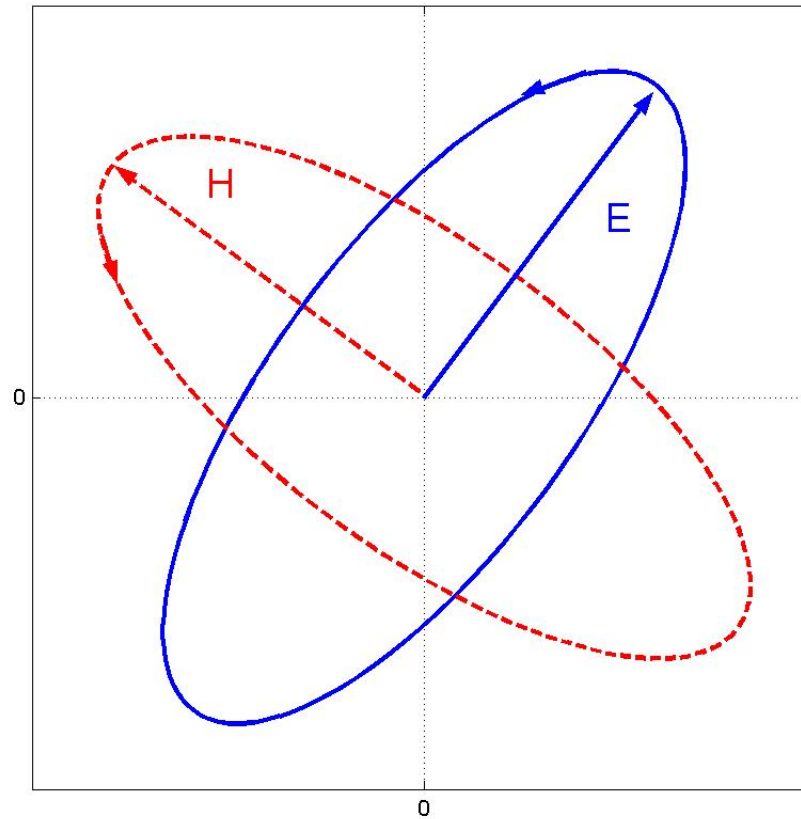


Figure 4: Polarização Elíptica Anti-Horária

Polarização Linear

A polarização linear será obtida quando $e^{i\gamma} = \pm 1$, ou seja, a fase relativa será dada por

$$\gamma = m\pi, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Casos Particulares de polarização linear:

↪ Polarização Vertical

↪ Polarização Horizontal

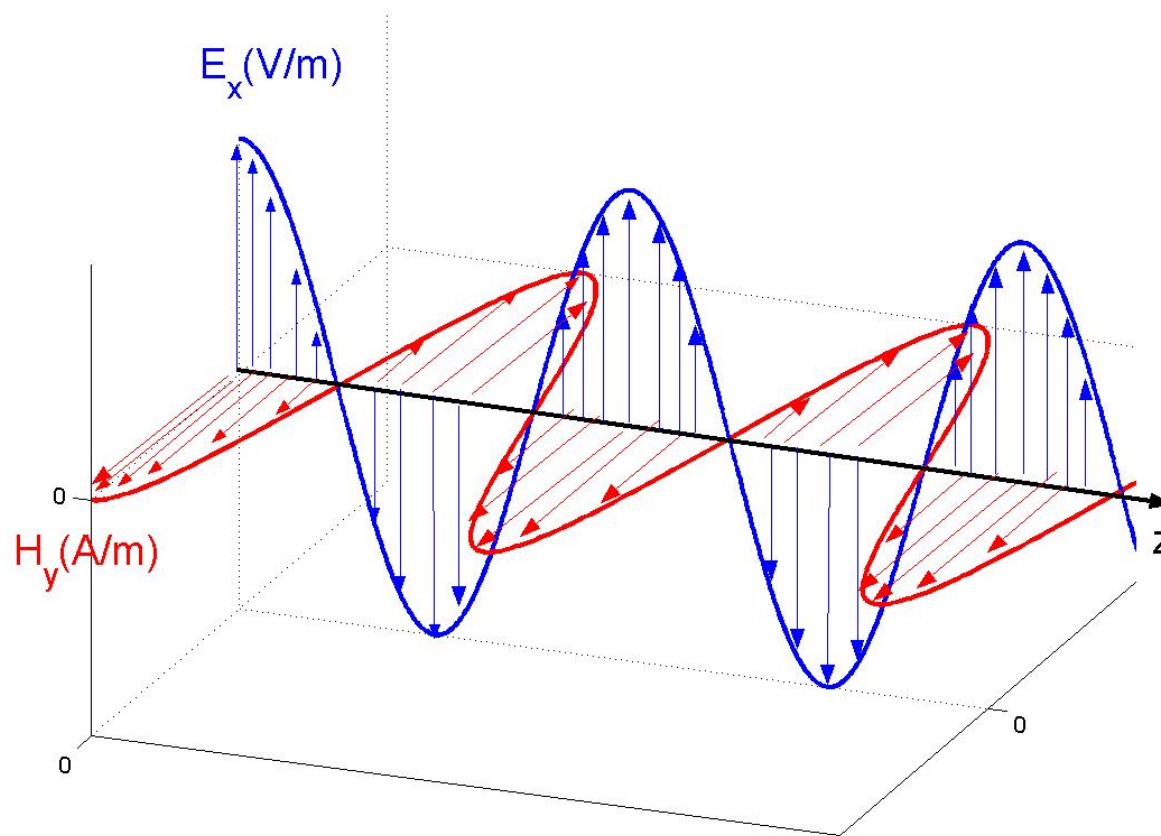


Figure 5: Onda de Polarização Linear: para um observador em z qualquer, a figura move-se para a direita à medida que o tempo passa e o campo \mathbf{E} oscila sobre uma linha reta.

Polarização Circular Direita ou Anti-Horária

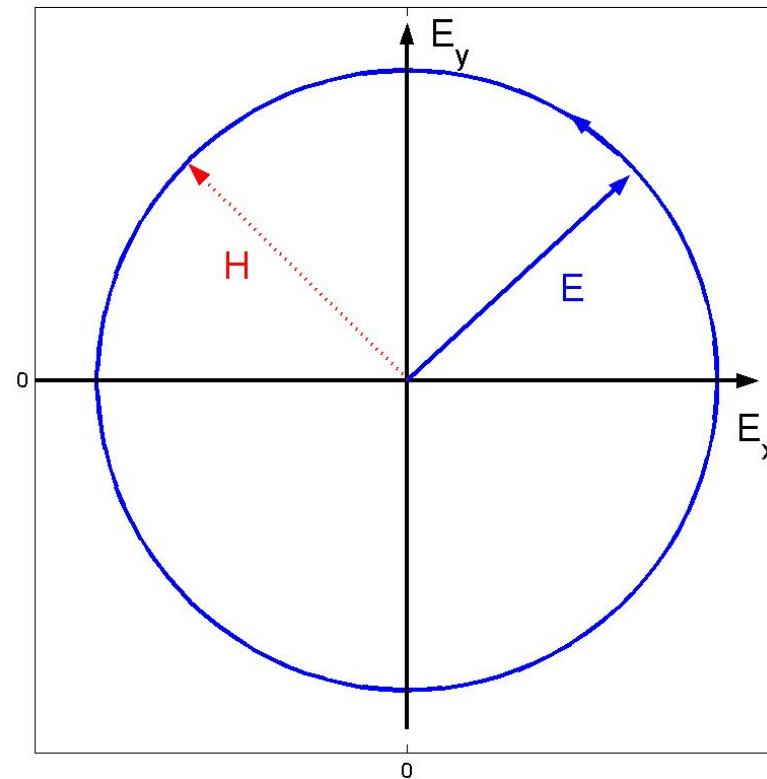


Figure 6: Onda de Polarização Circular Direita (RHCP): Um observador em $z = 0$ vendo a onda chegar percebe um campo \mathbf{E} que descreve uma circunferência no sentido anti-horário à medida que o tempo passa.

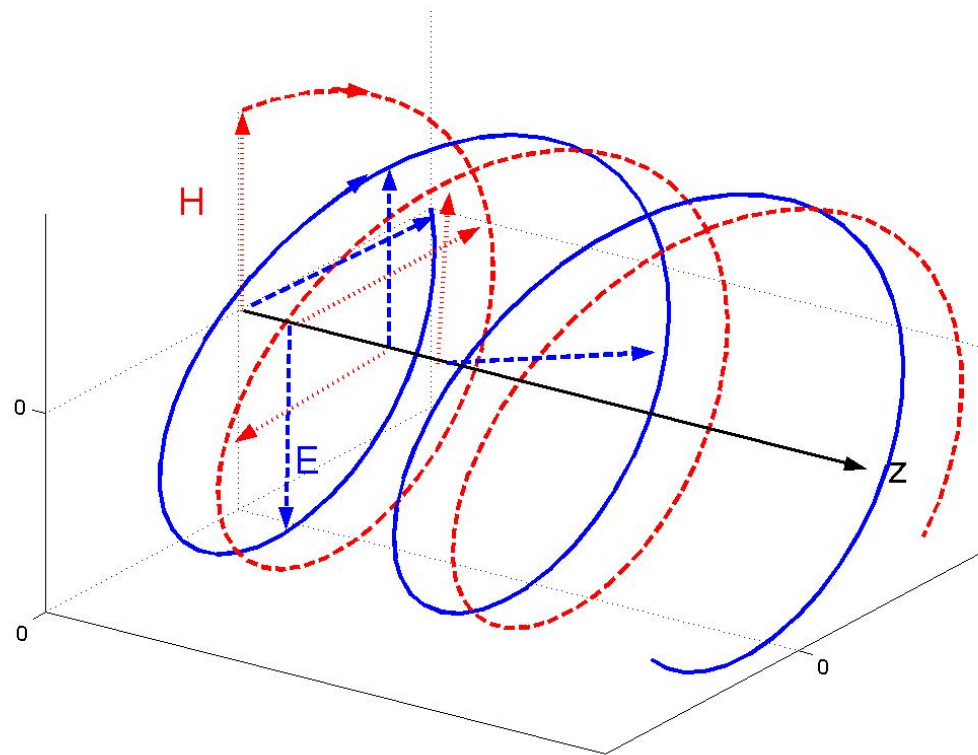


Figure 7: Onda de Polarização Circular Direita (RHCP): o campo \mathbf{E} descreve uma hélice no espaço para um determinado instante t . À medida que o tempo passa a figura se desloca para a direita, e um observador em um plano z qualquer vê um campo elétrico que descreve uma circunferência no sentido anti-horário.

Polarização Circular Esquerda ou Horária

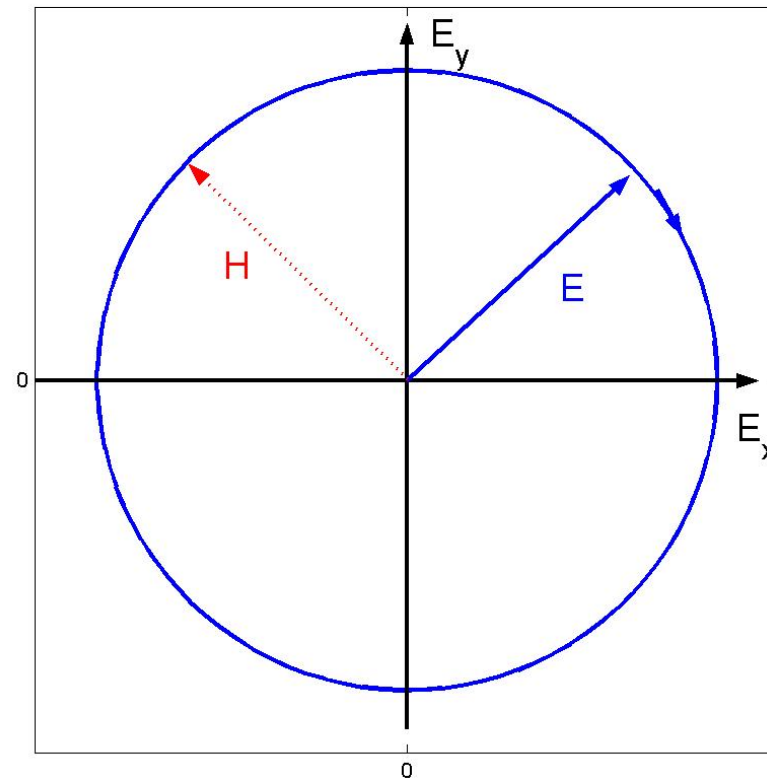


Figure 8: Onda de Polarização Circular Esquerda (LHCP): Um observador em $z = 0$ vendo a onda chegar percebe um campo \mathbf{E} que descreve uma circunferência no sentido horário à medida que o tempo passa.

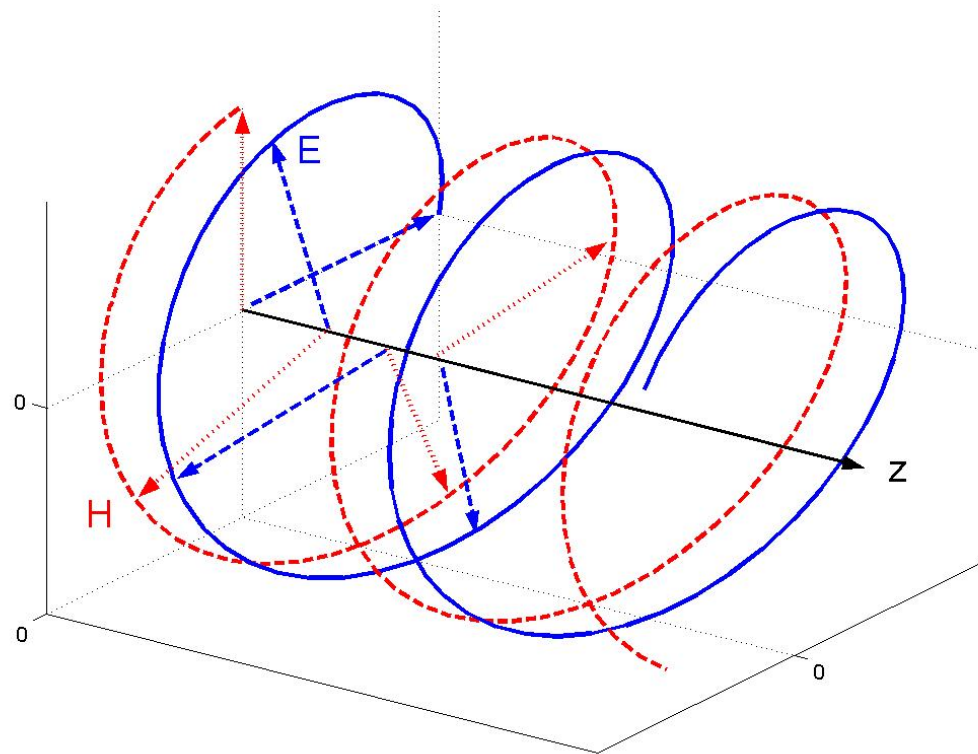
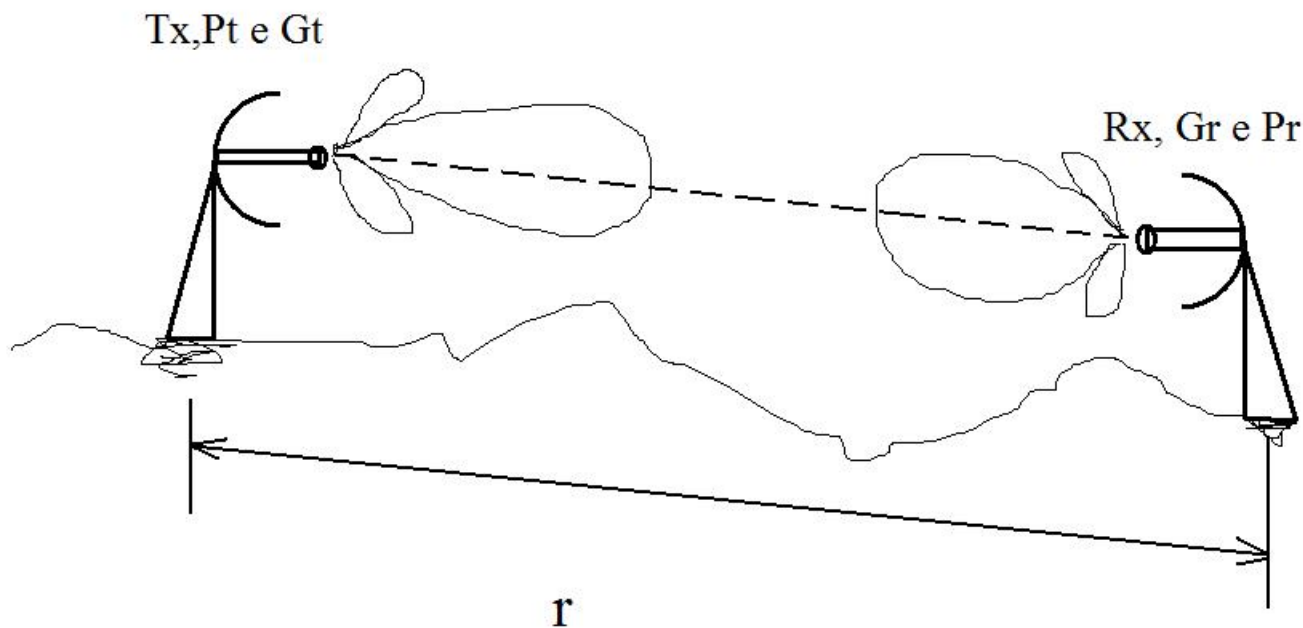


Figure 9: Onda de Polarização Circular Esquerda (LHCP): o campo \mathbf{E} descreve uma hélice no espaço para um determinado instante t . À medida que o tempo passa a figura se desloca para a direita, e um observador em um plano z qualquer vê um campo elétrico que descreve uma circunferência no sentido horário.

A Fórmula de Friis

~> Considere a figura abaixo:



~> A fórmula de Friis relaciona a potência transmitida em um ponto e a potência recebida em outro, em um link de comunicação, em função dos parâmetros do sistema.

Observe que se os lóbulos principais das antenas estão devidamente alinhados a densidade de potência na antena de recepção será dada por:

$$S_{rad} = \frac{P_{EIRP}}{4\pi r^2} = \frac{G_T P_T}{4\pi r^2}$$

sendo r a distância entre as antenas, G_T o ganho máximo da antena transmissora e P_T a potência total transmitida.

↪ Se a antena de recepção tem uma área efetiva, que relaciona-se com o seu ganho, na forma:

$$A_{ef}^R = \frac{G_R \lambda^2}{4\pi}$$

então a potência recebida será dada por:

$$P_R = S_{rad} A_{ef}^R = P_T \frac{G_T G_R \lambda^2}{(4\pi r)^2}$$

↪ A fórmula acima é a fórmula de Friis.

$$P_R = P_T G_T G_R \frac{\lambda^2}{(4\pi r)^2}$$

↪ o termo

$$\frac{\lambda^2}{(4\pi r)^2}$$

é chamado ganho do espaço livre e seu inverso, perda ou atenuação do espaço livre. Representa uma perda de densidade de potência, devido ao decaimento $1/r^2$.

↪ Na prática há outras perdas, como absorção, desalinhamento das antenas, descasamento de polarização, etc, que podemos incluir na forma de um fator de transmissão do sistema, T :

$$T = \eta_{abs} \eta_{pol} \eta_g \eta_{refl}$$

para obter:

$$P_R = P_T G_T G_R \frac{\lambda^2}{(4\pi r)^2} T \quad (28)$$

η_{abs} representa as perdas por absorção no meio de propagação:

$$\eta_{abs} \approx e^{-\alpha r}$$

onde α é a constante de perdas do meio. Em geral a propagação se dá no ar, e as perdas podem ser desprezadas, mas já nas microondas α é bastante dependente da umidade do ar e outros fatores.

η_{pol} está associado ao descasamento das polarizações:

$$\eta_{pol} = |\hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{T}} \cdot \hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{R}}^*|^2$$

η_g corresponde ao desalinhamento dos lóbulos principais, sendo dado por

$$\eta_g = \frac{G_T(\theta, \varphi) G_R(\theta, \varphi)}{G_T G_R} = g_T(\theta, \varphi) g_R(\theta, \varphi)$$

η_{refl} corresponde ao efeito das ondas refletidas:

$$\eta_{refl} = |1 + \sqrt{g_r(\theta, \varphi) g_t(\theta, \varphi)} \Gamma| e^{i\theta_\Gamma} e^{ik\Delta r}|^2$$

onde

\rightsquigarrow Γ é o coeficiente de reflexão no ponto de reflexão especular e Δr é a diferença de caminho entre a onda direta e a onda refletida.

A fórmula de Friis em dB

Podemos passar a expressão (28) para escala em dB:

$$10\log_{10}\left[\frac{P_R}{P_T}\right] = 10\log_{10}\left(G_T G_R \frac{\lambda^2}{(4\pi r)^2} T\right)$$

Utilizando as propriedades de logarítimos temos:

$$G_S = P_R(dBm) - P_T(dBm) = G_T(dBi) + G_R(dBi) + G_{FS}(dB) + T(dB)$$

sendo:

$$G_T(dBi) = 10\log_{10}[G_T] \quad \text{e} \quad G_R(dBi) = 10\log_{10}[G_R]$$

$$T(dB) = 10\log_{10}[T]$$

$$G_{FS}(dB) = 10\log_{10}\left(\frac{\lambda^2}{(4\pi r)^2}\right) = -A_{FS}(dB)$$

Vamos trabalhar a expressão para atenuação do espaço livre (FS=free space):

$$A_{FS}(dB) = -10\log_{10} \left(\frac{\lambda^2}{(4\pi r)^2} \right) = 10\log_{10} \left(\frac{(4\pi r)^2}{\lambda^2} \right)$$

Lembrando que:

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

temos:

$$A_{FS}(dB) = 20\log_{10} \left(\frac{(4\pi r f)^2}{c^2} \right) = 20\log_{10}(4\pi) + 20\log_{10} \left(\frac{(r f)^2}{c^2} \right)$$

Podemos utilizar agora:

$$r(m) = 10^3 r(km) \quad , \quad f(Hz) = 10^6 f(MHz) \quad e \quad c = 3 \times 10^8 m/s$$

Para obter

$$A_{FS}(dB) = 32.44 + 20\log_{10}[r(km)] + 20\log_{10}[f(MHz)] \quad (29)$$

Se a frequência é expressa em GHz tem-se

$$A_{FS}(dB) = 92.44 + 20\log_{10}[r(km)] + 20\log_{10}[f(GHz)] \quad (30)$$

A fórmula de Friis em escala decibel pode ser finalmente escrita como:

$$P_R(dBm) = P_T(dBm) + G_T(dBi) + G_R(dBi) + T(dB) - A_{FS}(dB) \quad (31)$$

onde

$$A_{FS}(dB) = 32.44 + 20\log_{10}[r(km)] + 20\log_{10}[f(MHz)]$$

ou

$$A_{FS}(dB) = 92.44 + 20\log_{10}[r(km)] + 20\log_{10}[f(GHz)]$$

Lembrando que o fator de transmissão T é geralmente negativo, ou seja, representa uma atenuação causada por diversos fatores, que foram citados anteriormente.

Cálculo da Amplitude de Pico do Campo Elétrico

⇒ Muitas vezes é relevante determinar a amplitude máxima do campo elétrico de um sistema radiante.

Da definição de ganho, podemos escrever a densidade de potência radiada como a forma:

$$S_{rad}(r, \theta, \varphi) = \frac{G_T(\theta, \varphi)P_T}{4\pi r^2}$$

Para um observador medindo o campo distante, ou de radiação essa onda deve se parecer a uma onda plana, temos:

$$S_{rad}(r, \theta, \varphi) = \frac{E_0^2}{2Z}$$

onde $E_0(r, \theta, \varphi)$ é a amplitude de pico do campo em módulo, na posição (r, θ, φ) . Z é a impedância característica do meio.

Juntando as equações e utilizando para o ar $Z \approx 377\Omega = 120\pi\Omega$, temos:

$$E_0(r, \theta, \varphi) = \frac{\sqrt{60G_T(\theta, \varphi)P_T}}{r} \quad (32)$$

\Rightarrow O máximo valor de E_0 a uma dada distância r ocorre para os valores (θ, φ) no qual $G_T(\theta, \varphi)$ é máximo.

\rightsquigarrow É importante notar que o valor RMS é dado por $E_0/\sqrt{2}$.

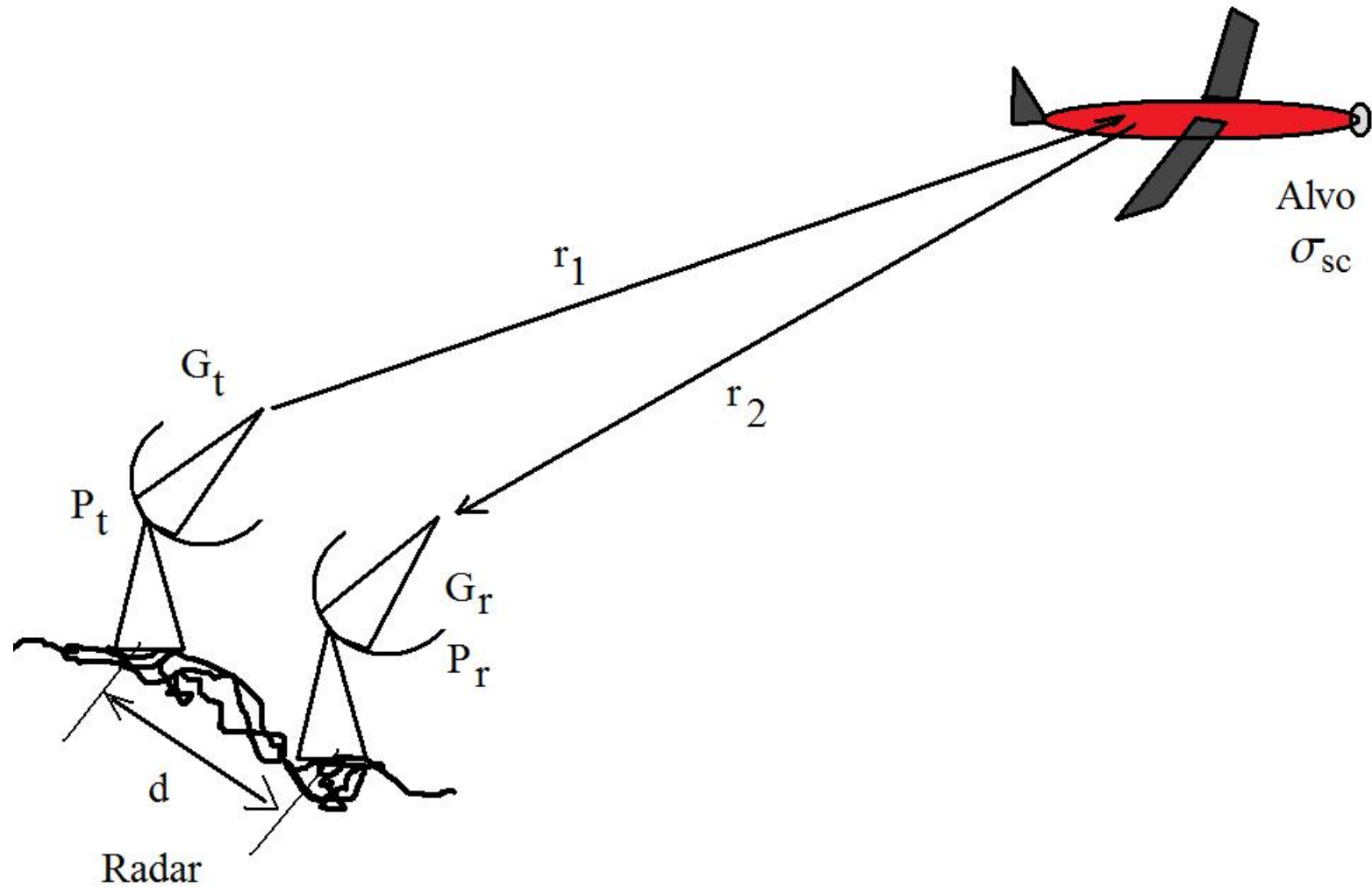
\rightsquigarrow Em um sistema típico de telefonia celular $P_T = 10\text{mW}$, $G_T = 10$ e $r = 1000\text{m}$, de onde tiramos:

$$E_0 = 2.4[\text{mV/m}]$$

É claro que a 100m da antena transmissora esse valor é 10 vezes maior.

A equação do radar

Consideremos um radar conforme a figura abaixo:



→ Se $d \ll r_1, r_2$ então $r_1 \approx r_2 = r$

→ A antena transmissora do radar cria uma densidade de potência no alvo dada por:

$$S_{rad} = \frac{G_T P_T}{4\pi r^2}$$

→ O alvo é caracterizado por sua seção de choque ou seção de espalhamento (scattering cross section), em m^2 , σ_{sc} . Na prática σ_{sc} é função da direção, mas vamos assumir o valor médio. O alvo então coleta uma certa quantidade de potência. Se não houverem perdas essa potência será espalhada pelo alvo. Aqui vamos assumir que seja de forma isotrópica tal que:

$$P_{sc} = S_{rad} \sigma_{sc}$$

gerando assim uma densidade de potência espalhada na região da antena receptora, dada por:

$$S_{sc} = \frac{S_{rad} \sigma_{sc}}{4\pi r^2} = \frac{G_T P_T \sigma_{sc}}{(4\pi)^2 r^4}$$

A antena receptora tem uma certa área efetiva $A_{ef} = G_R \lambda^2 / (4\pi)$, de tal forma que:

$$P_R = \frac{P_T G_T G_R \sigma_{sc} \lambda^2}{(4\pi)^3 r^4} \quad (33)$$

Em geral os radares operam com uma única antena para transmitir e receber de tal forma que $G_T = G_R = G$. Nesse caso podemos estimar o alcance do radar:

$$r_{\max} = \left(\frac{P_T G^2 \lambda^2 \sigma_{sc}}{P_R (4\pi)^3} \right)^{1/4} \quad (34)$$

onde P_R é a mínima potência que deve ser recebida pelo sistema receptor, conhecida como sensibilidade do receptor.

Um radar pode detectar tanto posição quanto velocidade do alvo. A distância do alvo é simplesmente dada por:

$$r = \frac{c\Delta t}{2}$$

onde Δt é o tempo transcorrido entre a emissão de um pulso de radar e o sinal recebido.

Já a velocidade é obtida por efeito Doppler:

$$\Delta f = \pm 2\frac{v}{c}f_0$$

onde Δf é um desvio de frequência em relação a uma portadora f_0 , positivo se o alvo se aproxima e negativo se o alvo se afasta. A expressão acima é válida quando $v \ll c$.

Impedância de Antena

A impedância de uma antena caracteriza-a como elemento de circuito e é dada por:

$$Z_A = R_{rad} + R_{ohm} + iX_A \quad (35)$$

sendo

$\rightsquigarrow R_{rad}$ a resistência de radiação.

$\rightsquigarrow R_{ohm}$ a resistência de perdas por efeito Joule, etc.

$\rightsquigarrow X_A$ é a reatância da antena, que está associada ao campo eletromagnético armazenado, ou seja, o campo próximo.

Lembrando que:

$$P_A = \frac{1}{2} Z_A |I_0|^2$$

onde I_0 é a corrente de pico aplicada à antena no ponto de alimentação, temos:

$$P_{rad} = \frac{1}{2} R_{rad} |I_0|^2$$

Invertendo a relação acima, podemos escrever:

$$R_{rad} = \frac{2P_{rad}}{|I_0|^2} = \frac{2}{|I_0|^2} \int_{\Omega} r^2 S_{rad}(r, \theta, \varphi) d\Omega \quad (36)$$

Exercício: Encontre a resistência de radiação do dipolo curto. A resposta é dada abaixo:

$$R_{rad} = 20\pi^2 \left(\frac{d}{\lambda} \right)^2 \text{ Ohms}$$

A resistência de perdas é dada por:

$$R_{ohm} = \frac{1}{|I_0|^2} \int_{V'} \mathbf{J} \cdot \mathbf{E}^* dV' = \frac{1}{\sigma |I_0|^2} \int_{V'} \mathbf{J} \cdot \mathbf{J}^* dV' \quad (37)$$

onde V' é o volume da antena.

Exercício: Mostre que para o dipolo curto de comprimento d , se a onda tem comprimento de penetração no condutor dado por:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}$$

e o raio do condutor vale a tem-se:

$$R_{ohm} = \frac{d}{6\pi a} \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}}$$

A reatância de uma antena representa a energia armazenada pela mesma, e no regime harmônico é dada por:

$$X_A = \frac{4\omega}{|I_0|^2} \int_{V'} (w_m - w_e) dV' \quad (38)$$

sendo:

$$w_m = \frac{1}{4} \mu \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}^* \quad (39)$$

$$w_e = \frac{1}{4} \epsilon \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^* \quad (40)$$

\mathbf{E} e \mathbf{H} representam o campo próximo.

Uma expressão para o dipolo elétrico curto é dada por:

$$X_A = -\frac{120}{\pi(d/\lambda)} \left[\ln \left(\frac{d}{2a} - 1 \right) \right] \text{ Ohms}$$

Uma vez que a parcela reativa pode ser compensada, em princípio a eficiência de uma antena está relacionada à parte resistiva da sua impedância. Vejamos:

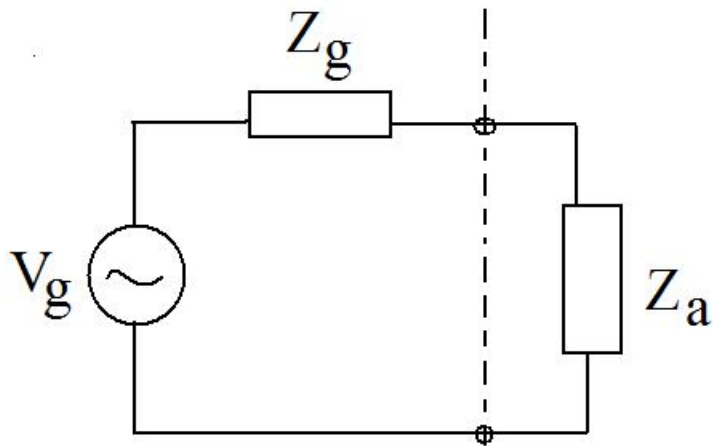
$$\eta = \frac{P_{rad}}{P_{in}} = \frac{P_{rad}}{P_{rad} + P_{ohm}}$$

de onde resulta:

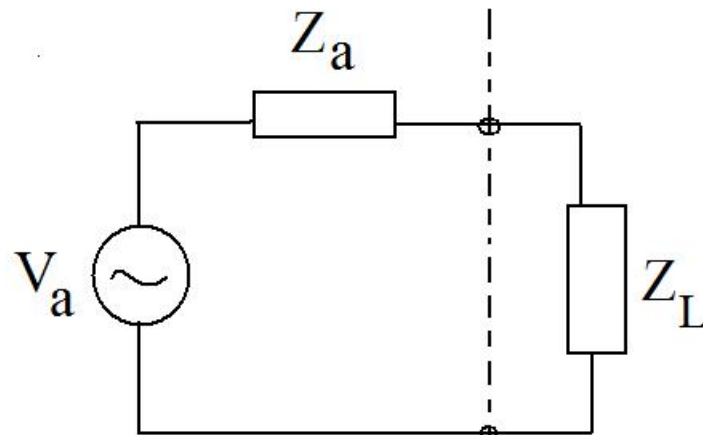
$$\eta = \frac{R_{rad}}{R_{rad} + R_{ohm}}$$

↷ Observe que para o dipolo elétrico $R_{rad} \propto \omega^2$ e $R_{ohm} \propto \sqrt{\omega}$ e portanto para frequências mais altas predomina a resistência de radiação, fazendo com que $\eta \rightarrow 1$.

Circuitos Equivalentes e Casamento de Impedância



a) Circuito equivalente de Transmissão



b) Circuito Equivalente de Recepção

Lembrando que:

↪ O teorema da máxima transferência de potência exige que para a antena transmissora:

$$Z_A = Z_G^*$$

enquanto que para a recepção:

$$Z_A = Z_L^*$$

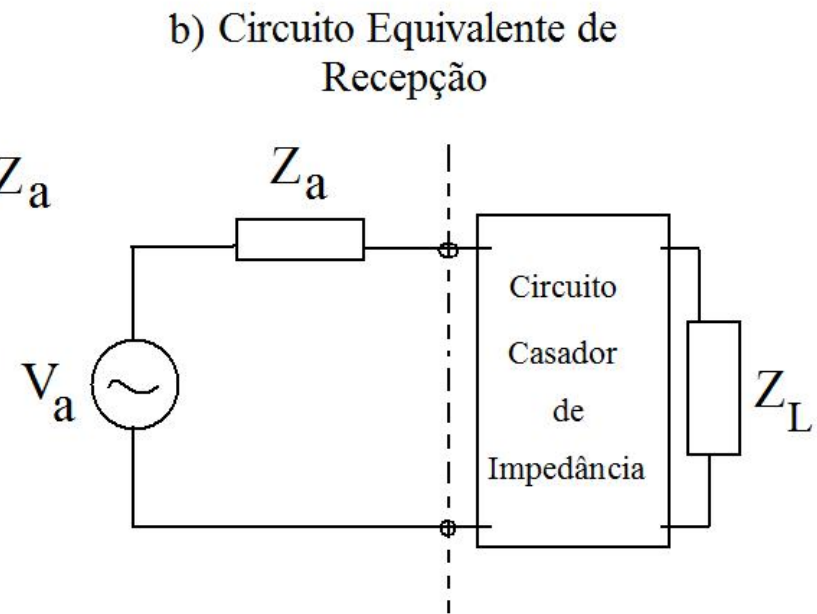
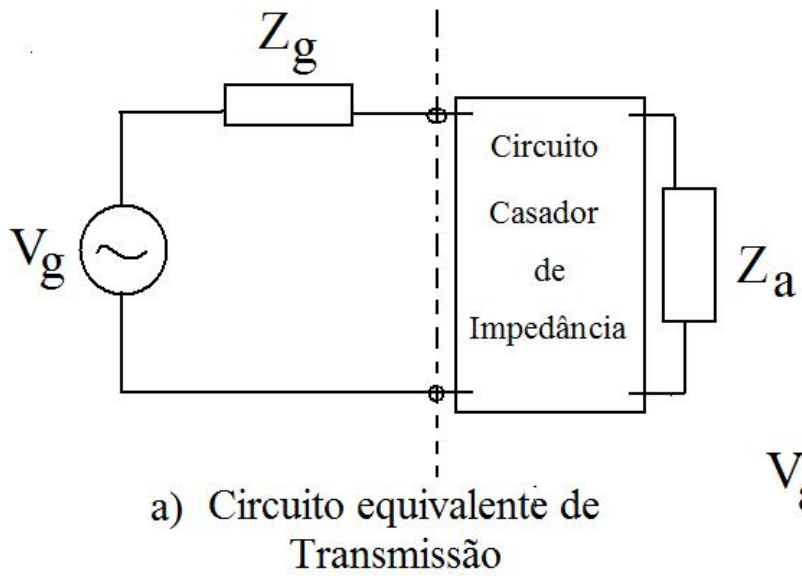
↪ Para antenas filamentosas, como o dipolo, atuando como receptoras, a tensão induzida na antena é dada por:

$$V_A = - \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

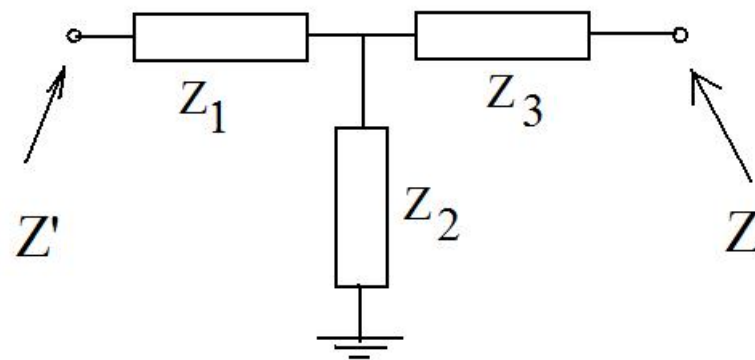
enquanto em antenas magnéticas pode-se obter a tensão induzida na antena pela lei de Faraday:

$$V_A = - \frac{d}{dt} \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{a}$$

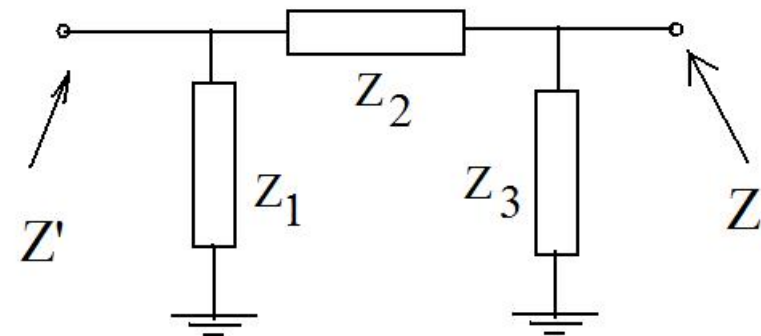
↪ Em geral é necessário algum circuito de casamento para cumprir o teorema de máxima transf. de potência



Os circuitos de casamento de impedância usuais podem se utilizar de transformadores, bem como das configurações abaixo:



a) Circuito T



b) Circuito Pi

Considerações sobre Ruído

~> Qualquer sistema físico real apresenta um nível de ruído que se superpõem ao sinal desejado, produzindo um prejuízo à performance do sistema.

~> Uma antena em um sistema de comunicação ou radar, captura, além dos sinais desejados, outros sinais que estão presentes no espaço, e que muitas vezes situam-se na mesma faixa espectral de atuação da antena.

~> Dentre as fontes de ruído para uma antena podemos citar como principais o céu (o sol é fonte de ruído branco), o solo, fontes construídas pelo homem, e o próprio ruído térmico interno da antena.

↪ É usual definir a potência de ruído a partir de uma temperatura efetiva de ruído. Para o caso da antena tem-se:

$$P_N = k_B \cdot T_A \cdot \Delta f$$

onde:

↪ P_N é a potência de ruído (noise);

↪ $k_B = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K é a constante de Boltzmann

↪ Δf é a largura espectral do sistema

Para os sinais externos, podemos definir a temperatura efetiva da antena na forma:

$$T_A = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} T(\theta, \varphi) G(\theta, \varphi) d\Omega \quad (41)$$

ou , através de uma simplificação:

$$T_A = \eta_{ceu} T_{ceu} + \eta_{solo} T_{solo}$$

sendo η_{ceu} e η_{solo} valores relativos entre 0 e 1. Usualmente:

$$T_{ceu} = 3 - 10K$$

$$T_{solo} = 290K$$

Levando-se em conta todo o ruído do sistema podemos definir:

$$T_N = T_A + T_{sys}$$

e então

$$P_N = k_B \cdot T_N \cdot \Delta f \quad (42)$$

Para avaliar o desempenho de um sistema é usual utilizar a relação sinal ruído:

$$SNR = \frac{P_R}{P_N}$$

onde P_R é a potência recebida pela antena.

$$P_R = P_T \frac{G_T G_R \lambda^2}{(4\pi r)^2}$$

de forma que:

$$SNR = \frac{P_T G_T G_R}{k_B T_N (\Delta f)} \frac{\lambda^2}{(4\pi r)^2} \quad (43)$$

Utilizando o Teorema de Shannon, obtém-se um valor limite para a taxa de transmissão:

$$C = \Delta f \log_2(1 + SNR) \text{ bits/sec} \quad (44)$$

↷ se a taxa de repetição R cumpre com $R < C$ então haverá algum código de transmissão que permite ao sistema operar corretamente.

O valor máximo é dado por:

$$R = \frac{1}{(E_b/E_N)} \frac{P_T G_T G_R}{k_B T_N} \frac{\lambda^2}{(4\pi r)^2} \quad (45)$$

onde E_b é a energia disponível por bit e $E_N = k_B T_N$.