UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ - UFPR
Setor de Tecnologia
Departamento de Engenharia Elétrica

5^a LISTA DE EXERCÍCIOS

Disciplina: TE053 - Ondas Eletromagnéticas

Professor: César Augusto Dartora[1]

***1)** Explique de maneira simples (diga quais estão associados à característica espacial da onda e quais à característica temporal), com as observações que achar pertinentes os seguintes fenômenos que ocorrem com uma onda eletromagnética:
a) Difração;
b) Dispersão;
c) Atenuação e absorção.

***2)** Em um guia de onda, o que representa um modo de propagação? Por que surgem modos distintos de propagação?

3) Em um sistema de microondas operando a 900MHz, a onda de tensão que se propaga em um cabo coaxial de impedância característica $Z_0 = 50$ ohms e dielétrico de permissividade relativa $\varepsilon_r = 2.25$ é dada por:

$$V(z,t) = 25e^{i(\omega t-\beta z)} + 10e^{i(\omega t+\beta z)} \quad \text{volts .}$$

Por simplicidade vamos desprezar atenuação no cabo. A onda refletida pela carga Z_L conectada ao final do cabo é desviada do gerador através de um circulador, para uma carga muda de valor 50ohms. Determine:
a) A onda de corrente $I(z,t)$ no guia.
b) O coeficiente de reflexão Γ_0 em $z = 0$.
c) A impedância de carga Z_L, se o cabo coaxial tem um comprimento $l = 1$m. na frequência de operação.
d) A potência dissipada na carga Z_L.

4) Considere uma antena monopolo de meia onda cuja impedância vale aproximadamente $Z_A = 36+i21\ \Omega$ operando em $f = 100$MHz, determine:
a) o coeficiente de reflexão quando a mesma é conectada a uma linha de impedância característica $Z_0 = 75\ \Omega$.
b) a impedância vista pelo gerador se a antena é conectada através de um cabo coaxial $Z_0 = 75\Omega$, $\varepsilon_r = 2.25$ e comprimento do cabo $l = 10$m.

***5)** Calcule a mínima frequência de corte para um guia retangular com dimensões $a = 3$ cm e $b = 1.5$ cm. Faça o mesmo para um guia metálico circular de raio $a = 1$ cm. Para o modo fundamental do guia retangular (TE_{10}) calcule o coeficiente de atenuação, α:

$$\alpha = -\frac{1}{2P}\frac{dP}{dz} \tag{1}$$

$$P_{(TE)} = \frac{1}{2}\frac{\omega\mu\beta}{(k^2-\beta^2)}\int |\Psi|^2\, dx\, dy \tag{2}$$

[1]cadartora@eletrica.ufpr.br

$$-\frac{dP}{dz} = \frac{1}{2\sigma\delta}\oint |\mathbf{n}\times\mathbf{H}|^2 dl$$
$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu\omega\sigma}}$$

A função do modo fundamental TE é dada por:

$$\Psi_{TE10} = H_z = H_0 \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) \tag{3}$$

e

$$\mathbf{H}_\perp = \frac{-i\beta}{k^2-\beta^2}\nabla_\perp\Psi \tag{4}$$

Se $\sigma = 5.7\times10^7\Omega^{-1}m^{-1}$, e $\mu_r = 1$, $\varepsilon_r = 1$, calcule as perdas para uma frequência ω exatamente no ponto médio entre a frequência de corte fundamental e a frequência de corte do segundo modo. Qual o espaçamento entre os regeneradores de sinal?

6) Para um guia retangular com dimensões $a = 3$ cm e $b = 1$ cm, sendo a a dimensão em relação ao eixo x e b em relação ao eixo y determine

a) a frequência de corte, ou $f_c = \omega_c/(2\pi)$ do modo fundamental e as frequências de corte para os modos superiores.

b) Para o modo fundamental do guia retangular (TE_{10}) calcule os campos transversais uma vez que a função do modo fundamental TE é dada por:

$$\Psi_{10}^{TE} = H_z = H_0\cos\left(\frac{\pi x}{a}\right)e^{i(\omega t - k_z z)} \tag{5}$$

e para obter os campos transversais TE consulte o formulário.

c) Determine o segundo modo e sua a frequência de corte, bem como as expressões para os campos do segundo modo do guia. O segundo modo é um modo TE ou TM?

d) Calcule o valor do coeficiente de atenuação, α, para o modo fundamental. O coeficiente de perdas para o modo TE_{10} é dado pela expressão mostrada abaixo:

$$\alpha = \frac{R_S}{bZ\sqrt{1-\omega_c^2/\omega^2}}\left(1 + \frac{2b}{a}\frac{\omega_c^2}{\omega^2}\right)$$

onde Z é a impedância do meio que preenche o guia,

$$R_S = \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}}$$

e ω_c é a frequência de corte do modo fundamental. Faça $\sigma = 5\times10^7\Omega^{-1}m^{-1}$, e $\mu_r = 1$, $\varepsilon_r = 1$, e calcule as perdas para uma frequência ω exatamente no ponto médio entre a frequência de corte fundamental e a frequência de corte do segundo modo. Qual deve ser o espaçamento entre os regeneradores de sinal?

e) Qual é a velocidade de grupo para a propagação na frequência utilizada no item anterior?

f) O que são modos de propagação evanescentes? E os modos propagantes o que significam? O que é propagação monomodo, multimodo e dispersão modal?

7) Calcule o coeficiente de perdas de um cabo coaxial de raio interno a e externo b. Para $a = 0.406$mm e $b = 1.548$mm, sendo $\sigma = 5\times10^7\Omega^{-1}m^{-1}$, $\mu_r = 1$, e preenchido de polietileno cuja permissividade relativa é $\varepsilon_r = 2.25$. Determine então o espaçamento necessário entre os regeneradores de sinal. Determine também o fator de velocidade c/c_0, a impedância característica, a indutância e a capacitância por unidade de comprimento para este guia, que é na verdade uma linha de transmissão pois comporta os modos TEM. Veja os Exemplos 9.4.1 até 9.4.3 do capítulo 9 do livro de Orfanidis. (Fórmula de perdas em um cabo coaxial é dada na apostila.)

8) Calcule as frequências de ressonância para um cavidade ressonante circular de dimensões raio $R = 3$cm e comprimento $d = 5$ cm. Qual é o modo fundamental? Discuta o efeito das perdas, devido ao fato de que o condutor não é perfeito nas paredes, para a frequência de ressonância. Calcule a largura de linha na frequência fundamental ω_0, já que o fator de mérito $\omega_0/\Delta\omega = Q = 20$ para a cavidade.

***9)** A cavidade conhecida como ressoador de Fabri-Perot e constituída de dois espelhos paralelos tem importantes aplicações em óptica, na obtenção do efeito laser. Para haver *lasing* (poder gerar um feixe de luz intenso e coerente) um dos requisitos é que o meio material entre os espelhos apresente ganho suficiente para compensar as perdas no comprimento de ondas de interesse e esse meio é dito ativo. Consideremos que o meio entre dois espelhos satisfaça esse primeiro requisito, ou seja, apresente ganho numa faixa de comprimentos de onda de interesse. Dessa forma a seleção da frequência (ou comprimento de onda) correta de laser deverá ser feita através do ajuste da distância d entre os espelhos. Entre os espelhos haverá a propagação de ondas eletromagnéticas em ambos os sentidos (onda propagante e onda refletida). Um dos espelhos é sempre um refletor perfeito $R \approx 1$ enquanto o outro tem uma refletividade menor, cerca de $R = 0.7$, para deixar uma parte da energia contida na cavidade passar para fora, constitindo o feixe de laser desejado. Para fins de análise, consideremos que o ganho do meio ativo compense exatamente as perdas condutivas no material e as perdas nos espelhos, de forma que possamos tratar ambos os espelhos como condutores perfeitos $\sigma \to \infty$, $R = 1$. Adota-se um sistema de coordenadas em que o eixo z é o eixo de propagação das ondas entre os dois espelhos perfeitamente paralelos entre si. O primeiro espelho é o plano $z = 0$ e o segundo espelho é o plano $z = d$ e podemos representar o campo elétrico entre os espelhos na forma

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_i + \mathbf{E}_r = (E_i e^{i(\omega t - kz)} + E_r e^{i(\omega t + kz)})\hat{\mathbf{a}}_\mathbf{x}$$

onde E_i é a amplitude do campo propagante no sentido positivo do eixo z e E_r do campo propagante no sentido oposto.

a) Lembrando que o campo elétrico tangencial à uma superfície condutora perfeita deve se anular sobre a superfície, encontre as relações entre E_i e E_r e as condições sobre o número de onda $k = 2\pi/\lambda$ para satisfazer às condições de contorno impostas. Uma vez encontrada a forma do campo elétrico, determine o campo magnético na cavidade.

b) Para um material com índice de refração $n = \sqrt{\varepsilon_r} \approx 1$ e ativo na faixa de $692.00nm < \lambda < 692.20nm$ colocado entre os dois espelhos com distância de separação $d = 1$cm, determine quantos e quais são os comprimentos de onda excitados na cavidade assumindo que todos os comprimentos de onda possíveis entre o mínimo e o máximo da faixa ativa sejam excitados.

Obs.: $1nm = 10^{-9}m$

10) Para um guia retangular com dimensões $a = 2.3$ cm e $b = 1.15$ cm, sendo a a dimensão em relação ao eixo x e b em relação ao eixo y determine

a) as frequências de corte, ou $f_c = \omega_c/(2\pi)$ do modo fundamental TE_{10} e do modo seguinte TE_{01}.

b) Para o modo fundamental do guia retangular (TE_{10}) determine os campos transversais uma vez que a função do modo fundamental TE é dada por:

$$\Psi_{10}^{TE} = H_z = H_0 \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{i(\omega t - k_z z)} \tag{6}$$

e esboce o gráfico do campo elétrico E_y (para obter os campos transversais TE consulte o formulário).

c) Qual é impedância do guia e a velocidade de grupo para a propagação na frequência do ponto médio entre a frequência de corte do modo fundamental e a do modo seguinte?

d) Em poucas palavras: O que são modos de propagação evanescentes? E os modos propagantes o que significam? O que é propagação monomodo, multimodo e dispersão intermodal?

11) Deduza as equações de linhas de transmissão. Discuta as semelhanças e diferenças das linhas de transmissão com relação aos guias metálicos ocos.

12) Resolva os Problemas dos Capítulos 12 e 13 do livro Elementos do Eletromagnetismo, M.N.O. Sadiku.

***13)** O que são fibras ópticas? Discuta os fundamentos físicos e aplicações das mesmas.