

TE069-Física de Semicondutores

## 6- FÍSICA DOS SEMICONDUTORES - PARTE 2

PROF. CÉSAR AUGUSTO DARTORA - UFPR

E-MAIL: CADARTORA@ELETRICA.UFPR.BR

CURITIBA-PR

## Roteiro do Capítulo:

- Processos de Difusão, Relação de Einstein
- Efeitos Termoelétricos: Efeito Seebeck e Peltier
- A Junção PN: Análise Eletrostática
- A Junção PN: Característica I-V, Efeito Retificador do Diodo

## Processos de Difusão, Relação de Einstein

↪ Consideremos por simplicidade um gás ideal clássico de partículas cuja equação de estado nos dá para a pressão  $P$ :

$$P = nk_B T ,$$

onde  $n$  é a densidade do gás e  $T$  a sua temperatura.

↪ Se as partículas tem carga  $q$  e massa  $m$  então podemos escrever uma densidade de momentum e densidade de cargas na forma:

$$\rho = nq \quad , \quad \vec{P} = mn\mathbf{v} .$$

Densidade de forças de pressão tomam a forma  $\vec{F} = -\nabla P$ .

- Esta é uma aproximação válida para apenas um tipo de portador presente.

- A segunda lei de Newton para um fluído é dada na seguinte forma:

$$\frac{d\vec{\mathcal{P}}}{dt} = m \frac{d}{dt}(n\mathbf{v}) = qn\mathbf{E} - \frac{mn\mathbf{v}}{\tau} - \nabla(nk_B T) , \quad (1)$$

enquanto que a conservação de carga e massa podem ser escritas na forma:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\mathbf{v}) = 0 \quad (2)$$

e o campo eletrostático gerado por uma distribuição de cargas  $\rho$  satisfaz a lei de Gauss dada abaixo:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{nq}{\epsilon} . \quad (3)$$

No regime estacionário para a segunda lei de Newton temos  $d(n\mathbf{v})/dt = 0$ :

$$qn\mathbf{E} - \frac{mn\mathbf{v}}{\tau} - \nabla(nk_B T) = 0$$

- A solução estacionária para o produto  $n\mathbf{v}$  resulta em:

$$n\mathbf{v} = \frac{q\tau n}{m}\mathbf{E} - \frac{\tau}{m}\nabla(nk_B T) = \mu n\mathbf{E} - \frac{\tau}{m}\nabla(nk_B T)$$

onde  $\mu = q\tau/m$  é a mobilidade da partícula no gás.

- Se a temperatura não varia com a posição, e lembrando ainda que a densidade de corrente elétrica é dada por  $\mathbf{J} = qn\mathbf{v}$ , temos dois termos na equação acima:

$$\mathbf{J} = \mu q n \mathbf{E} - \frac{q\tau k_B T}{m} \nabla n = \sigma \mathbf{E} - q D_n \nabla n$$

↷ Definiu-se o coeficiente de difusão através da expressão  $D_n = k_B T \tau / m$ .

↷ O primeiro termo  $\mathbf{J}_e = \sigma \mathbf{E}$  é denominado corrente de deriva, e deve-se à presença do campo elétrico  $\mathbf{E}$ , sendo  $\sigma = \mu q n$  a condutividade elétrica;

↷ O segundo termo é denominado corrente de difusão,

$$\mathbf{J}_d = -q D_n \nabla n$$

e vai na direção de maior para menor concentração de cargas.

## Relação de Einstein:

Observando que  $D_n = k_B T \tau / m$  e  $\mu = q \tau / m$  podemos escrever:

$$D_n = \frac{\mu k_B T}{q} .$$

↪ Esta última é denominada relação de Einstein e conecta a mobilidade dos portadores com o coeficiente de difusão.

↪ Uma vez que  $\mathbf{J} = \mathbf{J}_e + \mathbf{J}_d$ , podemos utilizar a equação de continuidade, para obter:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\nabla \cdot [\mu n \mathbf{E} - D_n \nabla n]$$

↪ Esta é a equação de difusão de um gás à temperatura constante:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\nabla \cdot (\mu n \mathbf{E}) + D_n \nabla^2 n , \quad (4)$$

- O regime estacionário é atingido quando  $\partial n / \partial t \rightarrow 0$ .

- Se não há campo elétrico externo aplicado a dens. de corrente total deve se anular, ou seja  $\mathbf{J} = 0$ .
- A corrente de difusão compensa a corrente de deriva resultante do campo elétrico interno criado pelo gradiente de densidade de cargas.

$$\mathbf{J} = \mu q n \mathbf{E} - q D_n \nabla n = 0 ,$$

Lembrando que na eletrostática  $\mathbf{E} = -\nabla\phi$ , onde  $\phi$  é o potencial eletrostático, obtemos:

$$\nabla\phi = -\frac{D_n}{\mu n} \nabla n = -\frac{D_n}{\mu} \nabla \ln n$$

Da relação de Einstein  $D_n/\mu = k_B T/q$  e obtemos:

$$n = n_0 e^{-q\phi/(k_B T)} \quad (5)$$

↪ Como o potencial é definido a menos de uma constante, podemos escolher a situação em que  $n_0 = n_i$  é a concentração de portadores no regime intrínseco.

## Efeitos Termoelétricos: Efeito Seebeck e Peltier

• Ao contrário do efeito Joule (que é irreversível), os efeitos termoelétricos descobertos por Seebeck e Peltier independentemente, são processos termodinâmicos reversíveis.

• Voltemos à solução estacionária para a densidade de corrente elétrica,  $\mathbf{J} = nq\mathbf{v}$ :

$$\mathbf{J} = \mu q n \mathbf{E} - \frac{q\tau}{m} \nabla (nk_B T) .$$

Admitindo-se que a temperatura é função da posição:

$$\mathbf{J} = \sigma_0 \mathbf{E} - qD_n \nabla n - \mu n k_B \nabla T . \quad (6)$$

• A lei de Fourier para o transporte de calor é dada por:

$$\mathbf{w} = -\kappa \nabla T , \quad (7)$$

onde  $\kappa$  é a condutividade térmica do material e

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{w} = \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} , \quad (8)$$

onde  $Q$  é a densidade de energia térmica armazenada localmente.



- *Efeito Seebeck*: corresponde ao estabelecimento de uma diferença de potencial devido ao gradiente de temperatura em um material:

Considerando  $\mathbf{J} = 0$  e  $\nabla n \approx 0$  obtemos:

$$\mathbf{E} = S\nabla T, \quad (9)$$

- O coeficiente de Seebeck para o gás ideal é dado por:

$$S = \frac{\mu n k_B}{\sigma_0} = \frac{k_B}{q}. \quad (10)$$

- Observe que  $S$  depende do sinal da carga e nesse caso a medida da diferença de potencial induzida por gradiente de temperatura permite determinar o tipo de portador majoritário em um material semiconductor.  $|S| = 86\mu\text{V}/\text{K}$  para  $|q| = e$ .

- Na prática, para um gás não-ideal  $S$  depende de outros fatores e desvia-se do valor acima. Em semicondutores tipicamente está na faixa de alguns mV/K, em módulo.

- *Efeito Peltier*: é o inverso do efeito Seebeck e corresponde ao surgimento de gradiente de temperatura com a aplicação de uma diferença de potencial que produz uma corrente elétrica no meio.

Consideremos a equação de conservação de energia e fazendo  $\nabla n \approx 0$ :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} - \nabla \cdot \mathbf{w} = \sigma_0 \mathbf{E}^2 - \mu n k_B \mathbf{E} \cdot \nabla T + \kappa \nabla^2 T .$$

Escrevendo  $\mathbf{E} = \mathbf{J}/\sigma_0$ :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\mathbf{J}^2}{\sigma_0} - \frac{\mu n k_B}{\sigma_0} \mathbf{J} \cdot \nabla T + \kappa \nabla^2 T ,$$

- O primeiro termo é o efeito Joule, que é irreversível, pois independente do sinal de  $\mathbf{J}$ . O terceiro termo é o transporte de calor por condução térmica. O segundo termo é o efeito de Thomson, reversível, pois muda de sinal se mudarmos a direção da corrente ou do gradiente de temperatura.

- Para generalizar o resultado no caso mais geral de um gás não-ideal ou outro sistema fluído, podemos substituir  $\mu n k_B / \sigma_0$  pelo coeficiente de Thomson  $\mu_{Th}$ :

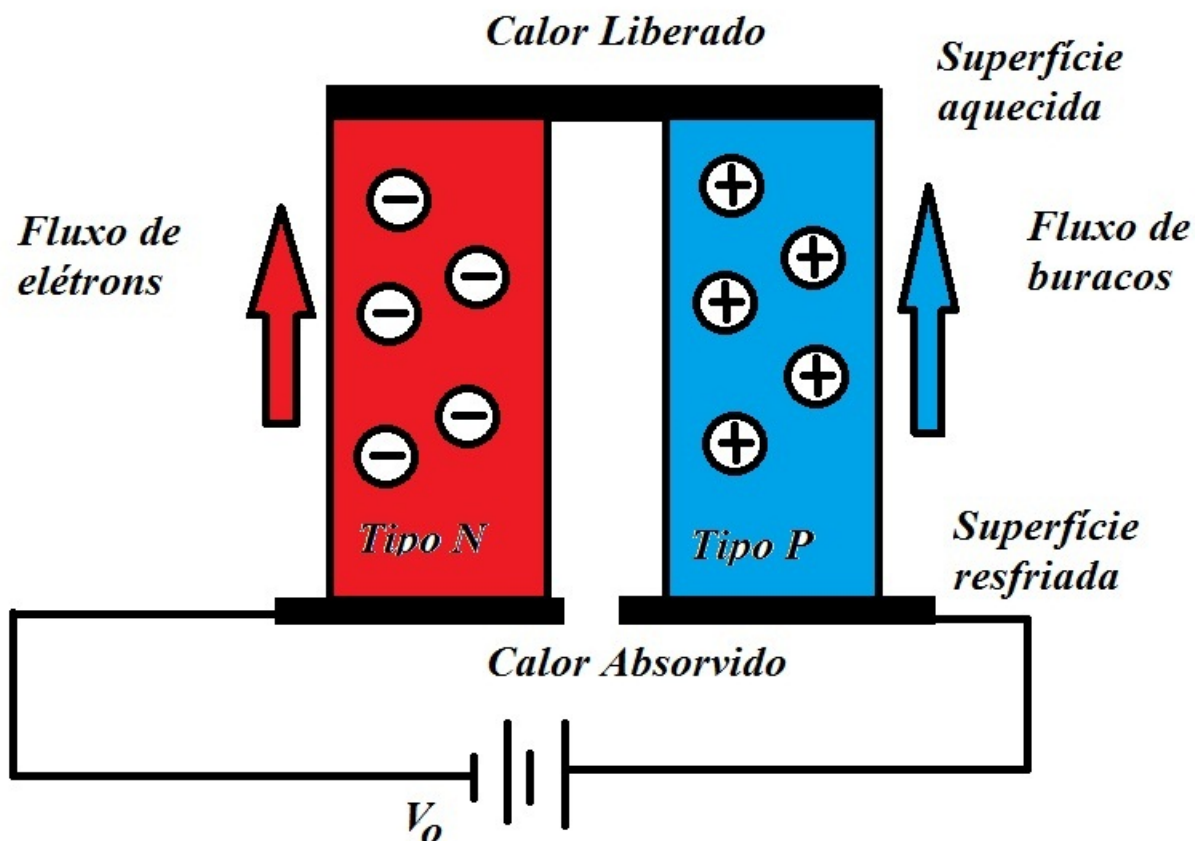
$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\mathbf{J}^2}{\sigma_0} - \mu_{Th} \mathbf{J} \cdot \nabla T + \kappa \nabla^2 T \quad (11)$$

- Considerando o termo de Thomson para um contato entre dois materiais distintos, podemos integrar a região de contato sobre uma superfície fechada, próxima à interface entre os dois materiais:

$$\int_V \dot{Q}_{Th} dV = - \int \mu_{Th} \mathbf{J} \cdot \nabla T dV = \oint \mu_{Th} T \mathbf{J} \cdot d\mathbf{A} = (\Pi_a - \Pi_b) I.$$

onde  $\Pi = \mu_{Th} T = ST$  é denominado coeficiente de Peltier e  $I = JA$  é a corrente que atravessa o contato.

Esquema típico de dispositivo Peltier utilizado em refrigeração termoelétrica:



Telureto de bismuto ( $\text{Bi}_2\text{Te}_3$ ): Semicondutor tipicamente utilizado, cujos valores de  $S$  podem ter mesmo módulo e sinais contrários.  $|S| = 2 \times 10^{-4}$  V/K, podendo ser positivo (tipo p) ou negativo (tipo n). Condutividade elétrica  $\sigma = 10^3$  S/cm e térmica  $\kappa = 1.5 \times 10^{-2}$  W/cm/K.

## Injeção de Portadores, Geração e Recombinação

- É possível injetar portadores de carga em um semicondutor. Por exemplo elétrons podem ser injetados no semicondutor a partir de um contato metálico.

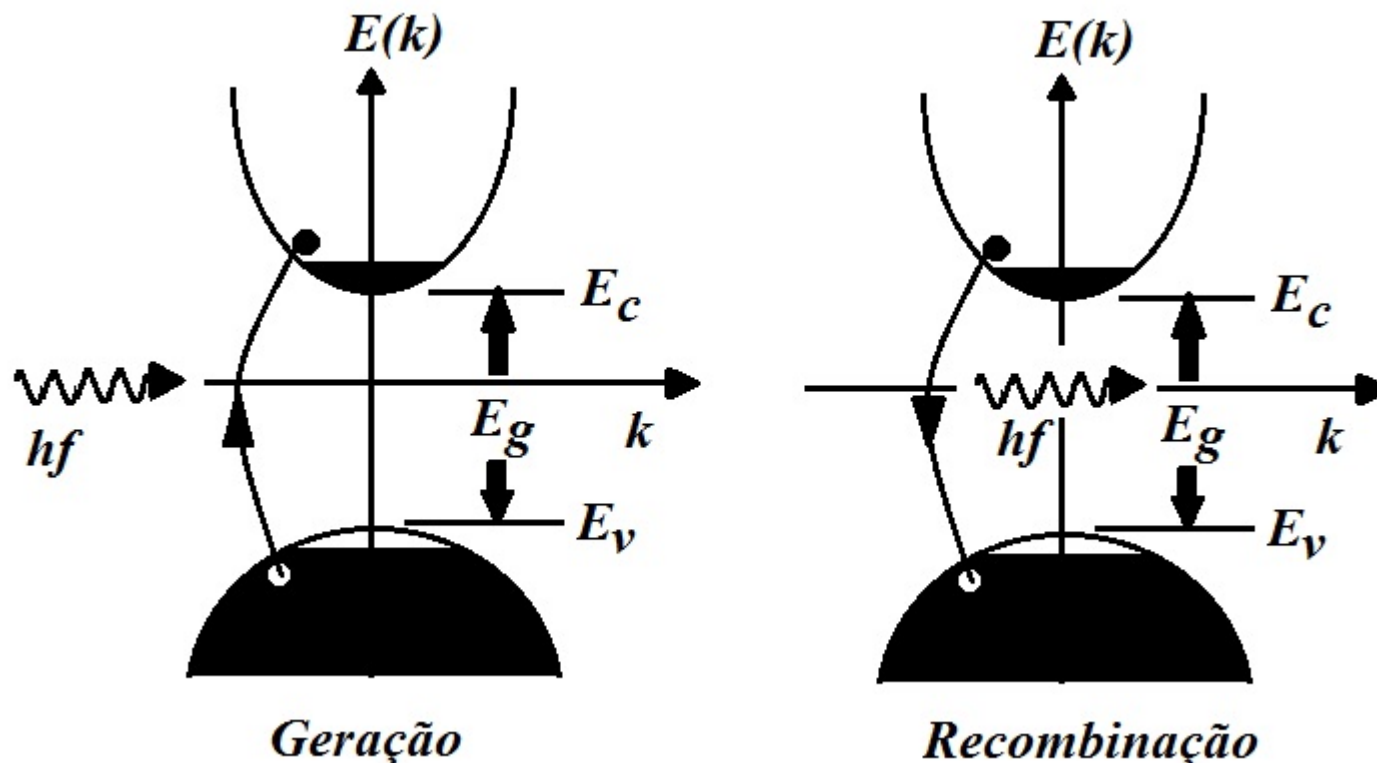
- *Geração*: consiste na criação de pares elétron-lacuna a partir de algum mecanismo intrínseco, como excitação térmica por absorção de fônons da rede cristalina, ou espalhamento de elétrons “quentes”, bem como através do chamado “efeito fotoelétrico interno”, onde ocorre absorção de fótons com energia  $\hbar\omega \geq E_g$ .

Os processos de geração contribuem para aumento de condutividade do semicondutor. Os processos ópticos serão analisados em maiores detalhes posteriormente.

- *Recombinação*: é um processo, contrário à geração, no qual elétrons na banda de condução encontram lacunas disponíveis na banda de valência e assim se combinam, emitindo energia, que pode ser na forma de fônons - vibrações da rede cristalina - ou fótons - radiação eletromagnética.

- Em regime de equilíbrio térmico e na ausência de outros mecanismos a taxa de geração deve igualar a taxa de recombinações,  $G = R$ .

## Processos de Geração e Recombinação Direta:



- Para que haja geração é necessário que a energia da excitação  $hf = \hbar\omega \geq E_g$  (podem ser fônons ou fótons). No caso de processos ópticos nem sempre é possível transições diretas e um estado intermediário envolvendo fônons é necessário.

- Em equilíbrio térmico, a taxa  $R$  com que as recombinações ocorrem depende do produto  $np$ :

$$R = Cnp .$$

e esta deve ser igual à geração para que o produto  $np = n_i^2$  seja constante.  $C$  é uma constante própria do material.

↪ Denotando por  $n_0$  e  $p_0$  as concentrações de equilíbrio, podemos injetar  $\Delta p$  e  $\Delta n$  portadores tais que a taxa de recombinação irá ser dada por:

$$R \approx Cn_0p_0 + Cn_0\Delta p + Cp_0\Delta n .$$

Removendo o termo de equilíbrio  $Cn_0p_0$  temos:

$$\Delta R = Cn_0\Delta p + Cp_0\Delta n .$$

Observando que a taxa de recombinações é responsável por diminuir o número de portadores à medida que o tempo passa,  $\Delta R = -d\Delta n/dt = -d\Delta p/dt$

- Em um material do tipo  $N$  ao injetarmos uma certa quantidade de portadores, esses irão se recombinar a uma taxa dada por:

$$\Delta R = -\frac{d\Delta p}{dt} = Cn_0\Delta p ,$$

uma vez que  $n_0 \gg p_0$ , de onde obtemos:

$$\Delta p = \Delta p(0)e^{-t/\tau_p} , \tau_p = \frac{1}{Cn_0}$$

$\tau_p$  é o tempo de extinção dos portadores injetados. Se não houver um mecanismo de injeção constante os portadores injetados serão extintos por recombinação.

- Por outro lado, em material do tipo  $P$  temos  $p_0 \gg n_0$  e a solução será dada por:

$$\Delta n = \Delta n(0)e^{-t/\tau_n} , \tau_n = \frac{1}{Cp_0}$$



- Agora vamos considerar o caso mais geral onde ocorre a difusão de portadores injetados.

A equação de continuidade para elétrons nos dá:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{e} \nabla \cdot \mathbf{J}_n - R + G , \quad (12)$$

onde  $R$  e  $G$  são as taxas de recombinação e geração, respectivamente.

Uma equação similar para buracos pode ser escrita:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{e} \nabla \cdot \mathbf{J}_p - R + G , \quad (13)$$

Lembrando que somando as duas equações acima, obtemos a equação de continuidade de carga elétrica, uma vez que  $\rho = e(p - n)$  e  $\mathbf{J} = \mathbf{J}_p + \mathbf{J}_n$

$$\nabla \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 .$$

- Note que nesta última as taxas de geração e recombinação desaparecem!!

- Por hora vamos desconsiderar a corrente de deriva, levando em conta, em regime estacionário, apenas a corrente de difusão de portadores e a taxa líquida de recombinações,  $\Delta R = R - G$ .
- Em um material do tipo  $P$  temos a difusão de portadores minoritários na seguinte forma:

$$\Delta R = C p_0 \Delta n = \frac{\Delta n}{\tau_n},$$

e da equação (12) temos, para  $\partial n / \partial t = 0$  e  $\mathbf{J}_n = e D_n \nabla n$ :

$$\frac{n}{\tau_n} - D_n \nabla^2 n = 0$$

- Em uma dimensão temos:

$$\frac{d^2 n}{dx^2} - \frac{1}{D_n \tau_n} n = 0 .$$

Supondo uma solução do tipo  $n = n_0 e^{-\alpha x}$  obtemos:

$$\alpha_n = \frac{1}{\sqrt{D_n \tau_n}} .$$

O comprimento de difusão de portadores minoritários injetados no material do tipo  $P$ , na ausência de campo aplicado é definido por:

$$L_n = \frac{1}{\alpha_n} = \sqrt{D_n \tau_n} = \sqrt{\frac{D_n}{C p_0}} .$$

e a solução pode ser escrita na forma

$$n(x) = n_0 e^{-x/L_n}$$

Da mesma forma para um material do tipo  $N$  o comprimento de difusão de lacunas será dado por:

$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p} = \sqrt{\frac{D_p}{C n_0}} .$$

$$p(x) = p_0 e^{-x/L_p} .$$

↪ Observe que o comprimento de difusão do portador minoritário depende da concentração de portadores majoritários.

## Modelagem Clássica dos Dispositivos Semicondutores

- Válido quando os efeitos quânticos podem ser desprezados → comprimentos de difusão de portadores muito maiores que o comprimento de onda de de Broglie do portador e a função de ondas não retém coerência de fase.
- Baseada em equações de transporte de Boltzmann: obter as distribuições de probabilidade  $f(\mathbf{r}, \mathbf{k}, E)$  dos estados de energia quase-clássicos, e a partir daí grandezas físicas de interesse. Efeitos quânticos entram apenas na estrutura de bandas, nesse caso.
- Abordagem direta é partir de equações clássicas de movimento, considerando-se no modelo correntes de deriva e difusão para elétrons e lacunas:

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_p + \mathbf{J}_n \quad (14)$$

onde  $\mathbf{J}_p$  e  $\mathbf{J}_n$  são definidas abaixo:

$$\mathbf{J}_p = e\mu_p p \mathbf{E} - eD_p \nabla p, \quad (15)$$

$$\mathbf{J}_n = e\mu_n n \mathbf{E} + eD_n \nabla n, \quad (16)$$

↪ As equações de taxa, cuja consequência é a equação de continuidade da carga, nos dá:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{e} \nabla \cdot \mathbf{J}_n - R + G, \quad (17)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{e} \nabla \cdot \mathbf{J}_p - R + G, \quad (18)$$

e em regime estático, temos apenas a Lei de Gauss para levar em conta:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon} = \frac{e}{\epsilon} (N_D - N_A + p - n), \quad (19)$$

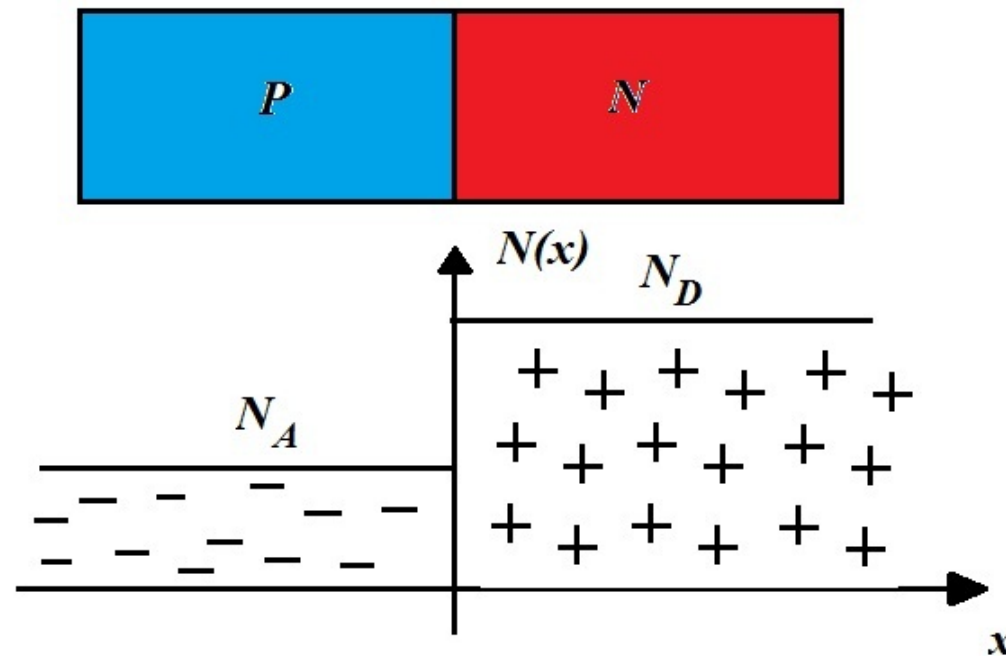
sendo que globalmente o material é neutro,  $\int_V \rho dV = Q_{total} = 0$ .

↪ O problema consiste em determinar  $n(\mathbf{r})$ ,  $p(\mathbf{r})$  e  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ , sujeito a certas condições de contorno, como  $V = -\int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = V_0$ ,  $n(\pm\infty)$  e  $p(\pm\infty)$  especificados.

# A junção PN

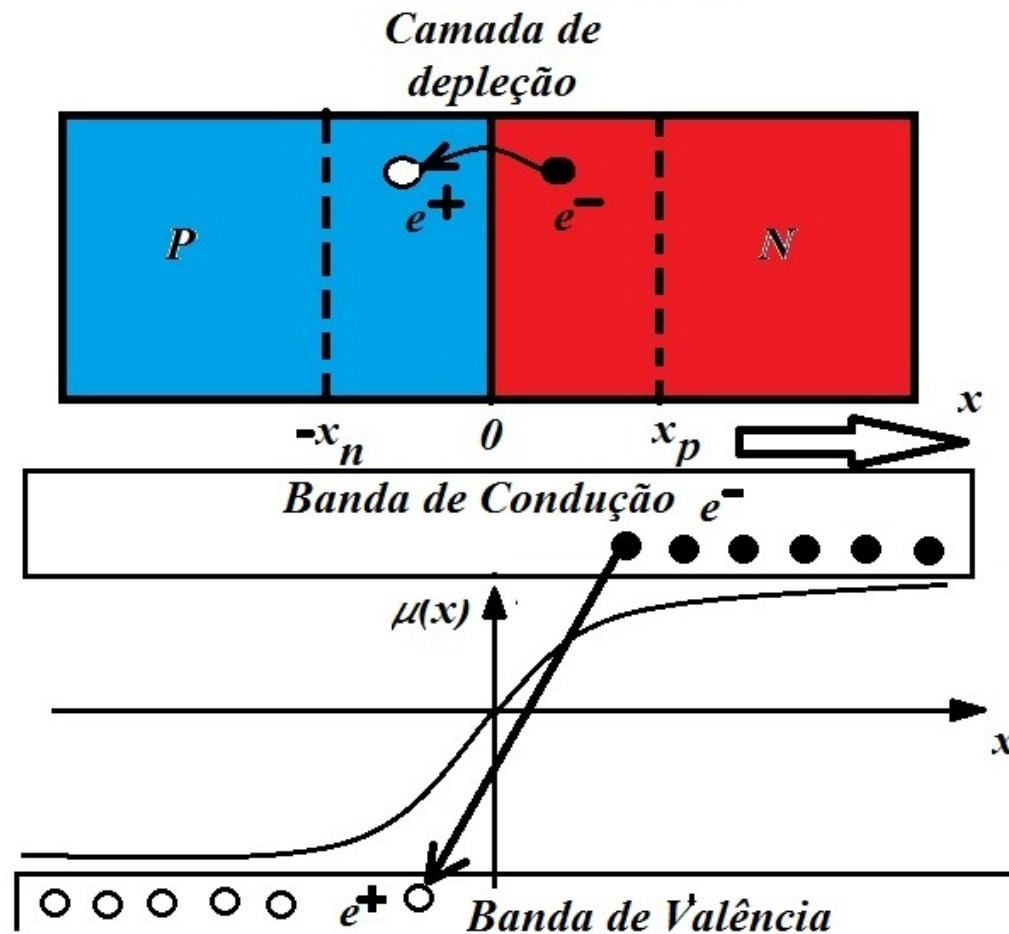
- Dispositivos semicondutores são obtidos através de semicondutores não-homogêneos, cuja dopagem (tipo e/ou concentração) varia com a posição na estrutura.
  - A junção PN consiste do elemento básico da maioria dos dispositivos eletrônicos. Alternativamente junções metal-semicondutor ou  $PP^+$  ou  $NN^+$  (uma região mais dopada que a outra), podem servir de elemento fundamental.
    - O dispositivo mais simples é o diodo retificador de junção PN.
    - A física dos dispositivos semicondutores essencialmente deriva do fato de podermos produzir contatos entre regiões com níveis de Fermi diferentes.
    - O potencial químico  $\mu$  das regiões P e N são bastante diferentes antes do contato, estando mais próximo da banda de condução para o material tipo N e mais próximo da banda de valência para o material tipo P.

- A distribuição de impurezas dopantes na junção PN é mostrada abaixo:



- O lado  $P$  tem mais íons aceitadores carregados negativamente enquanto que o lado  $N$  da junção tem mais íons doadores, que ficam carregados positivamente.

Junção PN após o "contato":



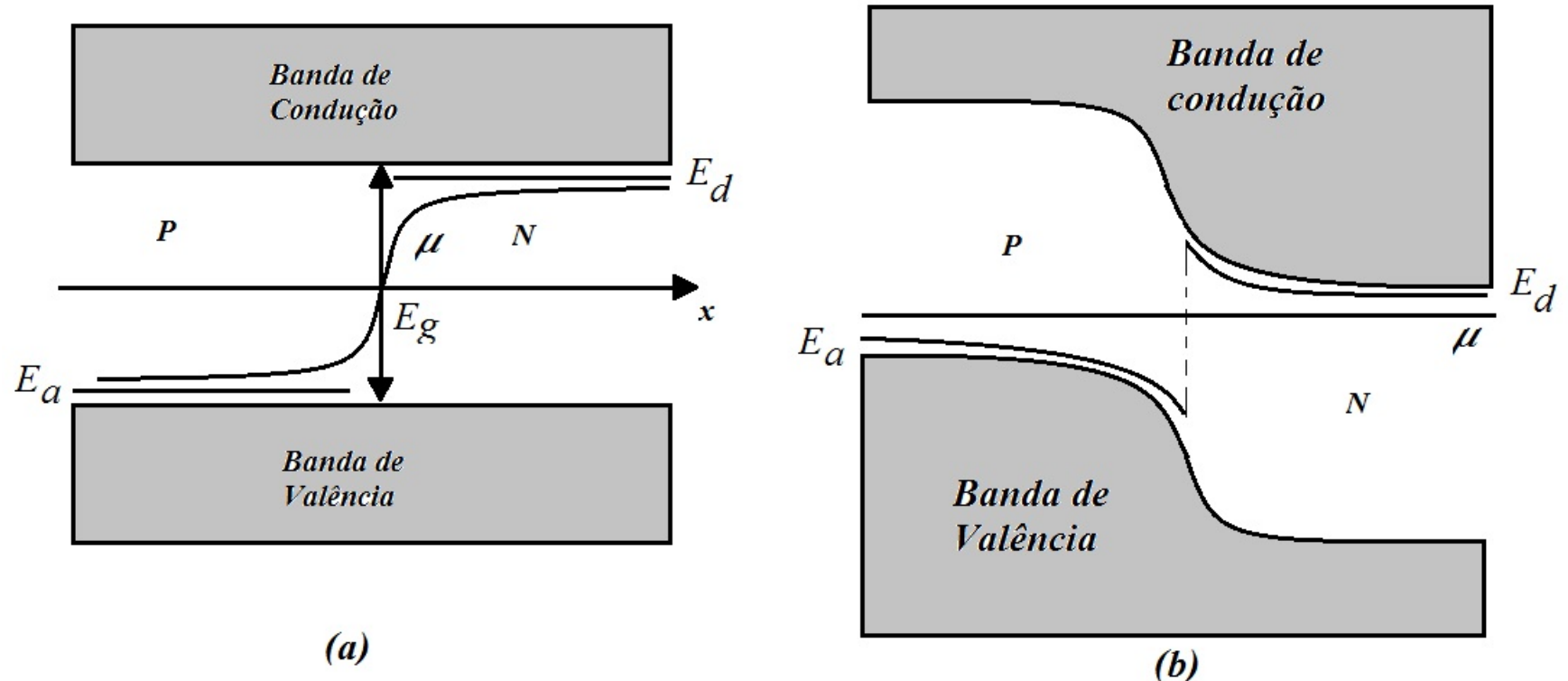
- Processo difusivo: Elétrons difundem do lado P para o lado N e lacunas no sentido contrário.



## Modelo de Shockley

- Na ausência de diferença de potencial aplicada externamente à junção, a diferença no potencial químico entre os dois materiais faz com que os elétrons na banda de condução do lado  $N$  próximo à interface se difundam para o lado  $P$ , onde ocorre recombinação.
- O processo ocorre até atingir equilíbrio termodinâmico. Observe que os elétrons que migram para o lado  $P$  fazem com que haja um acúmulo de cargas negativas nos átomos aceitadores, enquanto que do lado  $N$  os átomos doadores tornam-se positivos pela ausência dos elétrons que migraram para o lado  $P$ , ou seja, difundem-se lacunas para o lado  $N$ .
- Essa distribuição de cargas  $\rho(x)$  próxima à interface faz surgir um campo elétrico interno que inibe a continuação do processo de difusão dos elétrons provenientes do lado  $N$  para o lado  $P$ . Essa região de cargas em torno da interface do material é denominada **Camada de Depleção** ou ainda **Região de Carga Espacial**.
- O potencial eletrostático de junção, construído internamente no processo, produz um campo elétrico que vai do lado  $N$  para o lado  $P$ , produzindo uma força que inibe a difusão dos elétrons do lado  $N$  para o lado  $P$  na condição de equilíbrio.

Formas equivalentes de descrever a física da junção:



(a) O potencial químico  $\mu$  é uma função da posição, enquanto as bandas são idênticas exceto pelos níveis de impureza. (b) O potencial químico  $\mu$  é constante ao longo da junção, mas as bandas se deslocam pelo efeito de contato.

- *Análise Eletrostática da junção PN*

Consideremos a equação de Poisson como ponto de partida:

$$\nabla^2 \phi = -\frac{\rho}{\epsilon}, \quad (20)$$

⇒ A densidade de carga  $\rho$  deve ser nula nas regiões distantes da camada de depleção,  $\rho \rightarrow 0$ , pois há o mesmo número de elétrons e lacunas e átomos doadores e aceitadores.

⇒ Na região de contato entre os materiais P e N, o gradiente de concentração faz com que surja uma corrente de difusão:

Elétrons provenientes do material N se difundem para o lado P por uma distância  $x_p$  e buracos vão no sentido contrário por uma distância  $x_n$ , deixando  $N_A$  átomos aceitadores ionizados com carga negativa no lado P e  $N_D$  átomos doadores ionizados com carga positiva no lado N.

⇒ Como a corrente total  $\mathbf{J}$  deve se anular, um campo eletrostático surge, criando uma corrente de deriva que contrabalança a corrente de difusão dos portadores.

Uma vez que a concentração de dopantes apenas varia ao longo de um dos eixos, digamos  $x$ , problema a ser tratado é unidimensional.

Lembrando que  $\mathbf{E} = -\nabla\phi$ , para resolver a equação de Poisson vamos utilizar o cálculo do campo elétrico  $E_x$ , pela lei de Gauss  $\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho/\epsilon$ , e depois o cálculo do potencial  $\phi$ , na forma abaixo:

$$\frac{dE_x}{dx} = \frac{\rho(x)}{\epsilon}, \quad (21)$$

$$\phi(x) = - \int E_x(x) dx, \quad (22)$$

onde a densidade de cargas está dada por:

$$\rho(x) = \left\{ \begin{array}{ll} 0, & x < -x_p \\ -eN_A, & -x_p \leq x \leq 0 \\ +eN_D, & 0 \leq x \leq x_n \\ 0, & x > x_n \end{array} \right\} \quad (23)$$

$\Rightarrow$  Condições de contorno:  $E_x(x) = 0$  para  $x > x_n$  e  $x < -x_p$ , e contínuo na interface  $x = 0$ , ou seja,  $E_x(0^-) = E_x(0^+)$ , uma vez que a permissividade dielétrica está sendo assumida uniforme ao longo de toda a junção.

⇒ A solução do problema é dada por:

$$\phi(x) = \left\{ \begin{array}{ll} \phi_p, & x < -x_p \\ \phi_p + \frac{eN_A}{2\varepsilon}(x + x_p)^2, & -x_p \leq x \leq 0 \\ \phi_n - \frac{eN_D}{2\varepsilon}(x - x_n)^2, & 0 \leq x \leq x_n \\ \phi_n, & x > x_n \end{array} \right\} \quad (24)$$

• A condição de contorno para a continuidade do campo elétrico  $E_x = -d\phi/dx$  em  $x = 0$  permite encontrar a seguinte equação:

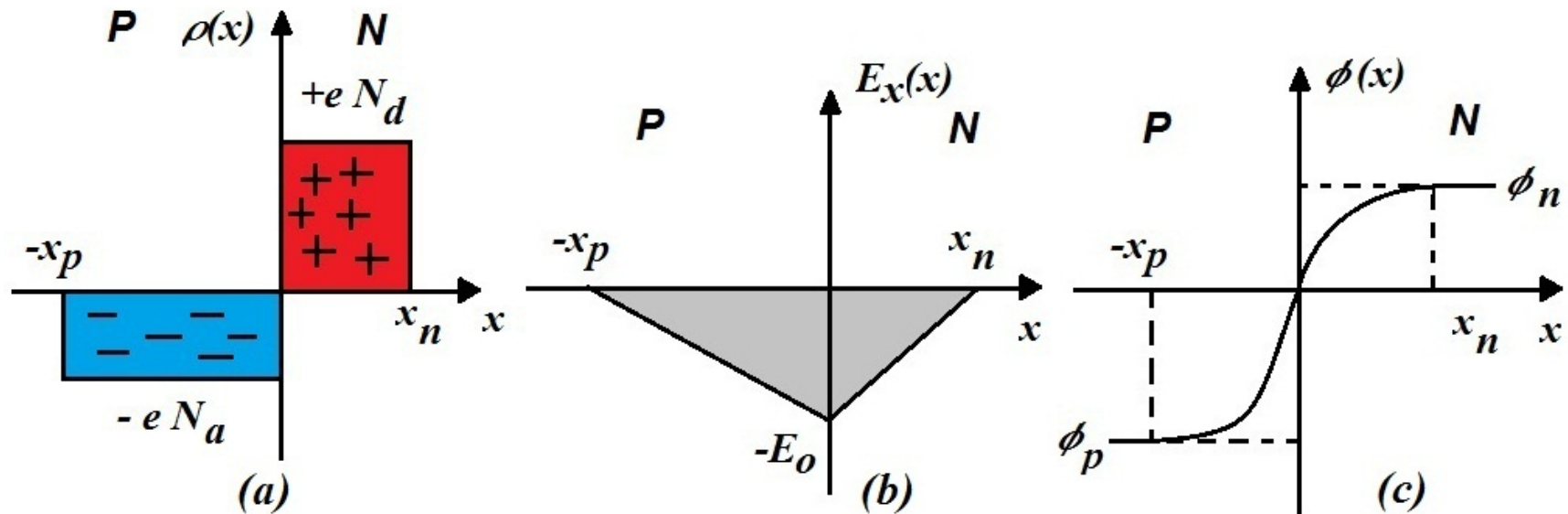
$$N_A x_p = N_D x_n, \quad (25)$$

que também pode ser entendida como consequência da continuidade da carga e do fato de que o material é macroscopicamente neutro, ou seja,  $\int \rho(x) d^3\mathbf{r} = A \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x) dx = 0$ , onde  $A$  é a área de seção transversal da junção!

Além disso, a continuidade do potencial eletrostático  $\phi$  em  $x = 0$  nos fornece a seguinte equação:

$$\Delta\phi = \phi_p - \phi_n = -\frac{eN_D x_n^2}{2\varepsilon} - \frac{eN_A x_p^2}{2\varepsilon}. \quad (26)$$

Solução Eletrostática da junção PN na ausência de campo externo:



(a) Densidade de cargas  $\rho(x)$

(b) Campo elétrico interno  $E_x(x)$  e

(c) Potencial eletrostático  $\phi(x)$ .

- Se não há potencial externo aplicado, então  $\phi_p$  pode ser identificado ao potencial químico do material P enquanto que  $\phi_n$  pode ser identificado como o potencial químico do lado N. Observe-se que  $\phi_n > \phi_p$ .
- O tamanho da camada de depleção pode ser prontamente calculado:

$$L = x_n + x_p .$$

Resolvendo-se as equações (25) e (26) simultaneamente obtemos:

$$L = \sqrt{-\frac{2\varepsilon\Delta\phi(N_A + N_D)}{eN_A N_D}} . \quad (27)$$

- Observe que  $\Delta\phi < 0$  na ausência de potencial externo. Denotaremos este potencial por  $\Delta\phi_0 = \mu(-\infty) - \mu(+\infty)$ .

- Podemos aumentar o potencial do lado P em relação ao potencial do lado N, através de uma fonte externa  $V$  tal que:

$$\Delta\phi = \Delta\phi_0 + V = V - |\Delta\phi_0| ,$$

- Sendo  $L_0$  a camada de depleção na ausência de campo externo, podemos escrever:

$$L_0 = \sqrt{\frac{2\varepsilon|\Delta\phi_0|(N_A + N_D)}{eN_A N_D}} \quad (28)$$

e a camada de depleção torna-se uma função do potencial externo aplicado  $L(V)$  na forma:

$$L(V) = L_0 \sqrt{1 - \frac{V}{|\Delta\phi_0|}} . \quad (29)$$

$\Rightarrow$  Se  $V < 0$  então a camada tende a aumentar com  $|V|$ .

$\Rightarrow$  Por outro lado, quando  $V > 0$  a camada  $L$ , até ser extinta para  $V = |\Delta\phi_0|$ . Observe-se o potencial  $\Delta\phi_0$  depende das características do material e da concentração de dopantes.



## ⇒ *Análise da Característica I-V da junção PN*

↪ Vamos considerar por simplicidade um modelo unidimensional da junção PN, em geral válido. A densidade de corrente através da junção é dada por:

$$J_x = J_x^p + J_x^n,$$

onde os termos  $J_x^p$  e  $J_x^n$  são as correntes de lacunas e elétrons, respectivamente, dadas por:

$$J_x^p = e\mu_p p E_x - eD_p \frac{dp}{dx}, \quad (30)$$

$$J_x^n = e\mu_n n E_x + eD_n \frac{dn}{dx}, \quad (31)$$

sendo  $n(x)$ ,  $p(x)$  e  $E_x(x)$  funções da dimensão linear  $x$ , no caso estático.

- Observe-se que tanto para elétrons quanto para lacunas, a corrente é composta por um termo de corrente de deriva (proporcional ao campo elétrico) e um termo difusivo (proporcional ao gradiente da concentração de portadores).

- A distribuição de portadores e íons de impureza produz uma densidade de cargas que produz um campo elétrico a ser determinado pela lei de Gauss:

$$\frac{dE_x}{dx} = \frac{e}{\epsilon} [N_D(x) - N_A(x) + p(x) - n(x)] , \quad (32)$$

- A equação de continuidade de carga elétrica para elétrons e lacunas pode ser escrita na forma abaixo:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{e} \frac{dJ_x^n}{dx} - \frac{n - n_0}{\tau_n} = 0 , \quad (33)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{e} \frac{dJ_x^p}{dx} - \frac{p - p_0}{\tau_p} = 0 , \quad (34)$$

- No regime estático  $\partial/\partial t \rightarrow 0$ !  $n_0$  e  $p_0$  são concentrações de equilíbrio.
- Outra simplificação a ser feita é que a densidade de corrente total é constante ao longo de toda a junção,  $J_x(x) = J_0$ , o que nos fornece:

$$\frac{dJ_x}{dx} = 0 . \quad (35)$$

- Na camada de depleção  $-x_p \leq x \leq x_n$  muitos processos ocorrem simultaneamente e o campo elétrico  $E_x$  é bastante intenso para ser negligenciado.
- Fora da camada de depleção o campo elétrico varia pouco e além disso:
  - ⇒ No lado P,  $x < -x_p$ , a corrente elétrica é formada essencialmente pela corrente de deriva das lacunas (majoritárias) e de difusão dos elétrons (minoritários) vindos do lado N que conseguiram atravessar a camada de depleção.
  - ⇒ No lado N,  $x > x_n$ , a corrente elétrica é formada essencialmente pela corrente de deriva dos elétrons (majoritários) e de difusão das lacunas (minoritárias) provenientes do lado P que conseguiram atravessar a camada de depleção.
  - ⇒ Podemos modelar o transporte dos portadores basicamente fazendo uso da equação de difusão para os portadores minoritários fora da camada de depleção, lembrando que a corrente que atravessa a junção é constante ao longo de todo o espaço.

- No lado P, onde os elétrons são minoritários, temos,

$$J_n \approx eD_n \frac{dn}{dx}, \quad J_p \approx e\mu_p p E_x, \quad (36)$$

sendo que longe da camada de depleção  $E_x \approx E_0$ , e além disso, da lei de ação de massas  $p(x)n(x) = n_i^2$  temos:

$$p(x = -\infty) = p_p = N_A, \quad n(x = -\infty) = n_p = \frac{n_i^2}{N_A}.$$

de onde surge uma condição de contorno  $\Delta n(x \rightarrow -\infty) = 0$ .

Fazendo uso da equação de continuidade para os portadores minoritários podemos escrever:

$$\frac{1}{e} \frac{dJ_x^n}{dx} - \frac{n - n_0}{\tau_n} = 0 \Rightarrow D_n \frac{d^2 \Delta n}{dx^2} - \frac{\Delta n}{\tau_n} = 0,$$

onde  $\Delta n = n - n_0$ , é a variação de número de elétrons, e  $n_0$  corresponde ao valor de equilíbrio, para polarização de junção  $V = 0$ .

- A solução da equação de difusão da forma como colocada, nos dá:

$$\Delta n(x) = n(x) - n_0 = \Delta n_0 e^{(x+x_p)/L_n}, \quad x < -x_p \quad (37)$$

sendo  $L_n = \sqrt{D_n \tau_n}$ .

- Considerando que  $n_0 = n_i^2/N_A$  na ausência de potencial aplicado externamente, o valor de  $n$  deve ser aumentado por um fator de Boltzmann  $e^{eV/(k_B T)}$  no lado P, se o potencial aplicado for positivo, uma vez que a energia de elétrons no lado P ficará diminuída por um fator  $-eV$  em relação à energia no lado N e nesse caso temos:

$$\Delta n = \frac{n_i^2}{N_A} [e^{eV/(k_B T)} - 1] e^{(x+x_p)/L_n} \quad (38)$$

- A corrente de portadores minoritários no lado P será então dada por:

$$J_n(x) = \frac{e D_n n_i^2}{N_A L_n} [e^{eV/(k_B T)} - 1] e^{(x+x_p)/L_n} \quad (39)$$

- No lado N, agora são as lacunas os portadores minoritários e portanto

$$J_p \approx -eD_p \frac{dp}{dx}, \quad J_n \approx e\mu_n n E_x, \quad (40)$$

Fazendo uso da lei de ação de massas no lado N:

$$n(x = \infty) = n_n = N_D, \quad p(x = \infty) = p_n = \frac{n_i^2}{N_D}.$$

de onde surge uma condição de contorno  $\Delta p(x \rightarrow \infty) = 0$ .

Fazendo uso da equação de continuidade para os portadores minoritários podemos escrever:

$$-\frac{1}{e} \frac{dJ_x^p}{dx} - \frac{p - p_0}{\tau_p} = 0 \Rightarrow D_p \frac{d^2 \Delta p}{dx^2} - \frac{\Delta p}{\tau_p} = 0,$$

onde  $\Delta p = p - p_0$ , é a variação de número de elétrons, e  $p_0$  é o valor de equilíbrio.

- Resolvendo a equação de difusão para lacunas, tem-se:

$$\Delta p(x) = p(x) - p_0 = \Delta p_0 e^{-(x-x_n)/L_p}, \quad x > x_n \quad (41)$$

sendo  $L_p = \sqrt{D_p \tau_p}$ .

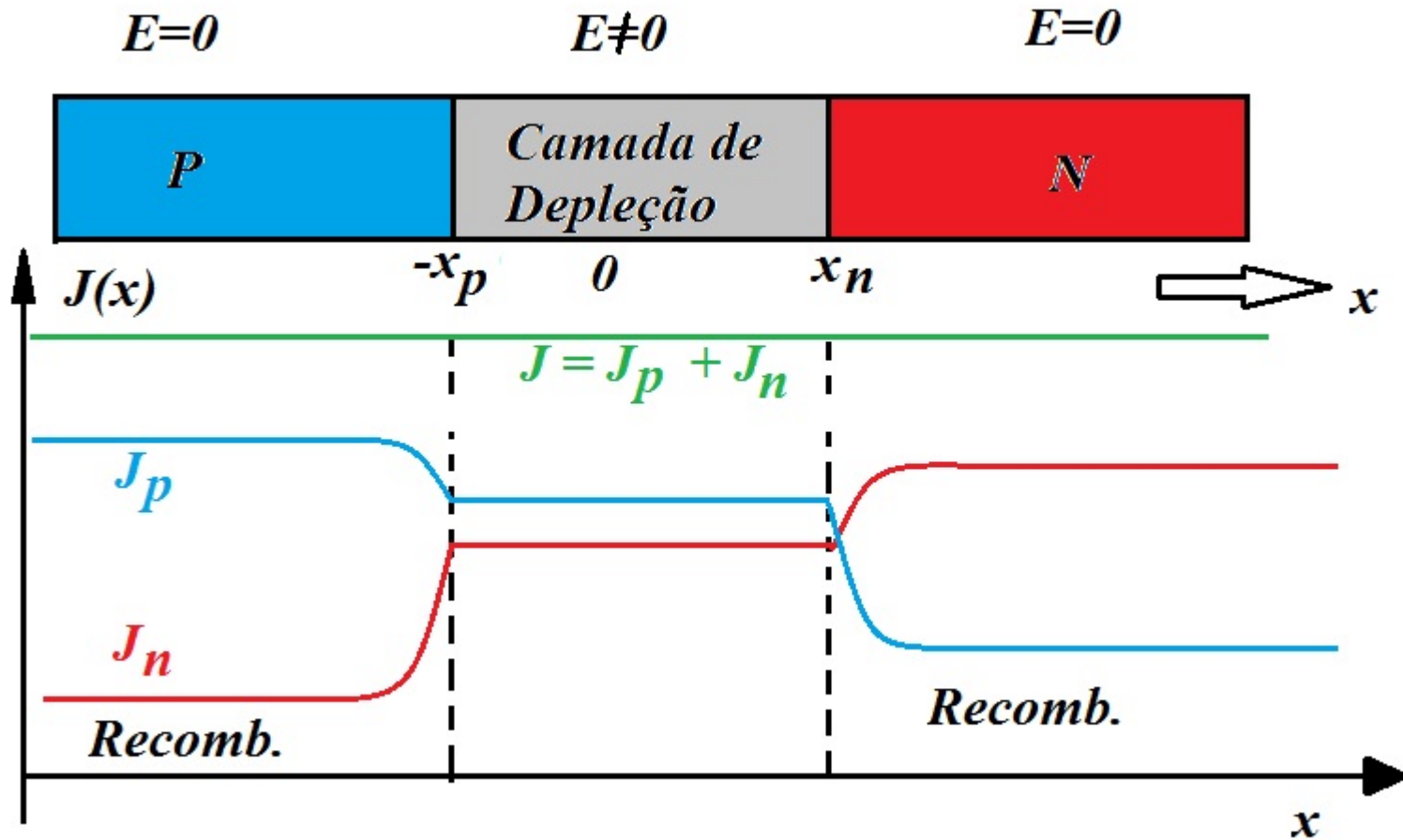
- Tendo em conta que o número de lacunas deve ser incrementado por um fator  $e^{eV/(k_B T)}$  no lado N em relação ao lado P, devido à energia potencial no lado P para lacunas ser aumentada por um fator  $+eV$ , podemos fazer  $p = p_0 e^{eV/(k_B T)}$ , sendo  $p_0 = n_i^2/N_D$  e nesse caso temos:

$$\Delta p = \frac{n_i^2}{N_D} [e^{eV/(k_B T)} - 1] e^{-(x-x_n)/L_p} \quad (42)$$

- A corrente de portadores minoritários no lado N será então dada por:

$$J_p(x) = \frac{e D_p n_i^2}{N_D L_p} [e^{eV/(k_B T)} - 1] e^{-(x-x_n)/L_p} \quad (43)$$

- O perfil de corrente dos elétrons e lacunas em função da posição é mostrado na figura abaixo:





• Na camada de depleção a corrente de elétrons e lacunas é aproximadamente constante, e uma vez que a soma das correntes é uma constante, observe que:

$$J(x) = J_0 = J_p(-x_p) + J_n(-x_p) = J_p(x_n) + J_n(x_n) = J_p(x_n) + J_n(-x_p) ,$$

ou seja,

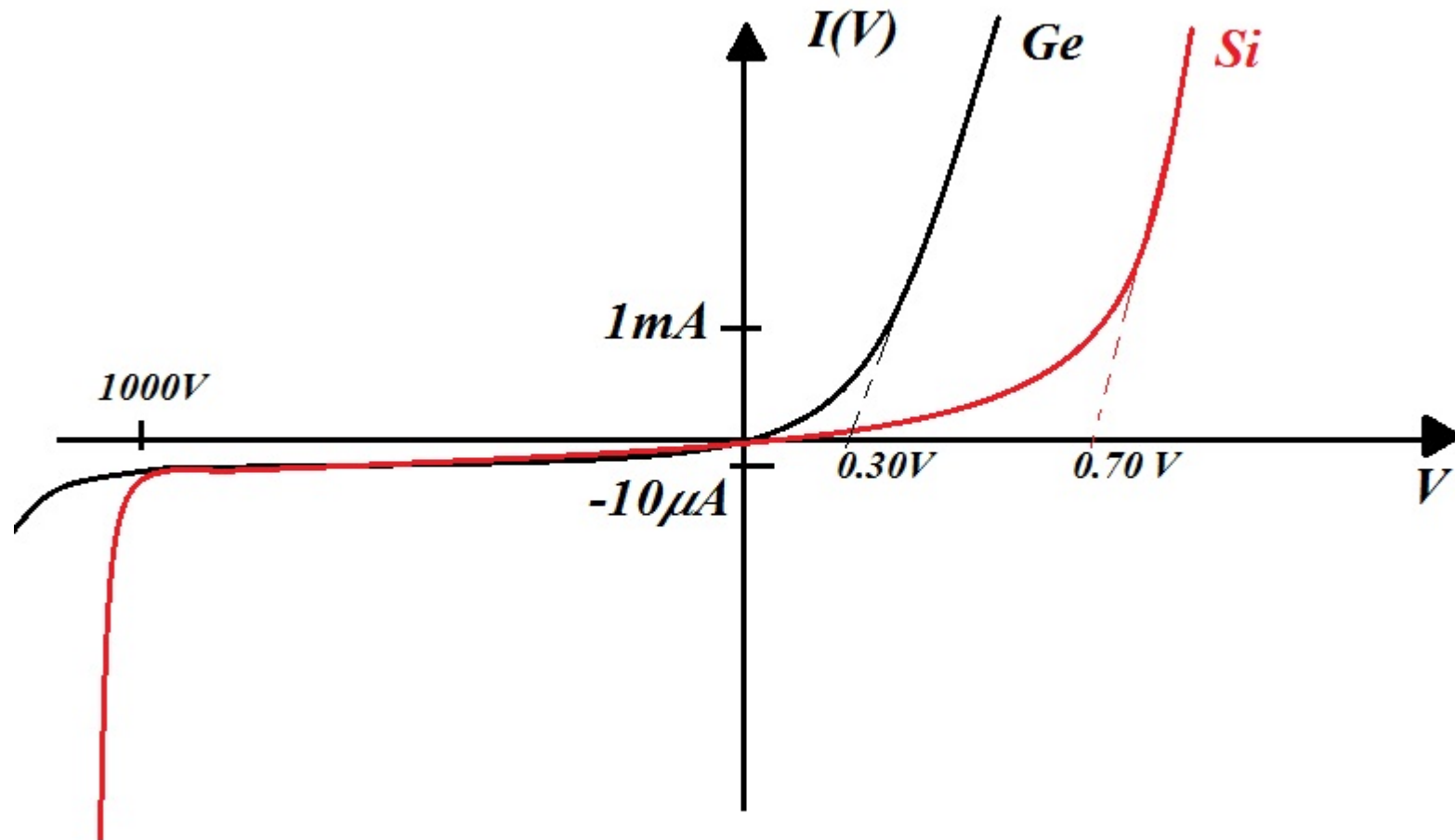
$$J = J_p(x_n) + J_n(-x_p) , \quad (44)$$

⇒ Isto significa que a junção PN é um dispositivo essencialmente controlado pela injeção e difusão de portadores minoritários, e a densidade de corrente total que flui através da junção é determinada essencialmente pela corrente de portadores minoritários.

⇒ Fazendo a soma desses dois termos temos:

$$J = J_p(x_n) + J_n(-x_p) = \left[ \frac{eD_p n_i^2}{N_D L_p} + \frac{eD_n n_i^2}{N_A L_n} \right] [e^{eV/(k_B T)} - 1] ,$$

A figura a seguir ilustra a característica I-V para diodos de junção PN de Germânio e Silício:



- Para polarização direta,  $V > 0$  a corrente cresce exponencialmente, e este fato é mais pronunciado a partir do colapso da camada de depleção,  $L \rightarrow 0$ , que corresponde à fazer  $V = |\Delta\phi_0|$ .
- Na polarização reversa,  $V < 0$  a corrente satura e deve-se sobretudo aos portadores minoritários nos lados P e N que são acelerados pelo campo elétrico gerado através do potencial aplicado.
- Para valores de polarização reversa muito altos, os portadores de alta energia podem colidir com elétrons na banda de valência e promovendo-os à banda de condução, num processo de avalanche. Para diodos de Silício a tensão de ruptura está entre 50 – 1000V dependendo da construção do diodo.

## Capacitância de junção e de difusão

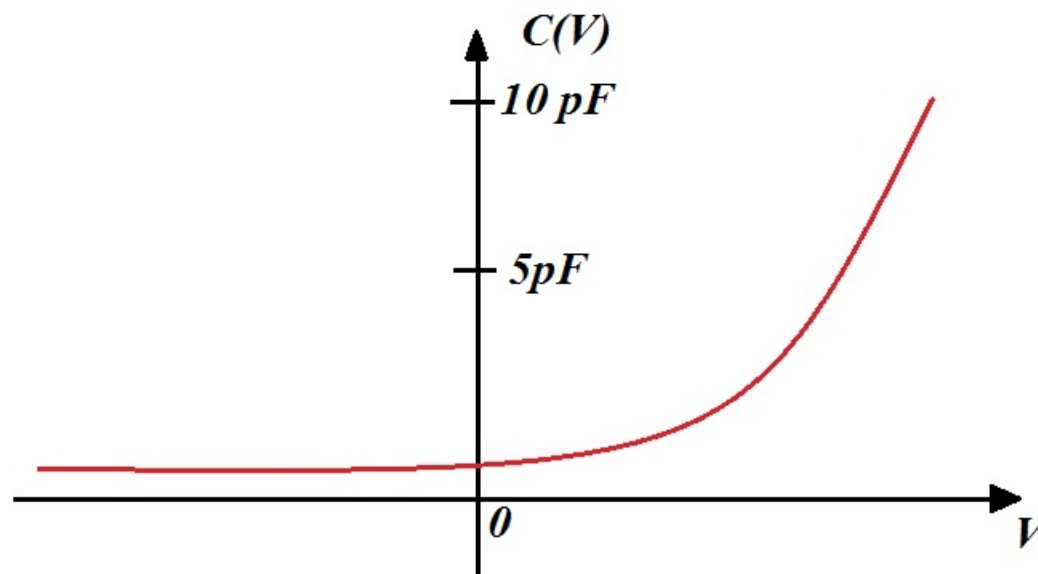
- A camada de depleção forma uma região de carga espacial, e com isso podemos determinar a capacitância da junção na polarização reversa, considerando a expressão simples para o capacitor de placas paralelas:

$$C_j = \frac{\epsilon A}{L} = A \sqrt{\frac{e\epsilon N_A N_D}{2(N_A + N_D)}} \frac{1}{\sqrt{|\Delta\phi_0| - V}} .$$

- Na polarização direta, além de  $C_j$  surge uma contribuição mais importante devida à difusão de portadores e em geral é muito maior do que a capacitância de junção, denominada capacitância de difusão:

$$C_d = C_0 [e^{eV/(k_B T)} - 1]$$

- A constante  $C_0$  depende de características de dopagem e tempo de difusão de portadores minoritários.



- A capacitância está associada de certa maneira à rapidez com que a junção PN é capaz de chavear entre o estado de polarização direta e a polarização reversa.

- O tempo de recuperação reversa,  $\tau_{rr}$  corresponde ao intervalo necessário para que os portadores minoritários se recombinem e sejam extintos, na transição entre a polarização direta e a polarização reversa.

