UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ - UFPR
Setor de Tecnologia
Departamento de Engenharia Elétrica

2ª LISTA DE EXERCÍCIOS

Disciplina: TE069 - Física de Semicondutores

Professor: César Augusto Dartora[1]

1 Classicamente pode-se cada atribui-se a cada grau de liberdade de um sistema de partículas uma energia média $k_B T/2$ onde k_B é a constante de Boltzmann e T a temperatura absoluta. Considerando-se um gás de partículas não interagentes a energia total seria dada pelo termo cinético, $E_c = 3k_B T/2$. Determine com base no princípio de de Broglie o comprimento de onda térmico λ_T associado a essa energia.

2 Determine o comprimento de onda Compton de um elétron, bem como o comprimento de onda de um elétron com energia de $E = 10$eV. (Essa é a ordem de grandeza da energia de Fermi em alguns metais). Qual é a velocidade de um elétron com essa energia? Esse valor corresponde a qual percentual em relação à velocidade da luz?

3 Os níveis de energia do átomo de Hidrogênio, o mais abundante dos elementos do universo, são dados aproximadamente por:

$$E_n = -\frac{13.6}{n^2} \text{ eV}, \ n = 1, 2, 3...$$

onde n é o número quântico principal. O nível $n = 1$ corresponde ao estado fudamental $1s^1$, o nível $n = 2$ corresponde ao primeiro estado excitado $2s^2$. O, átomo pode ser excitado por radiação eletromagnética pela absorção de fótons de energia $\hbar\omega$ apropriada para a transição.
a) Encontre a frequência e o comprimento de onda do fóton associado à transição do estado fundamental para o primeiro estado excitado.
b) Encontre a energia de ionização do Hidrogênio. Em que faixa do espectro encontra-se a frequência do fóton mínimo de ionização?
c) Se um fóton de energia $\hbar\omega$ maior do que a energia de ionização é absorvido, o elétron é arrancado do átomo e ainda ganha energia cinética. Determine a expressão para a velocidade do elétron ejetado.

4 Poço de Potencial Infinito: a) Determinar o coeficiente A_n nas funções pares, para normalizar a função na forma

$$\int_{-a}^{a} |\psi_n(x)|^2 dx = 1 \ .$$

b) Determine as *Funções de Paridade Ímpar* do problema do poço de potencial infinito

$$\psi(x) = -\psi(-x)$$

[1]cadartora@eletrica.ufpr.br

Demonstre que para as funções ímpares $A = 0$ e $B \neq 0$ na solução geral, ou seja:

$$\psi(x) = B\sin(kx)\ , \tag{1}$$

encontre B_n para normalização da função e ainda mostre que:

$$E_n = E_0 n^2\ , n = 2, 4, 6, 8...$$

onde $E_0 \hbar^2\pi^2/(8ma^2)$.

c) Considere um poço de potencial infinito com dimensão $2a = 10$nm. Determine o valor de E_0. Qual é a energia necessária para levar o sistema do estado fundamental ao primeiro estado excitado?

d) O princípio de incerteza diz que $\Delta x \Delta p_x \geq \hbar/2$. Definindo-se

$$\Delta x = \sqrt{\langle x^2\rangle - \langle x\rangle^2}\ ,$$

$$\Delta p_x = \sqrt{\langle p_x^2\rangle - \langle p_x\rangle^2}\ ,$$

sendo $p_x = -i\hbar d/dx$ e o valor médio de um operador qualquer para o caso do potencial infinito calculado através da expressão

$$\langle \hat{A}\rangle = \int_{-a}^{a} dx \psi^*(x)\hat{A}\psi(x)\ ,$$

determine $\langle x\rangle$, $\langle x^2\rangle$, $\langle p_x\rangle$, $\langle p_x^2\rangle$ e o valor de $\Delta x \Delta p_x$ para o estado fundamental do poço.

5 Encontre a solução do problema do poço de potencial simétrico, igual ao analisado em aula, porém com V_0 finito. Nesse caso haverá uma parte do espectro de energias discreto, para $E < V_0$ e uma parte contínua, para $E > V_0$. Você deverá encontrar as equações transcendentais na forma:

$$k\tan(ka) = \alpha \quad (\text{ Modo Par}) \quad \text{e} \quad k\cot(ka) = -\alpha \quad (\text{ Modo Impar})\ .$$

onde $\alpha = \sqrt{2m(V_0 - E)/\hbar^2}$ e $k = \sqrt{2mE/\hbar^2}$ Deve haver continuidade de $\psi(x)$ e $d\psi(x)/dx$ nas interfaces $x = \pm a$!! Dica: Utilizar soluções com paridade definida (par ou ímpar separadamente) e no caso $E < V_0$:

$$\begin{aligned}\psi(x) &= Ae^{-\alpha|x|}\ , |x| > a,\\ \psi(x) &= B\cos(kx) + C\sin(kx), -a \leq x \leq a,\end{aligned}$$

Para o caso $E > V_0$ você deverá redefinir α para $\alpha = \sqrt{2m(E - V_0)/\hbar^2}$ e a solução $\psi(x)$ para $\psi(x) = A'\cos(\alpha x) + B'\sin(\alpha x)$ nas regiões $x < -a$ e $x > a$. Observe que o valor de k é contínuo e consequentemente o espectro de energia E, para $E >> V_0$, pois nesse caso $\alpha \to k$.