

1ª LISTA DE EXERCÍCIOS

Disciplina: TE084 - Antenas

Professor Responsável:
César Augusto Dartora¹

IMPORTANTE: Entregar até a data da prova os Exercícios marcados com asterisco. A entrega da lista não é obrigatória, mas poderá corresponder a um bônus de até 20% sobre a nota da Prova P1 para aqueles que a realizarem.

- 1* Mostre que os campos definidos em termos dos potenciais escalar e vetor, ϕ e \mathbf{A} , na forma abaixo:

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi - \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t},$$
$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A},$$

satisfazem automaticamente as duas equações de Maxwell sem fontes ρ e \mathbf{J} . Encontre as equações de ondas para os potenciais no calibre de Lorenz,

$$\nabla \cdot \mathbf{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial\phi}{\partial t} = 0,$$

a partir das equações de Maxwell com fontes.

- 2 Descreva as principais características do campo próximo e do campo distante gerado por uma antena. Em que escala de distâncias o campo próximo é dominante e em que escala estaremos na região de campo distante. Qual o significado físico do campo distante?
- 3* Escreva o vetor densidade de corrente \mathbf{J} em termos de funções delta de Dirac, para a distribuição de antenas filamentosas mostradas na figura abaixo:
- 4* Dada a densidade de corrente \mathbf{J} para um dipolo curto de tamanho total d :

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = I(z)\delta(x)\delta(y)\hat{\mathbf{a}}_z$$

sendo

$$I(z) = I_0 \left(1 - 2\frac{|z|}{d}\right) \quad |z| \leq d/2$$

e $I(z) = 0$ para $|z| \geq d/2$: a) faça o gráfico de $I(z)$ e mostre que o potencial vetor \mathbf{A} para o dipolo curto ($d \ll \lambda$) em distâncias $r \gg d$ é dado pela expressão abaixo:

$$\mathbf{A} = \frac{\mu I_0 d}{8\pi r} e^{i(\omega t - kr)} \hat{\mathbf{a}}_z$$

b) Converta então $\hat{\mathbf{a}}_z$ para coordenadas esféricas conforme realizado em aula e determine o campo elétrico e magnético de radiação:

$$\mathbf{E}_{rad} = -i\omega[\mathbf{A} - A_r \hat{\mathbf{a}}_r]$$

¹cadartora@yahoo.com.br

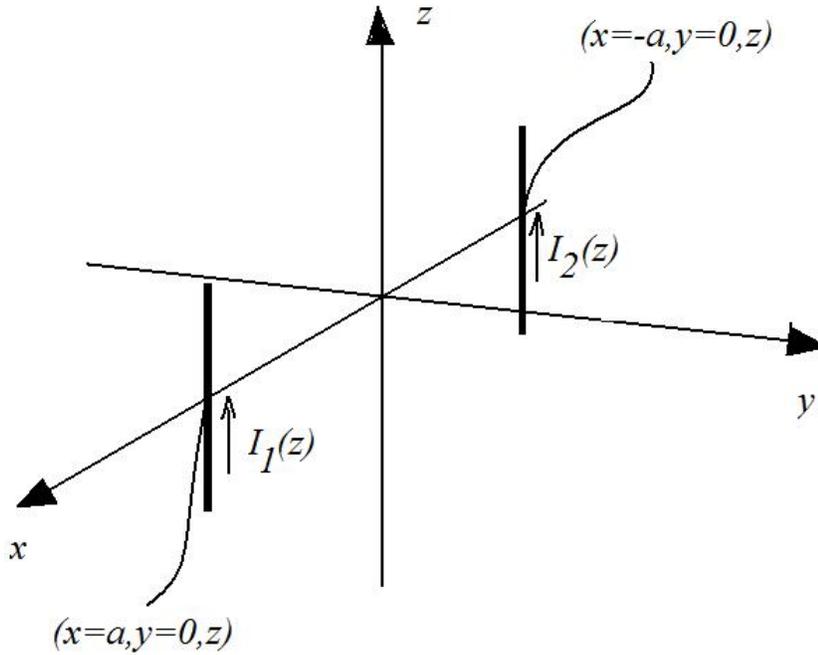


Figure 1: Duas antenas filamentosares situadas em $(x = a, y = 0, z)$ e $(x = -a, y = 0, z)$, transportando correntes $I_1(z)$ e $I_2(z)$, respectivamente.

$$\mathbf{H}_{rad} = \frac{1}{Z} \hat{\mathbf{a}}_r \times \mathbf{E}_{rad}$$

c) Finalmente, determine o vetor de Poynting médio de radiação:

$$\mathbf{S}_{rad} = \frac{1}{2} \text{Re} (\mathbf{E}_{rad} \times \mathbf{H}_{rad}^*)$$

que pode ser facilmente expresso para o espaço livre na forma abaixo:

$$\mathbf{S}_{rad} = \frac{\omega^2}{2Z_0} |\mathbf{A} - A_r \hat{\mathbf{a}}_r|^2 \hat{\mathbf{a}}_r$$

e a potência total radiada pelo dipolo.

- 5* Consideremos uma antena do tipo dipolo magnético constituído de uma espira circular de raio $a \ll \lambda$ e módulo do momento magnético dado por $m = \pi a^2 I_0$, onde I_0 é a amplitude da corrente que circula pela espira. Essa espira produz um potencial vetor magnético \mathbf{A} , na condição $r \gg a$ e $a \ll \lambda$ mostrado abaixo:

$$\mathbf{A} = \frac{ik\mu_0 m e^{i(\omega t - kr)}}{4\pi r} \sin \theta \hat{\mathbf{a}}_\varphi.$$

- a) Encontre os campos de radiação \mathbf{E}_{rad} e \mathbf{H}_{rad} , a partir do potencial vetor \mathbf{A} dado. Se o plano de terra é o plano (x, y) essa antena tem polarização vertical ou horizontal?
b) Mostre que o vetor de Poynting de radiação dessa antena é dado por

$$S_{rad} = \frac{\pi^4 Z_0 I_0^2}{2r^2} \left(\frac{a^2}{\lambda^2} \right)^2 \sin^2 \theta,$$

determine a potência radiada por unidade de ângulo sólido $dP/d\Omega$ e a potência total radiada $P_{rad} = \int_{\Omega} (dP/d\Omega) d\Omega$.

c) Determine a diretividade do dipolo magnético. Aponte as dualidades/simetrias em relação ao dipolo elétrico.

6 Defina-se eficiência de radiação da seguinte maneira:

$$e_{rad} = \frac{P_{rad}}{P_{in}} = \frac{R_{rad}}{R_{rad} + R_{perdas}}$$

onde P_{rad} é a potência irradiada e P_{in} é a potência total de entrada na antena. O ganho de antena é então:

$$G(\theta, \varphi) = e_r F(\theta, \varphi)$$

sendo $G_{max} = e_r D$. a) Explique qual é o significado do ganho de uma antena.

b) Calcule a eficiência e o ganho do dipolo curto, dado que as perdas ohmicas tem o seguinte valor:

$$R_{perdas} = \frac{d}{6\pi a} \sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2\sigma}}$$

sendo d o tamanho do dipolo, a o diâmetro do condutor. Considere $a = 1\text{mm}$, $d = \lambda/10$, $\sigma = 5 \times 10^7 \Omega^{-1}m^{-1}$ e $f = 1\text{MHz}$. Obs.: Existem antenas cuja eficiência chega a quase 100% (ou $e_r \approx 1$).

7* Qual a potência total radiada por um dipolo curto de comprimento 30 cm, carregando uma corrente de 500 mA, na frequência de 1MHz?

8 Explique a definição Polarização de Antena. Cite os tipos de polarização possíveis. Qual é a importância da polarização? Para broadcasting por qual motivo normalmente adota-se uma polarização circular ou elíptica?

9* A fórmula de Friis relaciona potência transmitida e recebida na forma abaixo:

$$P_r = P_t \frac{G_t G_r \lambda^2}{(4\pi r)^2}$$

sendo G_t e G_r o ganho das antenas de transmissão e recepção, no seu valor máximo, λ o comprimento de onda e r a distância entre transmissor e receptor. É claro que a potência recebida depende da orientação relativa das antenas. Considere a fórmula de Friis para um link de comunicação sendo que as duas antenas são iguais e tem ganho G . A frequência utilizada no link é de $f = 3\text{GHz}$. Se o receptor tem sensibilidade para receber até -100dBW (converta para Watts), e estando localizado a 50km de distância do transmissor cuja potência transmitida é de 30 Watts:

- calcule o ganho das antenas G , em um dia normal, onde a fórmula de Friis acima é aplicável;
- calcule o coeficiente de atenuação α e o coeficiente de fase β em um dia de chuva, onde os parâmetros do meio mudam. Num dia seco estamos considerando $\alpha = 0$, mas com a umidade crescente considere a aproximação para meios dielétricos com poucas perdas e considere a condutividade do ar nesse caso como sendo $\sigma = 5 \times 10^{-8} \Omega^{-1}m^{-1}$. A permissividade dielétrica relativa é $\epsilon_r \approx 1$;
- A fórmula de Friis modifica-se por efeito da atenuação, considere simplesmente:

$$P_r = P_t \frac{G^2 \lambda^2}{(4\pi r)^2} T$$

onde T é o coeficiente de transmissão do meio:

$$T = \exp(-2\alpha r).$$

Devido à atenuação (interferência das condições do meio na propagação) haverá problemas na recepção do sinal? Se sim, aponte uma solução.

10 Um sistema de broadcasting de TV via satélite opera a uma frequência de 12 GHz. A potência transmitida pelo satélite é 120W enquanto que o receptor é capaz de detectar sinais de 2×10^{-12} W (veja que a potência recebida é da ordem de pico-Watts!!!). Se a distância entre o satélite e o receptor é $r = 36.000\text{km}$ e se a antena transmissora é igual à antena receptora, calcule o ganho G (em dB) de modo a que o sistema funcione adequadamente.

11 Resolva os exemplos do capítulo 14 do livro de Antenas de Orfanidi (livro disponível em

www.ece.rutgers.edu/~orfanidi/ewa

e cópia do capítulo mencionado disponível com o restante do material da disciplina).

Formulário:

Antenas

Para Antenas em Regime Harmônico considerando-se o Campo Distante tem-se:

$$\mathbf{E}_{rad} = -i\omega(\mathbf{A} - A_r \hat{\mathbf{a}}_r) \quad (1)$$

$$\mathbf{H}_{rad} = \frac{1}{Z} \hat{\mathbf{a}}_r \times \mathbf{E}_{rad} \quad (2)$$

$$\mathbf{S}_{rad} = \frac{\omega^2}{2Z} |\mathbf{A} - A_r \hat{\mathbf{a}}_r|^2 \hat{\mathbf{a}}_r \quad (3)$$

$$\frac{dP}{d\Omega} = r^2 S_{rad} \quad ; \quad P_{rad} = \int r^2 S_{rad} d\Omega \quad (4)$$

onde $d\Omega = \sin \theta \, d\theta \, d\varphi$ é um elemento infinitesimal de ângulo sólido. A resistência de radiação é definida abaixo

$$R_{rad} = \frac{2P_{rad}}{I_0^2} \text{ Ohms} \quad (5)$$

e para antenas do tipo filamentosares (fios condutores) tem-se para as perdas:

$$R_{ohm} = \frac{d}{6\pi D} \sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2\sigma}} \text{ Ohms}$$

sendo d o tamanho da antena (circunferencia para o dipolo magnético) e D o diâmetro do condutor.

Pode-se definir o padrão de radiação da seguinte maneira:

$$F(\theta, \varphi) = 4\pi \frac{dP/d\Omega}{\int (dP/d\Omega) d\Omega}$$

e $D = \max[F(\theta, \varphi)]$. Define-se eficiência de radiação abaixo:

$$e_r = \frac{P_{rad}}{P_{in}} = \frac{R_{rad}}{R_{rad} + R_{ohm}}$$

onde P_{rad} é a potência radiada e P_{in} é a potência total de entrada na antena. O parâmetro ganho de antena é então:

$$G = e_r D$$