TE814-Comunicações Ópticas I

Parte 1: Propagação de Ondas e a Fibra Óptica - Descrição pela Óptica Geométrica

Prof. César Augusto Dartora - UFPR

E-mail: cadartora@eletrica.ufpr.br

Curitiba-PR

Roteiro da Aula:

- Conceitos Fundamentais
- Guias de Ondas Dielétricos e a Fibra Óptica
- Estudo da Propagação através da Óptica Geométrica

1 Conceitos Fundamentais

Propagação de Ondas Eletromagnéticas é descrita de forma completa pelas Equações de Maxwell. A energia pode se propagar de duas formas principais:

$\rightsquigarrow$ Ondas Guiadas (Guided Waves);
$\rightsquigarrow$ Ondas Não-Guiadas (Wireless);

Excluindo-se as situações em que o uso de ondas guiadas não é possível: Radar, Telemetria, Telefonia Móvel, Broadcasting, etc as comunicações por ondas guiadas usualmente apresentam maior confiabilidade, com a contrapartida de maior custo de implementação e manutenção.

$\rightsquigarrow$ No domínio de frequências ópticas dois fenômenos combinados, *Atenuação e Difração* em espaço livre, tornam o uso do sistema wireless óptico inviável, sobretudo a largas distâncias.

$\rightsquigarrow$ Solução para o problema: utilização da Fibra Óptica!!

$\rightsquigarrow$ Mas por qual motivo utilizar frequências ópticas? R: Necessidade de Altas Taxas de Transmissão de Dados com confiabilidade e pouca atenuação em grandes distâncias.

Formas de Abordagem para o estudo de Propagação de Ondas:

$\rightsquigarrow$ Óptica Geométrica: negligencia os efeitos difrativos e as ondas são representadas por raios. Aplica-se bem em algumas situações em que $d >> \lambda$ e distâncias propagadas relativamente pequenas.

$\rightsquigarrow$ Óptica Física/Teoria da Difração Escalar: onde negligencia-se o caráter vetorial das ondas eletromagnéticas. Muito útil no domínio óptico.

$\rightsquigarrow$ Equações de Maxwell: leva em conta tanto o aspecto ondulatório quanto o caráter vetorial das ondas eletromagnéticas.

$\rightsquigarrow$ No estudo de Ondas Guiadas podemos separar a análise em dois aspectos:

1) Análise Modal: preocupa-se apenas com a forma de distribuição e polarização dos campos, aplicação das condições de contorno impostas pelo guia de ondas, no domínio da frequência.

2) Análise de Dispersão/Atenuação na Propagação de Sinais: geralmente assume-se que o modo é conhecido, a preocupação é com aspectos dispersivos de sinais compostos por muitas frequências.

2 Guias de Ondas Dielétricos e a Fibra Óptica

Guias de Ondas Dielétricos são estruturas capazes de confinar e guiar ondas eletromagnéticas através das condições de contorno impostas entre meios de natureza dielétrica. A Fibra Óptica é um caso particular de guia de ondas dielétricos.

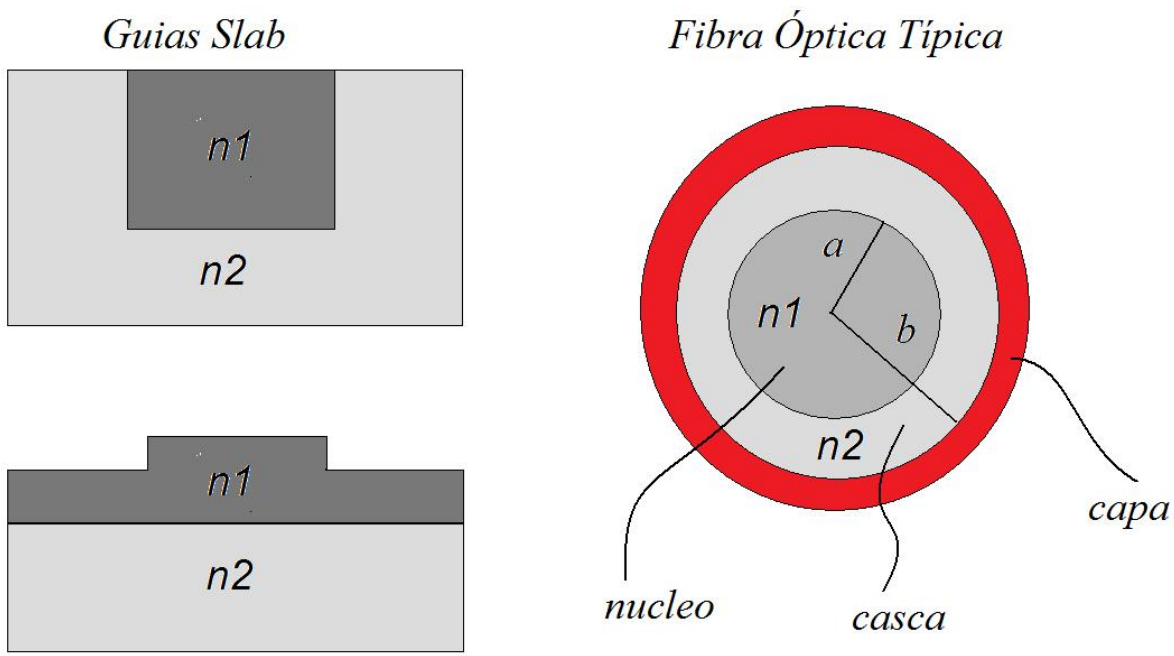

Figure 1: Guias Dielétricos Típicos.

3 Estudo da Propagação através da Óptica Geométrica

A óptica geométrica baseia-se nas leis de Snell para reflexão e refração, representando as ondas por raios, que indicam a direção de propagação.

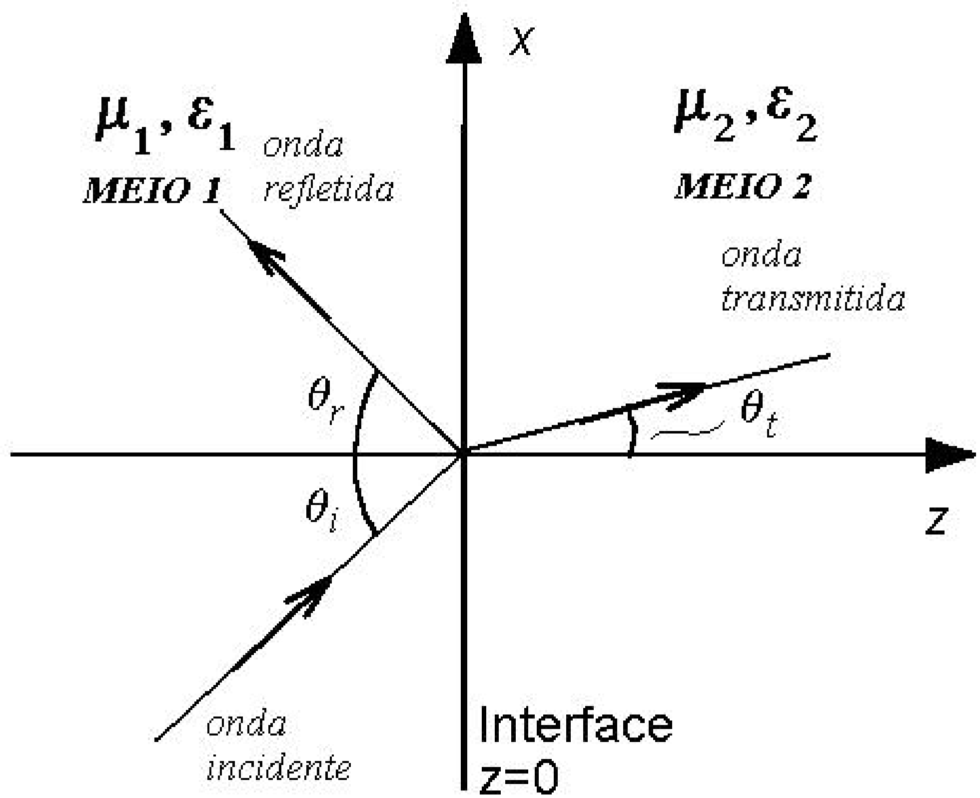

Figure 2: Interface entre dois meios.

$$\theta_i = \theta_r, \tag{1}$$
$$n_1 \sin\theta_i = n_2 \sin\theta_t, \tag{2}$$

onde $n_1 = \sqrt{\varepsilon_1/\varepsilon_0}$ e $n_2 = \sqrt{\varepsilon_2/\varepsilon_0}$ são os índices de refração dos meios 1 e 2, respectivamente.

Definição - Ângulo Crítico θ_c:

$$\sin\theta_c = \frac{n_2}{n_1} \tag{3}$$

$\rightsquigarrow$ É o ângulo para o qual existe, do ponto de vista geométrico, reflexão total da onda incidente. Uma vez que $\sin\theta_t \leq 1$, quando a igualdade é atingida, $\theta_t = 90^o$, significa que a onda não mais penetra o meio 2.

$\rightsquigarrow$ Veja que somente existe tal ângulo para o caso em que $n_1 > n_2$. Para haver confinamento de ondas, ou guiamento, requer-se então um meio de índice n_1 envolvido por outro meio de índice $n_2 < n_1$.

$\rightsquigarrow$ A propagação de ondas em um guia de ondas dielétrico, como é o caso da fibra óptica, sob o ponto de vista da óptica geométrica, se dá por múltiplas reflexões internas totais.

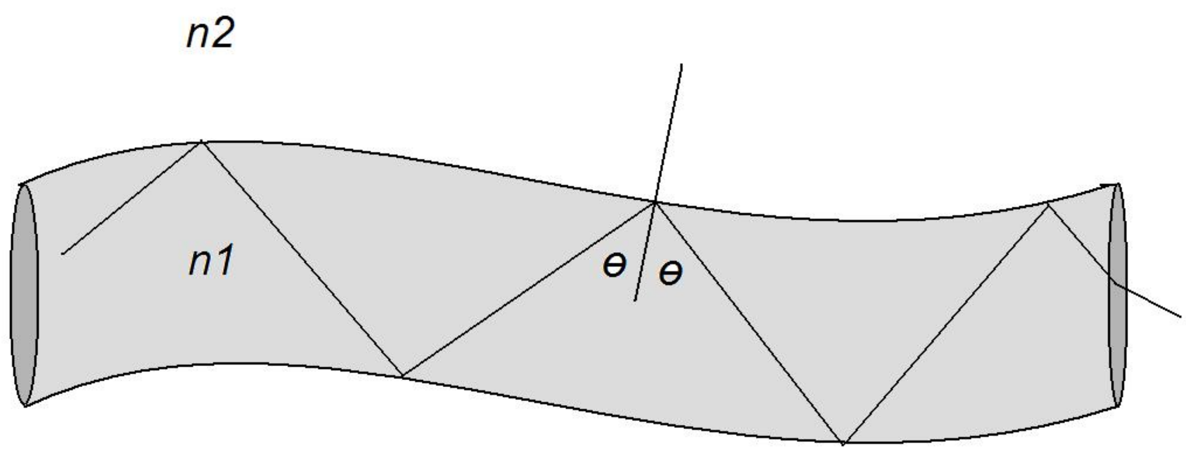

Figure 3: Propagação na Fibra Óptica sob a perspectiva da óptica geométrica

A figura acima ilustra a propagação em uma fibra óptica. Observe-se que a curvatura da fibra deve ser limitada de tal forma que a onda guiada não vaze do núcleo para o meio exterior.

Tipos de Fibras Ópticas

A) Quanto ao seu perfil de índice de refração:

1) Fibra de Índice Degrau: para $n_1 > n_2$

$$n(\rho) = \begin{cases} n_1 & 0 \leq \rho \leq a \\ n_2 & a < \rho \leq b \end{cases} \tag{4}$$

2) Fibra de Índice Gradual: o índice varia gradualmente de n_1 caindo para o valor n_2, no intuito de equalizar os tempos de propagação dos diversos modos presentes na propagação multimodal. O perfil mais típico é o parabólico:

$$n(\rho) = \begin{cases} n_1 \left(1 - \Delta \cdot \frac{\rho^2}{a^2}\right) & 0 \leq \rho \leq a \\ n_2 & a < \rho \leq b \end{cases} \tag{5}$$

sendo feita a seguinte definição:

$$\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1} \tag{6}$$

B) Quanto à forma de operação:

1) Operação Multimodo: quando vários modos de propagação se propagam na frequência de operação desejada.

2) Operação Monomodo: quando apenas o modo fundamental é propagado na frequência de operação desejada.

OBS.: Uma fibra não é multimodo ou monomodo sempre!! Depende da frequência de operação. Por exemplo, uma fibra que opera monomodo em $\lambda = 1.55\mu$m (infravermelho) não estará operando na condição monomodal para frequências na faixa do espectro visível ou no ultravioleta.

Estudo da dispersão em fibras multimodo: óptica geométrica

⇝ A dispersão é um efeito temporal geralmente indesejável. Na fibra multimodo a principal contribuição para a dispersão é proveniente das diferentes velocidades de propagação dos diversos modos presentes.

⇝ Denomina-se esta de DISPERSÃO INTERMODAL. Obviamente não ocorre na fibra de operação monomodo.

⇝ A dispersão provoca efeitos como a ISI (Interferência Inter-Simbólica) em sistemas digitais. No caso da dispersão intermodal, a mesma informação se propaga através de modos distintos, chegando a tempos distintos no destino final.

⇝ Se o tempo de atraso entre a chegada do modo mais rápido e a do modo mais lento é considerável a superposição/batimento dos sinais que trazem a mesma informação irá degradar o sinal de tal forma que se torna impossível reconhecer a informação. A dispersão limita portanto a distância máxima possível, sem que haja sistema de regeneração do sinal.

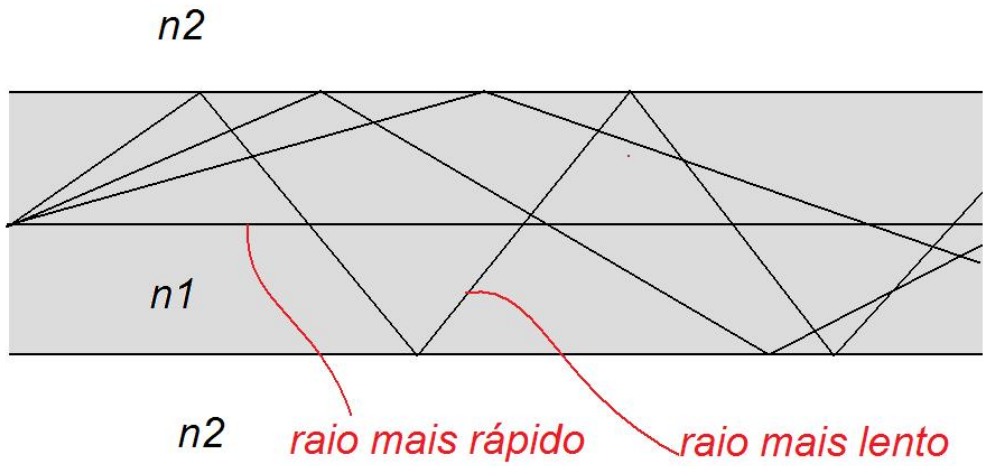

Figure 4: Propagação Multimodo.

$\rightsquigarrow$ Velocidade do modo mais rápido: este modo propaga-se paralelo ao eixo da fibra num meio de índice de refração n_1, portanto

$$v_f = \frac{c}{n_1}.$$

$\rightsquigarrow$ Velocidade do modo mais lento: este modo incide na interface n_1/n_2 com o ângulo crítico pelo menos, pois para ângulos menores que θ_c deixa de ocorrer guiamento e a onda vaza para o meio n_2. A velocidade de propagação paralela ao eixo da fibra é dada então por

$$v_l = \frac{c}{n_1}\sin\theta_c = \frac{cn_2}{n_1^2}.$$

Para uma fibra de comprimento L podemos calcular os tempos de propagação e o atraso temporal do raio mais lento em relação ao mais rápido:

$$t_f = \frac{L}{v_f} = \frac{Ln_1}{c}$$

$$t_l = \frac{L}{v_l} = \frac{Ln_1^2}{cn_2}$$

$$\tau = t_l - t_f = \frac{Ln_1}{c}\left(\frac{n_1}{n_2} - 1\right)$$

Fazendo uso da definição de Δ tem-se

$$\tau = \frac{L\Delta n_1^2}{cn_2} \tag{7}$$

$\rightsquigarrow$ Dado o tempo de um bit T para um sistema de comunicação, a largura de banda B será dada por $B = 1/T$. Como o tempo de atraso τ deve ser menor do que T, ou seja, $T > \tau$, temos facilmente, o produto BL:

$$BL < \frac{cn_2}{n_1^2\Delta} \; . \tag{8}$$

$\rightsquigarrow$ Veja que a última fórmula implica que o produto BL é inversamente proporcional a $\Delta = (n_1 - n_2)/n_1$. Nesse caso a diferença de índice de refração entre os dois meios deve ser pequena.

$\rightsquigarrow$ $\Delta << 1$, ou $n_1 \approx n_2$ é denominada condição de guiamento fraco.

Vejamos alguns exemplos:

$\rightsquigarrow$ Fibra sem casca: para este caso $n_1 = 1.5$ e $n_2 = 1$, resultando então

$$BL < 0.4\mathrm{Mb/s \cdot km} \ .$$

$\rightsquigarrow$ Fibra com casa: $n_1 = 1.5$ e $\Delta = 2 \times 10^{-3}$ resulta em

$$BL < 100\mathrm{Mb/s \cdot km} \ .$$

$\rightsquigarrow$ A tecnologia que permitiu o desenvolvimento e fabricação de fibras na condição de guiamento fraco levou a um aumento exponencial na capacidade de transmissão das mesmas, tornando-as comercialmente viáveis.

Aprimoramento: A Fibra Multimodo de Índice Gradual

⇝ A idéia básica da fibra de índice gradual é fazer a equalização dos tempos de propagação dos diversos modos propagantes. Foi um passo seguinte no aumento da capacidade dos sistemas ópticos anterior ao surgimento das fibras monomodais.

⇝ O raio que caminha paralelo ao eixo se propaga em um índice de refraçao n_1. A idéia é fazer com que os raios que se propagam certo ângulo em relação ao eixo, tenham velocidades de propagação maiores do que a velocidade do raio paralelo, de tal forma a compensar a maior distância percorrida. Isso somente é possível se esses raios (modos) não paralelos se propaguem em meios de índice de refração menor que n_1.

Para tanto um perfil muito utilizado é o parabólico:

$$n(\rho) = \begin{cases} n_1 \left(1 - \Delta \cdot \frac{\rho^2}{a^2}\right) & 0 \leq \rho \leq a \\ n_2 & a < \rho \leq b \end{cases} \tag{9}$$

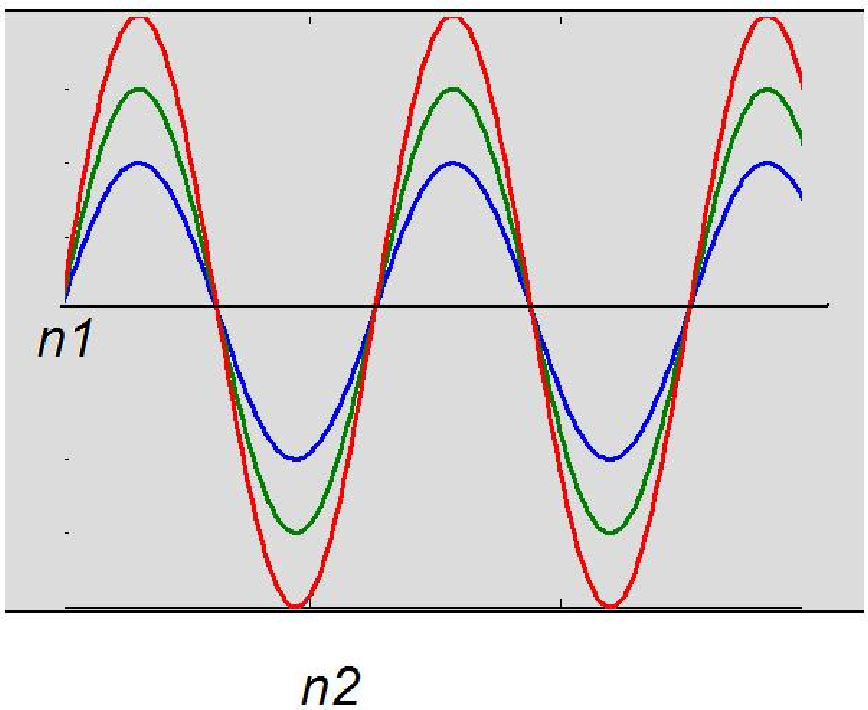

Figure 5: Propagação Multimodo em uma Fibra de Índice Gradual: Equalização dos tempos.

É possível mostrar que o limite agora fica da seguinte forma:

$$BL < \frac{8c}{n_1 \Delta^2}$$

$\rightsquigarrow$ Aumenta ainda mais a capacidade de transmissão, uma vez que depende de $1/\Delta^2$!!

Uma equação de trajetória para a Óptica Geométrica

$\rightsquigarrow$ Quando o índice de refração não varia muito numa distância equivalente a um comprimento de ondas, é possível fazer algumas aproximações que recaem na chamada Óptica Geométrica.

$\rightsquigarrow$ Primeiramente vamos fazer algumas analogias, lembrando a forma do campo elétrico de uma onda plana uniforme:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i(\omega t - \mathbf{k}\cdot\mathbf{x})} \tag{10}$$

onde $\mathbf{E}_0$ é um vetor complexo e constante e $\mathbf{k}/k$ indica a direção de propagação da onda.

$\rightsquigarrow$ Escrevendo $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i[\omega t - S(\mathbf{x})]}$, onde $S(\mathbf{x}) = \mathbf{k}\cdot\mathbf{x}$ é fácil mostrar que:

$$\mathbf{k} = \nabla S \tag{11}$$

$\rightsquigarrow$ A função S indica superfícies de fase constante de uma onda, e o gradiente desta função mostra para onde ocorre a máxima variação, ou seja, para onde a onda se desloca.

Podemos generalizar, para qualquer onda eletromagnética:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0(\mathbf{x})e^{i[\omega t - S(\mathbf{x})]} \tag{12}$$

onde agora $\mathbf{E}_0$ não é mais constante. Entretando para pequenas variações do índice de refração é possível assumir um regime de adiabaticidade negligenciando variações de amplitude, e a trajetória de raios será perfeitamente descrita pela equação (11):

$$\mathbf{k} = \nabla S$$

É importante lembrar que localmente:

$$\mathbf{k} = k\hat{\mathbf{n}} = k_0 n\hat{\mathbf{n}}$$

sendo $k_0 = 2\pi/\lambda_0$, λ_0 é o comprimento de ondas no vácuo, n é o índice de refração e $\hat{\mathbf{n}}$ é um vetor unitário na direção de propagação da onda.

Uma vez que o interesse se dá nas ondas guiadas que se propagam quase paralelas ao eixo z, podemos assumir que

$$k_z \approx k_0 n \ .$$

Esta denomina-se APROXIMAÇÃO PARAXIAL - onda se propagando paralela ao eixo.

Observe a figura a seguir:

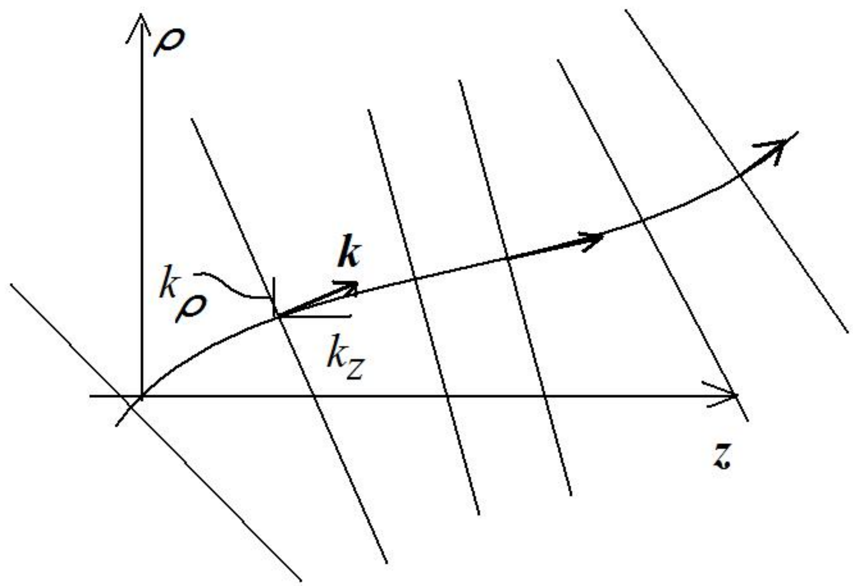

Figure 6: Frentes de Onda em uma Trajetória Não-Retilínea.

Em coordenadas cilíndricas temos a relação óbvia:

$$k_\rho \rightarrow d\rho \;\; \text{e} \;\; k_z \rightarrow dz$$

de onde vem:

$$\frac{d\rho}{dz} = \frac{k_\rho}{k_z} \tag{13}$$

Observemos que:

$$k_\rho = \frac{\partial S}{\partial \rho}$$

$$k_z = \frac{\partial S}{\partial z}$$

mas na aproximação paraxial podemos fazer:

$$k_\rho = \frac{\partial S}{\partial \rho}$$

$$k_z = \frac{\partial S}{\partial z} \approx k_0 n(\rho)$$

para calcular a segunda derivada da equação (13):

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial z^2} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{k_\rho}{k_z}\right) = \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{k_0 n}\frac{\partial S}{\partial \rho}\right) \ , \tag{14}$$

Comutando as derivadas em ρ e z no caso em que n não é função da variável z temos:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial z^2} = \frac{1}{k_0 n}\frac{\partial}{\partial \rho}\left(\frac{\partial S}{\partial z}\right) \ , \tag{15}$$

Mas $\partial S/\partial z = k_0 n$ e temos:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial z^2} = \frac{1}{n}\frac{\partial n}{\partial \rho} \ . \tag{16}$$

$\rightsquigarrow$ Esta é a equação de trajetória de um raio na aproximação paraxial.

Tempos de propagação de sinal

$\rightsquigarrow$ Lembrando que localmente temos:

$$\frac{dl}{dt} = \frac{c}{n}$$

podemos reescrever esta equação na forma:

$$dt = \frac{n}{c}dl \ .$$

Uma vez que a onda se propaga com deslocamentos em ρ e z, mas a trajetória é uma função $(z, \rho(z))$ de acordo com a equação(16) podemos escrever:

$$dl^2 = d\rho^2 + dz^2$$

ou ainda

$$dl = \sqrt{1 + \left(\frac{d\rho}{dz}\right)^2} dz \ ,$$

de onde finalmente tiramos

$$T = \int_0^T dt = \int_0^L \frac{n}{c}\sqrt{1 + \left(\frac{d\rho}{dz}\right)^2} dz \ . \tag{17}$$

Exercício:
Para a fibra óptica de índice gradual de perfil parabólico, mostre que

a) Guardando somente termos lineares em ρ temos:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial z^2} = -\frac{2\Delta}{a^2}\rho \ . \tag{18}$$

b) A solução geral de trajetória é dada por:

$$\rho(z) = A\cos(pz) + B\sin(pz) \ ,$$

onde $p = \sqrt{2\Delta}a$

c) Assumindo $B = 0$ e $A = a$ determine através da equação (17) o limite para produto BL.

Ângulo de Aceitação e Abertura Numérica

$\rightsquigarrow$ É uma medida da facilidade de acoplamento da luz à fibra óptica, proveniente de um outro meio de índice n_0.

$\rightsquigarrow$ Pode-se demonstrar que na condição de guiamento fraco:

$$NA = n_0 \sin \alpha_i = n_1 \sqrt{2\Delta} \ ,$$

sendo α_i o ângulo de aceitação e NA a abertura numérica da fibra.