UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ - UFPR
Setor de Tecnologia
Departamento de Engenharia Elétrica

1^a LISTA DE EXERCÍCIOS

Disciplina: TE814 - Comunicações Ópticas I

Professor: César Augusto Dartora[1]

1 Explique de maneira simples (diga quais estão associados à característica espacial da onda e quais à característica temporal), com as observações que achar pertinentes os seguintes fenômenos que ocorrem com uma onda eletromagnética:
a) Difração;
b) Dispersão;
c) Atenuação e absorção.

2) Em um guia de onda, o que representa um modo de propagação? Por que surgem modos distintos de propagação?

3) Para a fibra óptica de índice gradual de perfil parabólico, mostre que:
a) Guardando somente termos lineares em ρ temos:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial z^2} = -\frac{2\Delta}{a^2}\rho \ . \tag{1}$$

onde $\Delta = (n_1 - n_2)/n_1$.

b) A solução geral de trajetória é dada por:

$$\rho(z) = A\cos(pz) + B\sin(pz) \ ,$$

onde $p = \sqrt{2\Delta}a$.

c) Assumindo para o raio que tem a maior trajetória $B = 0$ e $A = a$, determine através da equação abaixo

$$T = \int_0^T dt = \int_0^L \frac{n}{c}\sqrt{1 + \left(\frac{d\rho}{dz}\right)^2} dz \ . \tag{2}$$

o limite para produto BL. Lembre-se que o raio que caminha paralelo ao eixo tem $\rho(z) = 0$ e $T = Ln_1/c$.

4) Utilizando somente a Óptica Geométrica e a Lei de Snell, deduza o valor do raio de curvatura máximo de uma fibra óptica de raio a, índice de refração da casca n_2 e índice de refração do núcleo n_1, para que não haja perdas por vazamento de radiação.

5) A partir das equações de Maxwell para meios dielétricos sem cargas ou correntes, com índice de refração $n(\mathbf{x}) = \sqrt{\varepsilon_r}$ variável com a posição obtenha a equação de ondas para o campo elétrico:

$$(\nabla^2 + k_0^2 n^2)\mathbf{E} = -\nabla\left(\frac{1}{n^2}\nabla(n^2)\cdot\mathbf{E}\right) \ .$$

6) Faça a decomposição longitudinal-transversal das equações de Maxwell, assumindo que o eixo longitudinal é o eixo z e as coordenadas transversais são representadas por $\mathbf{x}_\perp = (x, y)$ em coordenadas

[1]cadartora@eletrica.ufpr.br

retangulares ou $\mathbf{x}_\perp = (\rho, \varphi)$ em coordenadas cilíndricas circulares e demonstre que para solução na forma $\mathbf{E}(\mathbf{x}_\perp, z, t) = \mathbf{E}(\mathbf{x}_\perp)e^{i(\omega t - \beta z)}$ tem-se:

$$(\nabla_\perp^2 + k_\perp^2)E_z = 0 \ ,$$

$$(\nabla_\perp^2 + k_\perp^2)H_z = 0 \ ,$$

onde $\nabla_\perp^2$ é o laplaciano transverso, $k_\perp^2 = k_0^2 n^2 - \beta^2$ e

$$\mathbf{E}_\perp = \frac{-i\beta}{k_0^2 n^2 - \beta^2}\left[\nabla_\perp E_z + \frac{\omega\mu_0}{\beta}\nabla_\perp H_z \times \hat{\mathbf{a}}_\mathbf{z}\right] \ ,$$

$$\mathbf{H}_\perp = \frac{-i\beta}{k_0^2 n^2 - \beta^2}\left[\nabla_\perp H_z - \frac{\omega\varepsilon_0 n^2}{\beta}\nabla_\perp E_z \times \hat{\mathbf{a}}_\mathbf{z}\right] \ ,$$

Finalmente, encontre as relações entre $\mathbf{E}_\perp$ e $\mathbf{H}_\perp$ e a componente longitudinal do vetor de Poynting S_z.

7) Encontre os campos eletromagnéticos dos modos TE e TM para um guia metálico circular de raio a, bem como as respectivas frequências de corte. Qual é o modo fundamental?

8) A cavidade conhecida como ressoador de Fabri-Perot e constituída de dois espelhos paralelos tem importantes aplicações em óptica, na obtenção do efeito laser. Para haver *lasing* (poder gerar um feixe de luz intenso e coerente) um dos requisitos é que o meio material entre os espelhos apresente ganho suficiente para compensar as perdas no comprimento de ondas de interesse e esse meio é dito ativo. Consideremos que o meio entre dois espelhos satisfaça esse primeiro requisito, ou seja, apresente ganho numa faixa de comprimentos de onda de interesse. Dessa forma a seleção da frequência (ou comprimento de onda) correta de laser deverá ser feita através do ajuste da distância d entre os espelhos. Entre os espelhos haverá a propagação de ondas eletromagnéticas em ambos os sentidos (onda propagante e onda refletida). Um dos espelhos é sempre um refletor perfeito $R \approx 1$ enquanto o outro tem uma refletividade menor, cerca de $R = 0.7$, para deixar uma parte da energia contida na cavidade passar para fora, constitindo o feixe de laser desejado. Para fins de análise, consideremos que o ganho do meio ativo compense exatamente as perdas condutivas no material e as perdas nos espelhos, de forma que possamos tratar ambos os espelhos como condutores perfeitos $\sigma \to \infty$, $R = 1$. Adota-se um sistema de coordenadas em que o eixo z é o eixo de propagação das ondas entre os dois espelhos perfeitamente paralelos entre si. O primeiro espelho é o plano $z = 0$ e o segundo espelho é o plano $z = d$ e podemos representar o campo elétrico entre os espelhos na forma

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_i + \mathbf{E}_r = (E_i e^{i(\omega t - kz)} + E_r e^{i(\omega t + kz)})\hat{\mathbf{a}}_\mathbf{x}$$

onde E_i é a amplitude do campo propagante no sentido positivo do eixo z e E_r do campo propagante no sentido oposto.

a) Lembrando que o campo elétrico tangencial à uma superfície condutora perfeita deve se anular sobre a superfície, encontre as relações entre E_i e E_r e as condições sobre o número de onda $k = 2\pi/\lambda$ para satisfazer às condições de contorno impostas. Uma vez encontrada a forma do campo elétrico, determine o campo magnético na cavidade.

b) Para um material com índice de refração $n = \sqrt{\varepsilon_r} \approx 1$ e ativo na faixa de $692.00nm < \lambda < 692.20nm$ colocado entre os dois espelhos com distância de separação $d = 1$cm, determine quantos e quais são os comprimentos de onda excitados na cavidade assumindo que todos os comprimentos de onda possíveis entre o mínimo e o máximo da faixa ativa sejam excitados.

Obs.: $1nm = 10^{-9}m$