

## TE903 – Comunicação Digital

### Lista de Exercícios N° 2 Teoria de Informação (devolver em 11/11/2019)

---

01 de novembro de 2019

Evelio M. G. Fernández

1. Uma fonte discreta sem memória gera símbolos binários com distribuição  $(p, 1-p)$  sendo que  $\Pr(x = 1) = p$ . Um contador observa esta fonte e conta o número de zeros entre uns consecutivos. Por exemplo, uma sequência da forma 100010111001..., produzirá na saída do contador a sequência 31002...
  - a) Em função de  $p$ , determine as expressões para a entropia da fonte  $H(X)$ , a entropia do contador  $H(Y)$  e para o tempo médio em segundos dos símbolos do contador.  
Obs.:  $\sum_{n=0}^{\infty} (1-p)^n = 1/p$ ;  $\sum_{n=0}^{\infty} n(1-p)^n = (1-p)/p^2$ ;
  - b) Fazendo  $p = 0,5$  e supondo que a fonte produza 1 símbolo/seg, compare as entropias em bits/seg.
2. Uma fonte de informação gera símbolos pertencentes ao alfabeto  $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$  com probabilidades  $P(a_1) = 0,15$ ,  $P(a_2) = 0,04$ ,  $P(a_3) = 0,26$ ,  $P(a_4) = 0,05$  e  $P(a_5) = 0,5$ .
  - a) Calcule a entropia desta fonte;
  - b) Determine um código de Huffman para esta fonte;
  - c) Com relação ao código do item anterior, determine o comprimento médio e sua redundância;
  - d) Em muitos sistemas de comunicação é desejável que o número de 1s e 0s transmitidos seja aproximadamente igual. Porém, observando códigos de Huffman, tem-se a impressão que a maior parte deles é composta por muito mais 1s do que 0s (ou vice-versa). Significa isto que a codificação de Huffman leva a um uso ineficiente do canal de comunicação? Para o código obtido no item (b), determine a probabilidade de se transmitir o símbolo zero pelo canal e relacione esta probabilidade com o questionamento anterior.
3. A cada segundo, um dentre dois possíveis símbolos  $x_j$ ,  $j \in \{1, 2\}$ , é colocado na entrada de um canal de comunicação com probabilidade  $P(x_1) = \alpha$ . Na saída

do canal, o receptor pode decidir entre três símbolos diferentes  $y_k$ ,  $k \in \{1,2,3\}$ . A matriz de transição do canal é dada por:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/4 & 1/4 \end{bmatrix}$$

- a) Calcular a quantidade de informação contida nos símbolos de saída;
  - b) Calcular a incerteza  $H(Y|X)$  devida ao ruído;
  - c) Calcular a capacidade deste canal.
4. Suponha que uma tela de televisão seja formada por 131072 pixels (256 pixels por linha  $\times$  512 linhas horizontais), onde cada pixel pode assumir 16 tonalidades distintas de cores igualmente prováveis. Assuma que a taxa de transmissão seja 32 telas por segundo e que a relação sinal-ruído igual a 30 dB. Usando o teorema da capacidade de canal, calcule a largura de banda mínima necessária para a transmissão confiável deste sinal de televisão.