

EELT-7035 – Processos Estocásticos em Engenharia

Lista de Exercícios N° 1 (devolver 09/04/2019)

28 de março de 2019

Evelio M. G. Fernández

Exercício 1 (1 ponto)

Uma estação de rádio vai presentear com dois ingressos para um show o sexto ouvinte que ligar conhecendo a data de nascimento do cantor. Para cada ligação, a probabilidade de o ouvinte conhecer a data de nascimento do cantor é 0,75. Todas as ligações são independentes.

- (a) Determine a PMF de L , a variável aleatória que representa o número de chamadas necessárias até que haja um ouvinte premiado.
- (b) Qual a probabilidade do ouvinte premiado acontecer na décima chamada?
- (c) Qual a probabilidade da emissora precisar de nove ou mais chamadas até encontrar o ganhador?

Exercício 2 (1,5 pontos)

Suponha que todo dia (iniciando pelo dia de número 1) você compra, com probabilidade $1/2$, um bilhete de loteria. A probabilidade de um bilhete ser premiado é p . Sejam N_i o evento: você não ter comprado um bilhete no i -ésimo dia e W_i o evento: você ter comprado um bilhete premiado no dia i . Seja L_i o evento de no dia i você comprar um bilhete que não será premiado.

- (a) Determine $\mathcal{P}[W_{33}]$, $\mathcal{P}[L_{87}]$ e $\mathcal{P}[N_{99}]$.
- (b) Seja K a variável aleatória que representa o número do dia em que você comprou o primeiro bilhete. Determine $P_K(k)$.
- (c) Determine a PMF de R , o número de bilhetes não premiados que você terá comprado em m dias.
- (d) Seja D o número do dia em que você compra o j -ésimo bilhete não premiado. Determine $P_D(d)$.

Exercício 3 (1,5 pontos)

Considere um sistema sem fio de transmissão de dados. O receptor utiliza um mecanismo de detecção de erros para identificar pacotes que tenham sido corrompidos durante a transmissão. Quando um pacote é recebido livre de erros o receptor envia um reconhecimento positivo (ACK) através de um canal de retorno, caso contrario envia um NACK. Toda vez que a fonte recebe um NACK o pacote é retransmitido. Suponha que um pacote é corrompido independentemente com probabilidade q .

- (a) Determine a PMF da V.A. X que representa o número de vezes que um pacote é transmitido pela fonte.
- (b) Suponha que o tempo de transmissão de um pacote é de 1 ms e que a fonte espera mais um milissegundo pelo reconhecimento (ACK ou NACK) antes de retransmitir. Seja T o tempo até o pacote ser corretamente recebido. Qual a relação entre T e X ? Determine a PMF de T .
- (c) Em redes de transmissão de dados a variação do tempo entre pacotes recebidos corretamente é um efeito indesejável conhecido como *jitter*. Uma medida do *jitter* é o desvio padrão do tempo entre pacotes recebidos corretamente. Determine o valor de q para garantir que o *jitter* seja de no máximo 2 milissegundos.

Exercício 4 (3 pontos)

Seja $p_g = \mathcal{P}[A|X > 10]$, onde X é uma V.A. Geométrica com parâmetro $p = 0,2$ e A o evento: $X \in \{12,13,15,20\}$. Obtenha mediante um código Matlab o valor exato de p_g e compare com simulações para distintos números de amostras geradas de X (10^3 , 10^5 e 10^7 amostras).

Exercício 5 (3 pontos)

Seja X uma V.A. discreta uniformemente distribuída no intervalo $[1, 10]$. Seja Y uma outra V.A. sendo que cada amostra de Y é dada pelo valor da mediana de um conjunto de 10 amostras de X . Gere 10^6 amostras de Y e:

- (a) Trace um histograma normalizado;
- (b) Calcule o valor médio e o desvio padrão das amostras obtidas;
- (c) Seja agora a V.A. Z construída da mesma forma a partir de Y . Refaça (a) e (b) para Z plotando os histogramas de Y e Z no mesmo gráfico;

- (d) A sequência de obtenção de V.A.s até agora foi $X \rightarrow Y \rightarrow Z$. Se o processo continuar indefinidamente até formar a V.A. W ($X \rightarrow Y \rightarrow Z \rightarrow \dots \rightarrow W$), faça uma previsão do valor médio e do desvio padrão de W .

Algumas Respostas

Exercício 1

(b) $P_L(10) \approx 0,0876$ (c) $P(L \geq 9) \approx 0,321$

Exercício 3

(b) $P_T(t) = \begin{cases} q^{\frac{t-1}{2}}(1-q), & t = 1,3,5,\dots \\ 0, & \text{fora.} \end{cases}$ (c) $q \approx 0,382$

Exercício 4

$p_g(\text{exato}) = 0,3968$