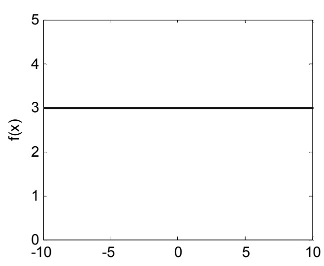
MÉTODOS DE DERIVAÇÃO

DERIVADA DE UMA FUNÇÃO CONSTANTE

Uma função constante não apresenta variação, portanto sua derivada é nula.

$$\boxed{\frac{d}{dx}(c) = 0}$$



Por exemplo:

$$\frac{d}{dx}(5) = 0 \qquad \frac{d}{dx}(\pi) = 0$$

DERIVADA DE UMA FUNÇÃO LINEAR

A inclinação de uma reta é constante. Logo, a derivada de uma função linear é constante.

$$\boxed{\frac{d}{dx}(b+mx)=m}$$

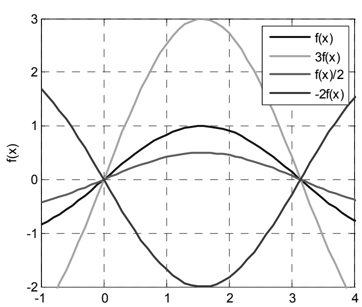
Dedução:

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{[b+m(x+h)]-(b+mx)}{h}$$

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{mh}{h}=\lim_{h\to 0}m=m$$

Obs.: $\frac{d^2}{dx^2}(b+mx)=0$

DERIVADA DE UMA CONSTANTE VEZES UMA FUNÇÃO



Dedução:

$$\frac{d}{dx}[cf(x)]=\lim_{h\to 0}\frac{cf(x+h)-cf(x)}{h}$$

$$\frac{d}{dx}[cf(x)]=\lim_{h\to 0}c\,\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

$$\frac{d}{dx}[cf(x)]=c\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

$$\boxed{\frac{d}{dx}[cf(x)]=cf'(x)}$$

DERIVADAS DE SOMAS E DIFERENÇAS

x	f(x)	g(x)	f(x)+ g(x)	f'(x)	g'(x)	f'(x)+ g'(x)
0	12	1	13	1	-0,2	0,8
1	13	0,8	13,8	2	-0,2	1,8
2	15	0,6	15,6	3	-0,1	2,9
3	18	0,5	18,5	4	0,2	4,2
4	22	0,7	22,7	5	0,8	5,8
5	27	1,5	28,5	6	0,4	6,4
6	33	1,9	34,9	7	0,3	7,3
7	40	2,2	42,2	-	-	-

$$\boxed{\frac{d}{dx}[f(x)+g(x)] = f'(x)+g'(x)}$$

$$\boxed{\frac{d}{dx}[f(x)-g(x)] = f'(x)-g'(x)}$$

Dedução:

$$\frac{d}{dx}[f(x)+g(x)] = \lim_{h\to 0}\frac{[f(x+h)+g(x+h)]-[f(x)+g(x)]}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0}\left[\frac{f(x+h)-f(x)}{h}+\frac{g(x+h)-g(x)}{h}\right] = f'(x)+g'(x)$$

DERIVADAS DE POTÊNCIAS INTEIRAS POSITIVAS

Dedução:

$$\frac{d}{dx}(x^n) = \lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^n - x^n}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{(x^n + nx^{n-1}h + \ldots + h^n) - x^n}{h}$$

$$\frac{d}{dx}(x^n) = \lim_{h\to 0}\frac{nx^{n-1}h + \ldots + h^n}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{h(nx^{n-1} + \ldots + h^{n-1})}{h}$$

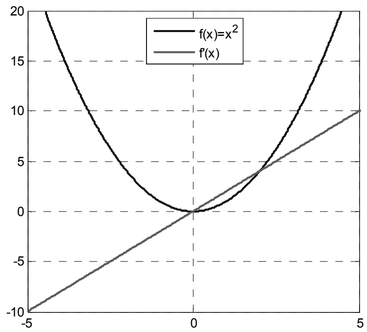
$$\frac{d}{dx}(x^n) = \lim_{h\to 0}(nx^{n-1} + \ldots + h^{n-1}) = nx^{n-1}$$

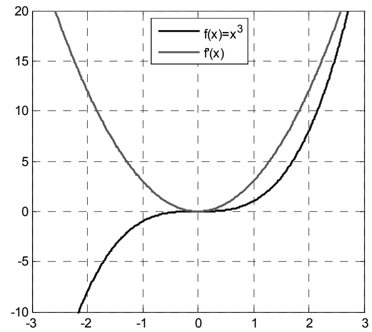
Para n inteiro positivo:

$$\boxed{\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}}$$

DERIVADAS DE POTÊNCIAS INTEIRAS POSITIVAS

Exemplos





$$\frac{d}{dx}\left(x^2\right)=2x \qquad \frac{d}{dx}\left(x^3\right)=3x^2$$

DERIVADAS DE POTÊNCIAS INTEIRAS NEGATIVAS

Dedução:

$$\frac{d}{dx}\left(x^{-n}\right)=\lim_{h\to 0}\frac{\left(x+h\right)^{-n}-x^{-n}}{h}=\lim_{h\to 0}\left[\frac{\dfrac{1}{\left(x^n+nx^{n-1}h+\ldots+h^n\right)}-\dfrac{1}{x^n}}{h}\right]$$

$$\frac{d}{dx}\left(x^{-n}\right)=\lim_{h\to 0}\frac{1}{h}\left[\frac{x^n-\left(x^n+nx^{n-1}h+\ldots+h^n\right)}{\left(x^n+nx^{n-1}h+\ldots+h^n\right)x^n}\right]=\lim_{h\to 0}\frac{-nx^{n-1}h-\ldots-h^n}{h\left(x^n+nx^{n-1}h+\ldots+h^n\right)x^n}$$

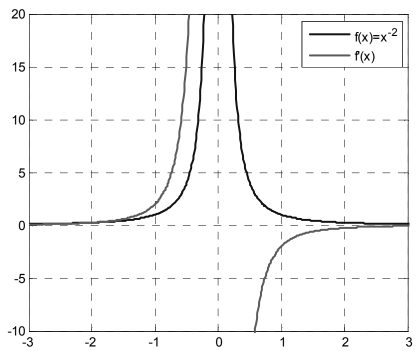
$$\frac{d}{dx}\left(x^{-n}\right)=\lim_{h\to 0}\frac{-nx^{n-1}-\ldots-h^{n-1}}{\left(x^n+nx^{n-1}h+\ldots+h^n\right)x^n}=\frac{-nx^{n-1}}{x^{2n}}=-nx^{n-1-2n}=-nx^{-n-1}$$

Para *n* inteiro negativo:

$$\boxed{\frac{d}{dx}\left(x^n\right)=nx^{n-1}}$$

DERIVADAS DE POTÊNCIAS INTEIRAS NEGATIVAS

Exemplo



$$\frac{d}{dx}\left(x^{-2}\right) = -2x^{-3}$$

$$\boxed{\frac{d}{dx}\left(x^{n}\right) = nx^{n-1}}$$

esta é, na verdade, a regra de derivação para qualquer *n* real.

DERIVADAS DE POLINÔMIOS

Juntando as regras de derivação de funções multiplicadas por constantes, soma de funções e de derivação de potências é possível derivar qualquer polinômio.

Exemplo:

$$\frac{d}{dx}\left(2x^3 - 5x^2 + x + 4\right) = \frac{d}{dx}\left(2x^3\right) + \frac{d}{dx}\left(-5x^2\right) + \frac{d}{dx}(x) + \frac{d}{dx}(4)$$

$$\frac{d}{dx}\left(2x^3 - 5x^2 + x + 4\right) = 2\frac{d}{dx}\left(x^3\right) - 5\frac{d}{dx}\left(x^2\right) + \frac{d}{dx}(x) + \frac{d}{dx}(4)$$

$$\frac{d}{dx}\left(2x^3 - 5x^2 + x + 4\right) = 2.3x^2 - 5.2x + 1 + 0$$

$$\frac{d}{dx}\left(2x^3 - 5x^2 + x + 4\right) = 6x^2 - 10x + 1$$

NOTAÇÃO ALTERNATIVA PARA PEQUENAS VARIAÇÕES

Usando a notação Δ para representar pequenas variações:

$$\Delta f = f(x+h) - f(x)$$

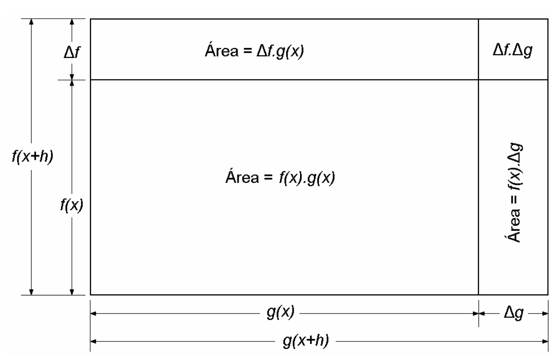
Com essa notação, a derivada pode ser escrita da seguinte forma:

$$\boxed{f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{\Delta f}{h}}$$

A REGRA DO PRODUTO

$$\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h)g(x+h) - f(x)g(x)}{h}$$

Uma forma de visualizar a expressão $f(x+h)g(x+h) - f(x)g(x)$



A REGRA DO PRODUTO

$$f(x+h)g(x+h)-f(x)g(x)=\Delta f.g(x)+f(x).\Delta g+\Delta g.\Delta f$$

Dividindo tudo por *h:*

$$\frac{f(x+h)g(x+h)-f(x)g(x)}{h}=\frac{\Delta f}{h}.g(x)+f(x).\frac{\Delta g}{h}+\frac{\Delta g.\Delta f}{h}$$

Multiplicando a última parcela do lado direito da igualdade por h/h e aplicando o limite quando *h→0:*

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)g(x+h)-f(x)g(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\left[\frac{\Delta f}{h}.g(x)+f(x).\frac{\Delta g}{h}+\frac{\Delta g}{h}.\frac{\Delta f}{h}.h\right]$$

$$\frac{d}{dx}\left[f(x)g(x)\right]=\lim_{h\to 0}\frac{\Delta f}{h}.g(x)+\lim_{h\to 0}\frac{\Delta g}{h}.f(x)+\lim_{h\to 0}\frac{\Delta g}{h}.\lim_{h\to 0}\frac{\Delta f}{h}.\lim_{h\to 0}h$$

A REGRA DO PRODUTO

$$\frac{d}{dx}\left[f(x)g(x)\right]=\lim_{h\to 0}\frac{\Delta f}{h}.g(x)+\lim_{h\to 0}\frac{\Delta g}{h}.f(x)+\lim_{h\to 0}\frac{\Delta g}{h}.\lim_{h\to 0}\frac{\Delta f}{h}.\lim_{h\to 0}h$$

Sabe-se que*:*

$$\lim_{h\to 0}\frac{\Delta f}{h}=f'(x) \quad , \quad \lim_{h\to 0}\frac{\Delta g}{h}=g'(x) \quad \text{e} \quad \lim_{h\to 0}h=0$$

Portanto*:*

$$\frac{d}{dx}\left[f(x)g(x)\right]=f'(x).g(x)+g'(x).f(x)+g'(x).f'(x).0$$

$$\boxed{\frac{d}{dx}\left[f(x)g(x)\right]=f'(x).g(x)+f(x).g'(x)}$$

A REGRA DO QUOCIENTE

Assumindo que $Q(x)=\dfrac{f(x)}{g(x)}$, também $f(x)=Q(x)g(x)$.

A regra do produto pode ser usada para se encontrar uma fórmula para *Q'* em termos de *f'* e *g'*:

$$f'(x)=Q'(x)g(x)+Q(x)g'(x)$$
$$f'(x)=Q'(x)g(x)+\frac{f(x)}{g(x)}g'(x)$$

Resolvendo para *Q'(x)*:

$$Q'(x)=\frac{1}{g(x)}\left[f'(x)-\frac{f(x)}{g(x)}g'(x)\right]=\frac{1}{g(x)}\left[f'(x)\frac{g(x)}{g(x)}-\frac{f(x)}{g(x)}g'(x)\right]$$

A REGRA DO QUOCIENTE

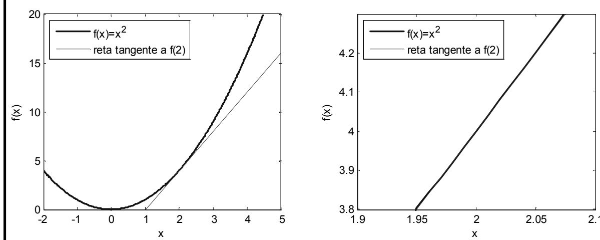
$$Q'(x)=\frac{1}{g(x)}\left[f'(x)\frac{g(x)}{g(x)}-\frac{f(x)}{g(x)}g'(x)\right]$$

$$Q'(x)=\frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$$

Fazendo $Q'(x)=\dfrac{d}{dx}\left[\dfrac{f(x)}{g(x)}\right]$:

$$\boxed{\frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]=\frac{f'(x).g(x)-f(x).g'(x)}{[g(x)]^2}}$$

LINEARIZAÇÃO



Próximo ao ponto de tangência, a reta tangente é uma boa aproximação da função.

A reta tangente a *f(a)* passa pelo ponto *(a, f(a))* e sua inclinação é *f'(a).*

$$\boxed{L(x) = f(a) + f'(a).(x-a)}$$

Se *f* é derivável em *x* = *a*, *L(x)* é a **linearização** de *f* em *a*.

ERRO DE LINEARIZAÇÃO

L(x) ➔ linearização de *f(x)* no ponto *a*;

Δf ➔ variação em *f* a medida que x varia de *x* = *a* até *x* = *(a + h)*;

$$\Delta f = f(a+h) - f(a)$$

ΔL ➔ variação em *L* a medida que x varia de *x* = *a* até *x* = *(a + h)*.

$$\Delta L = L(a+h) - L(a)$$

$$\Delta L = f(a) + f'(a)((a+h) - a) - f(a) - f'(a)(a-a)$$

$$\Delta L = f'(a).h$$

Como geralmente haverá uma diferença entre os valores de *f(x)* e *L(x)* para *x ≠ a*, *Δf ≠ ΔL.* Ou seja, haverá um erro de aproximação. Esse erro pode ser calculado como:

$$erro = \Delta f - \Delta L$$

ERRO DE LINEARIZAÇÃO

$$erro = \Delta f - \Delta L$$

$$erro = f(a+h) - f(a) - f'(a).h$$

$$erro = [f(a+h) - f(a)]\frac{h}{h} - f'(a).h$$

$$erro = \underbrace{\left[\frac{f(a+h) - f(a)}{h} - f'(a)\right]}.h$$

$$erro = \varepsilon.h$$

Onde:

$$\varepsilon = \frac{f(a+h) - f(a)}{h} - f'(a)$$

Conforme h→0, no limite:

$$\lim_{h\to 0}\left[\frac{f(a+h) - f(a)}{h} - f'(a)\right] =$$

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h) - f(a)}{h} - f'(a) =$$

$$f'(a) - f'(a) = 0$$

Portanto, conforme h→0, ε→0.
Ou seja, quanto mais x→a, menor é o erro de aproximação. E no limite o erro é nulo.

Métodos de derivação

ERRO DE LINEARIZAÇÃO

Voltando ao erro entre *Δf* e *ΔL*:

$$erro = \Delta f - \Delta L$$

$$\Delta f = \Delta L + erro$$

Portanto, se *f* é dertivável em *x = a*. e se *x* varia de *x = a* para *x = (a + h)*, uma variação de *f(x)* próxima de *x = a* pode ser escrita como sendo

$$\boxed{\Delta f = f'(a).h + \varepsilon.h}$$

na qual *ε→0* a medida que *h→0.*

TE203 – Fundamentos Matemáticos para a Engenharia Elétrica I

A REGRA DA CADEIA

Supondo $y = f(g(x))$, se $z = g(x)$ então $y = f(z)$.

Parece intuitivo que: $$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta y}{\Delta z} \cdot \frac{\Delta z}{\Delta x}$$

Assumindo isso, então quando *Δx→0*:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dz} \cdot \frac{dz}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx} = f'(z).g'(x) = f'(g(x)).g'(x)$$

$$\boxed{\frac{d}{dx}[f(g(x))] = f'(g(x)).g'(x)}$$

A REGRA DA CADEIA

Prova formal da regra da cadeia:

Supondo novamente que $y = f(g(x))$, $z = g(x)$ e $y = f(z)$.

De acordo com a fórmula para o erro de linearização:

$$\Delta z = g'(x).h_x + \varepsilon_1.h_x = [g'(x) + \varepsilon_1]h_x$$

onde $\varepsilon_1 \to 0$ e $\Delta z \to 0$ se $h_x \to 0$,

$$\Delta y = f'(z).h_z + \varepsilon_2.h_z = [f'(z) + \varepsilon_2]h_z$$

e também $\varepsilon_2 \to 0$ se $h_z \to 0$.

Como h_z representa uma pequena variação em z, h_z é equivalente a Δz. Combinando as equações de Δy e Δz:

$$\Delta y = [f'(z) + \varepsilon_2]\Delta z$$

$$\Delta y = [f'(z) + \varepsilon_2].[g'(x) + \varepsilon_1]h_x$$

A REGRA DA CADEIA

$$\Delta y = [f'(z) + \varepsilon_2].[g'(x) + \varepsilon_1]h_x$$

$$\frac{\Delta y}{h_x} = f'(z).g'(x) + f'(z).\varepsilon_1 + g'(x).\varepsilon_2 + \varepsilon_1.\varepsilon_2$$

Uma vez que $\varepsilon_1 \to 0$ e $\varepsilon_2 \to 0$ conforme $h_x \to 0$, três dos quatro termos a direita desaparecem no limite, restando:

$$\lim_{h_x \to 0} \frac{\Delta y}{h_x} = f'(z).g'(x) = f'(g(x)).g'(x)$$

Ou:
$$\frac{dy}{dx} = f'(g(x)).g'(x)$$

E por fim:
$$\boxed{\frac{d}{dx}[f(g(x))] = f'(g(x)).g'(x)}$$

A DERIVADA DE $x^{1/n}$

$$f(x) = x^{1/n} \quad \Rightarrow \quad [f(x)]^n = x$$

$$\frac{d}{dx}[f(x)]^n = \frac{d}{dx}(x)$$

Em $[f(x)]^n$, $f(x)$ pode ser considerada a função de dentro. Então, usando a regra da cadeia para encontrar a derivada, obtem-se:

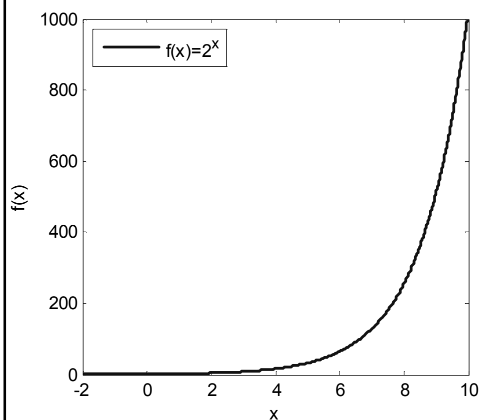
$$nf(x)^{n-1}.f'(x) = 1$$

$$f'(x) = \frac{1}{nf(x)^{n-1}} = \frac{1}{n\left(x^{1/n}\right)^{n-1}} = \frac{1}{nx^{1-(1/n)}} = \frac{1}{n}x^{(1/n)-1}$$

$$\boxed{\frac{d}{dx}\left(x^{1/n}\right) = \frac{1}{n}x^{(1/n)-1}}$$

FUNÇÕES EXPONENCIAIS E A DEFINIÇÃO DE *e*

Que formato deve ter a derivada de uma função exponencial?



$$\frac{d}{dx}\left(a^x\right)=\lim_{h\to 0}\frac{a^{x+h}-a^x}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{a^x a^h-a^x}{h}$$

$$\frac{d}{dx}\left(a^x\right)=\lim_{h\to 0}\frac{a^x\left(a^h-1\right)}{h}=a^x\lim_{h\to 0}\frac{\left(a^h-1\right)}{h}$$

$$\lim_{h\to 0}\frac{\left(a^h-1\right)}{h}$$ não depende de *x*, apenas de *a*.

Portanto, a derivada de uma função exponencial é proporcional à própria função.

Métodos de derivação

FUNÇÕES EXPONENCIAIS E A DEFINIÇÃO DE *e*

Exemplos:

$$\frac{d}{dx}\left(2^x\right)=2^x.\lim_{h\to 0}\left(\frac{2^h-1}{h}\right)$$ Usando a calculadora: $$\frac{d}{dx}\left(2^x\right)\cong\left(0{,}6931\right).2^x$$

$$\frac{d}{dx}\left(3^x\right)=3^x.\lim_{h\to 0}\left(\frac{3^h-1}{h}\right)$$ Usando a calculadora: $$\frac{d}{dx}\left(3^x\right)\cong\left(1{,}0986\right).3^x$$

$$\frac{d}{dx}\left(4^x\right)=4^x.\lim_{h\to 0}\left(\frac{4^h-1}{h}\right)$$ Usando a calculadora: $$\frac{d}{dx}\left(4^x\right)\cong\left(1{,}3863\right).4^x$$

TE203 – Fundamentos Matemáticos para a Engenharia Elétrica I

FUNÇÕES EXPONENCIAIS E A DEFINIÇÃO DE *e*

Existe algum valor de *a* que faça $\frac{d}{dx}\left(a^x\right)=a^x$?

Para que isso aconteça:

$$\lim_{h\to 0}\left(\frac{a^h-1}{h}\right)=1$$

Ou para *h* muito pequeno:

$$\frac{a^h-1}{h}\cong 1$$

$$a^h-1\cong h$$

$$a^h\cong 1+h$$

$$a\cong (1+h)^{1/h}$$

Calculando para *h* muito pequeno:

$$a=(1+h)^{1/h}\cong 2{,}71828\cong e$$

De fato, pode ser provado que:

$$e=\lim_{h\to 0}(1+h)^{1/h}=2{,}71828...$$

e que: $\lim_{h\to 0}\left(\frac{e^h-1}{h}\right)=1$

De modo que: $\boxed{\frac{d}{dx}\left(e^x\right)=e^x}$

A DERIVADA DE *ln(x)*

Como $e^{\ln(x)}=x$, então: $\frac{d}{dx}\left[e^{\ln(x)}\right]=\frac{d}{dx}(x)$

Considerando *ln(x)* como a função de dentro, e visto que a derivada de e^x é o próprio e^x, pela regra da cadeia resulta que:

$$e^{\ln(x)}\frac{d}{dx}[\ln(x)]=1$$

$$\frac{d}{dx}[\ln(x)]=\frac{1}{e^{\ln(x)}}=\frac{1}{x}$$

$$\boxed{\frac{d}{dx}[\ln(x)]=\frac{1}{x}}$$

A DERIVADA DE a^x

Partindo da identidade: $\ln\left(a^x\right) = x\ln(a)$

Derivando em ambos os lados, considerando a^x como a função de dentro e usando o fato de que *[ln(x)]'=1/x*, pelas regras da cadeia e do produto resulta que:

$$\frac{d}{dx}\left[\ln\left(a^x\right)\right] = \frac{d}{dx}\left[x\ln(a)\right]$$

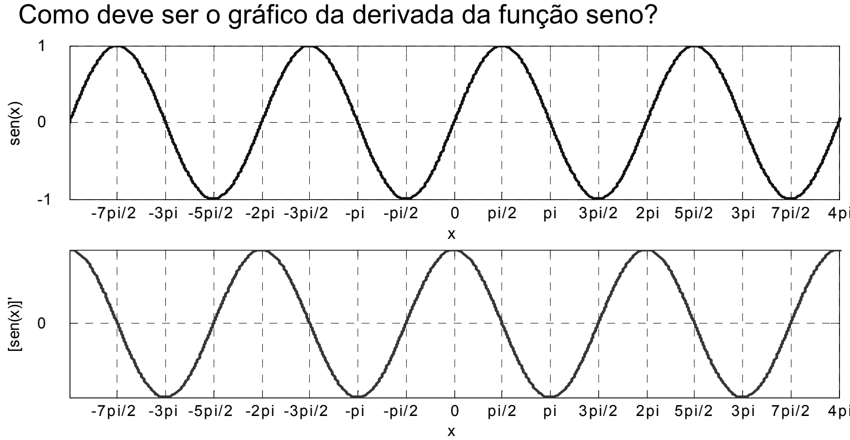
$$\frac{1}{a^x}\frac{d}{dx}\left(a^x\right) = \ln(a)\frac{d}{dx}(x) + x\frac{d}{dx}\left[\ln(a)\right]$$

$$\frac{1}{a^x}\frac{d}{dx}\left(a^x\right) = \ln(a)$$

$$\boxed{\frac{d}{dx}\left(a^x\right) = \ln(a).a^x}$$

A DERIVADA DE *sen(x)*

Como deve ser o gráfico da derivada da função seno?



O gráfico parece indicar que $\frac{d}{dx}\left[sen(x)\right] = \cos(x)$.

A DERIVADA DE *sen(x)*

Dedução
$$\frac{d}{dx}\left[sen(x)\right]=\lim_{h\to 0}\frac{sen(x+h)-sen(x)}{h}$$

Considerando a identidade da soma dos ângulos,
$$sen(x+h)=sen(x)\cos(h)+\cos(x)sen(h)$$

por substituição se obtem:
$$\frac{d}{dx}\left[sen(x)\right]=\lim_{h\to 0}\frac{\left[sen(x)\cos(h)+\cos(x)sen(h)\right]-sen(x)}{h}$$
$$\frac{d}{dx}\left[sen(x)\right]=\lim_{h\to 0}\frac{sen(x)\left[\cos(h)-1\right]+\cos(x)sen(h)}{h}$$
$$\frac{d}{dx}\left[sen(x)\right]=\lim_{h\to 0}\left[sen(x).\frac{\cos(h)-1}{h}\right]+\lim_{h\to 0}\left[\cos(x).\frac{sen(h)}{h}\right]$$

A DERIVADA DE *sen(x)*

$$\frac{d}{dx}\left[sen(x)\right]=sen(x).\lim_{h\to 0}\left[\frac{\cos(h)-1}{h}\right]+\cos(x).\lim_{h\to 0}\left[\frac{sen(h)}{h}\right]$$

Analisando numericamente os dois limites da expressão acima:

h	*[cos(h) -1]/h*
0,01	0,00500
0,001	0,00050
0,0001	0,00005
0,00001	0,00001
0,000001	0,00000

h	*[sen(h)]/h*
0,1	0,99833
0,01	0,99998
0,001	1,00000
0,0001	1,00000
0,00001	1,00000

$$\lim_{h\to 0}\left[\frac{\cos(h)-1}{h}\right]=0$$
$$\lim_{h\to 0}\left[\frac{sen(h)}{h}\right]=1$$

Métodos de derivação

A DERIVADA DE *sen(x)*

$$\frac{d}{dx}[sen(x)] = sen(x).\lim_{h\to 0}\left[\frac{\cos(h)-1}{h}\right] + \cos(x).\lim_{h\to 0}\left[\frac{sen(h)}{h}\right]$$

Substituindo pelos valores dos limites:

$$\frac{d}{dx}[sen(x)] = sen(x).0 + \cos(x).1$$

$$\boxed{\frac{d}{dx}[sen(x)] = \cos(x)}$$

Métodos de derivação

A DERIVADA DE *cos(x)*

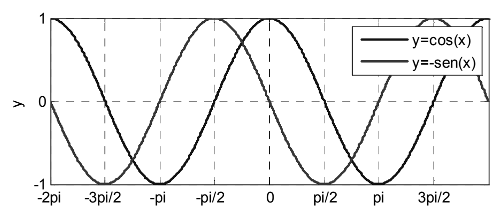
Partindo da expressão: $\cos(x) = sen\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

Aplicando a derivada dos dois lados e considerando *x + π/2* como a função de dentro, pela regra da cadeia resulta que:

$$\frac{d}{dx}[\cos(x)] = \frac{d}{dx}\left[sen\left(x + \frac{\pi}{2}\right)\right] = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right).1$$

Como *cos(x + π/2) = –sen(x)*:

$$\boxed{\frac{d}{dx}[\cos(x)] = -sen(x)}$$



A DERIVADA DE *tg(x)*

Lembrando que $tg(x) = \dfrac{sen(x)}{\cos(x)}$ e aplicando a regra do quociente:

$$\frac{d}{dx}\left[tg(x)\right] = \frac{d}{dx}\left[\frac{sen(x)}{\cos(x)}\right] = \frac{\left[sen(x)\right]'\cos(x) - sen(x)\left[\cos(x)\right]'}{\cos^2(x)}$$

$$\frac{d}{dx}\left[tg(x)\right] = \frac{\cos^2(x) + sen^2(x)}{\cos^2(x)} = \frac{1}{\cos^2(x)}$$

$$\boxed{\frac{d}{dx}\left[tg(x)\right] = \frac{1}{\cos^2(x)}}$$

AS DERIVADAS DE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS INVERSAS

$$\boxed{\frac{d}{dx}\left[arcsen(x)\right] = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}$$

Como $\arccos(x) = \pi/2 - arcsen(x)$:

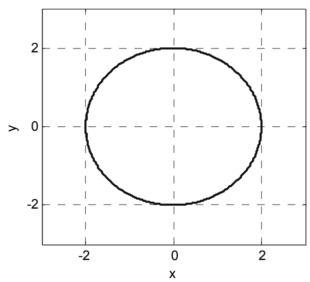
$$\boxed{\frac{d}{dx}\left[\arccos(x)\right] = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}$$

$$\boxed{\frac{d}{dx}\left[arctg(x)\right] = \frac{1}{1-x^2}}$$

DERIVADA DE FUNÇÕES IMPLÍCITAS

$$x^2 + y^2 = 4$$

$$y = \sqrt{4 - x^2} \qquad y = -\sqrt{4 - x^2}$$



Aplica-se a derivada dos dois lados da equação:

$$\frac{d}{dx}\left(x^2\right) + \frac{d}{dx}\left(y^2\right) = \frac{d}{dx}(4)$$

$$2x + 2y\frac{d}{dx}(y) = 0$$

$$\frac{d}{dx}(y) = -\frac{x}{y}$$