Análise Vetorial na Engenharia Elétrica

Aula 3 - Vetores

16/03/09

2.1 - Introdução

Certas grandezas ficam determinadas apenas por um número real, acompanhado pela unidade correspondente. Por exemplo: 5 kg de massa, 10m de área, 12 cm de largura. Tais grandezas são chamadas de escalares.

Outras grandezas necessitam além do número real, também de uma direção e de um sentido. Exemplificando: a velocidade, a aceleração, o momento, o peso, o campo magnético, etc. São as grandezas vetoriais.

2.2 - Vetor

Vetor é o conjunto de todos os segmentos orientados de mesma direção, de mesmo sentido e de mesmo comprimento (segmentos equipolentes).

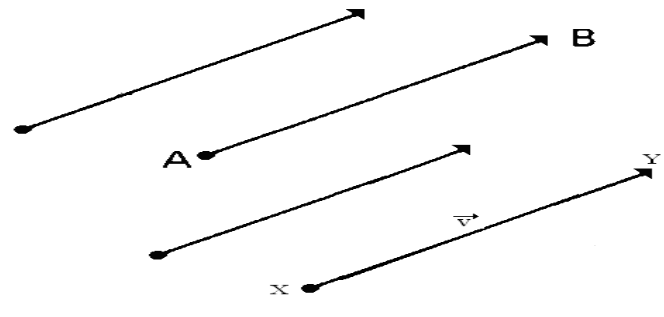


Figura 2.1 – Vetores

O vetor determinado por *AB* é indicado por $\overrightarrow{AB}$ ou B – A ou $\vec{v}$. Um mesmo vetor $\overrightarrow{AB}$ é determinado por uma infinidade de segmentos orientados, chamados representantes desse vetor, e todos equipolentes entre si.

Vetores iguais

Dois vetores $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{CD}$ são iguais se, e somente se, AB ~ CD.

Vetor nulo

É o vetor que tem como representante um segmento orientado nulo. É indicado por $\vec{0}$

Vetores opostos

Dado um vetor $\vec{v}$ = $\overrightarrow{AB}$, o vetor $\overrightarrow{BA}$ é o oposto de $\overrightarrow{AB}$ e se indica por – $\overrightarrow{AB}$ ou por $-\vec{v}$

Vetor unitário

Um vetor $\vec{v}$ é unitário se $|\vec{v}| = 1$ ou $\|\vec{v}\| = 1$.

Versor

Se $\vec{v}$ é um vetor não-nulo, o vetor $\vec{v}/\|\vec{v}\|$ é chamado versor de $\vec{v}$.

Vetores colineares

Dois vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são colineares se tiverem mesma direção. Ou seja, $\vec{u}$ e $\vec{v}$ tem representantes AB e CD pertencentes a uma mesma reta ou a retas paralelas.

Vetores coplanares

Se os vetores não nulos $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ (o número não importa) possuem representantes AB, CD e EF pertencentes a um mesmo plano π, diz-se que eles são coplanares.

Exercícios

Verifique se é verdadeira ou falsa cada afirmação e justifique sua resposta.

i) AB // CD $\Rightarrow \overrightarrow{AB} \mathbin{//} \overrightarrow{CD}$

ii) AB ~ CD $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

iii) $||\overrightarrow{AB}|| = ||\overrightarrow{CD}|| \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

iv) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Rightarrow A = C$ e $B = D$

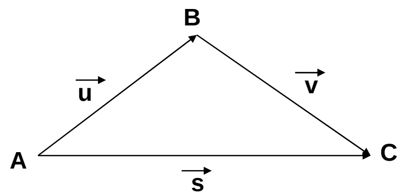
2.3 – Operações com vetores

Nesta seção são apresentados algumas operações realizadas com vetores. Tais como:

i) soma de vetores;
ii) diferença de vetores;
iii) multiplicação por um número real;
iv) etc.

Soma de Vetores

Dados $\vec{u}$ e $\vec{v}$, representados pelos segmentos orientados AB e BC. Os pontos A e C determinam um vetor $\vec{s}$ que é, por definição, a soma dos vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, isto é, $\vec{s} = \vec{u} + \vec{v}$.



Propriedades da soma

i) comutativa: $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$

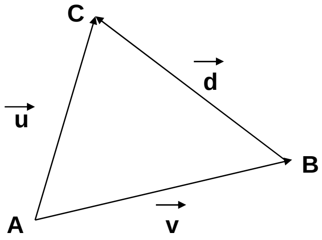
ii) associativa: $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$

iii) elemento neutro: $\vec{v} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{v} = \vec{v}$

iv) elemento oposto: $\vec{v} + (-\vec{v}) = -\vec{v} + \vec{v} = \vec{0}$

Diferença de Vetores

Dados os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, a soma de $\vec{u}$ com o oposto de $\vec{v}$ é chamado diferença entre $\vec{u}$ e $\vec{v}$, e se representa por $\vec{d} = \vec{u} - \vec{v}$. Assim, $\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$



Multiplicação por um número real

Sejam α um número real e $\vec{v}$ um vetor

i) Se $\alpha = 0$ ou $\vec{v} = 0$, então $\alpha\vec{v} = 0$

ii) Se $\alpha \neq 0$ e $\vec{v} \neq 0$, o vetor αv caracteriza-se por:

módulo: $|\alpha\vec{v}| = |\alpha||\vec{v}|$

direção: $\alpha\vec{v} \,//\, \vec{v}$

sentido: $\alpha\vec{v}$; tem o mesmo de $\vec{v}$ se $a > 0$, e contrário se $a < 0$

Propriedades da multiplicação por um número real

Se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são vetores quaisquer e a e b números reais, temos:

i) associativa: $a(b\vec{v}) = (ab)\vec{v}$

ii) distributiva em relação à adição de escalares: $(a+b)\vec{v} = a\vec{v} + b\vec{v}$

iii) distributiva em relação à adição de vetores: $a(\vec{u} + \vec{v}) = a\vec{u} + a\vec{v}$

iv) identidade: $1\vec{v} = \vec{v}$

Exercícios

Sejam B e C dois pontos distintos e M o ponto médio de BC. Prove que, se A é um ponto qualquer, então $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}$