

Medidas elétricas em altas frequências

A grande maioria das medidas elétricas envolve o uso de cabos de ligação entre o ponto de medição e o instrumento de medida. Quando o comprimento de onda do sinal medido aproxima-se do comprimento dos cabos de medição, cuidados especiais devem ser tomados para preservar a integridade das medidas. Em RF (frequências tipicamente superiores a 10 MHz), efeitos provocados pelas capacitâncias e indutâncias dos cabos e pontas de provas tornam-se significativos e devem ser analisados com cuidado. Comprimento dos cabos de ligação e casamento de impedâncias entre fonte de sinal e medidor devem ser levados em consideração, caso contrário efeitos como reflexão de sinais e ondas estacionárias irão introduzir erros consideráveis nas medidas.

Propagação de uma onda eletromagnética (OEM) num condutor:

A velocidade de propagação de uma OEM num cabo condutor é inferior à velocidade da luz no vácuo e é relacionada com a sua permeabilidade magnética (μ) e com a constante dielétrica (ϵ) do isolante que separa os dois condutores. Estes dois parâmetros definem o índice de refração do meio de propagação, dado por :

$$n = c\sqrt{\epsilon\mu} = \sqrt{\epsilon_r\mu_r}$$

onde: $\epsilon = \epsilon_r\epsilon_0$; $\epsilon_0 = 8,8542 \cdot 10^{-12}$ [F/m]

$$\mu = \mu_r\mu_0 ; \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$$
 [H/m]

A velocidade de propagação da OEM por sua vez é relacionada com o índice de refração do meio pela seguinte expressão:

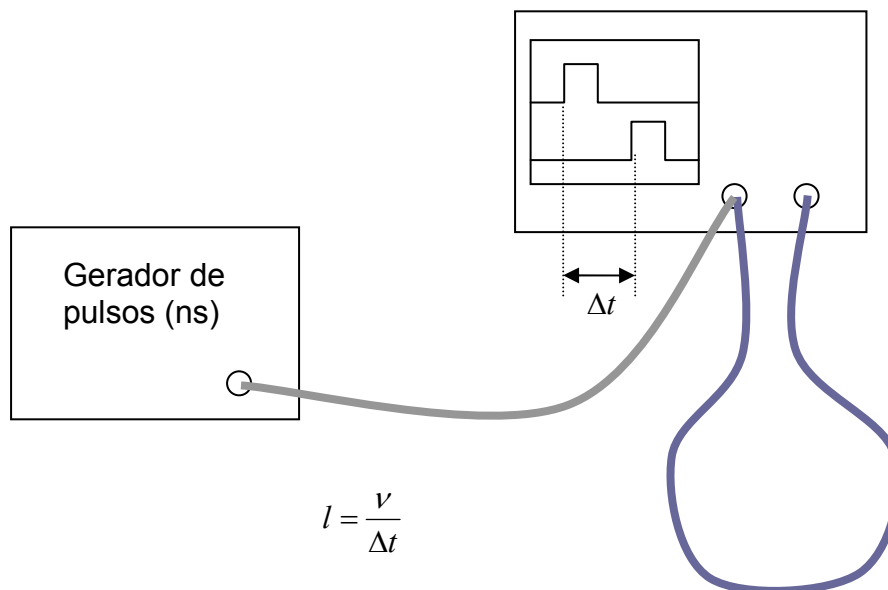
$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r\mu_r}} = \frac{c}{n}$$

onde c é a velocidade da luz no vácuo ($\approx 3 \cdot 10^8$ m/s).

Em um cabo coaxial típico usado em RF, a velocidade de propagação da OEM é aproximadamente $v \approx 2 \cdot 10^8$ m/s, o que representa um tempo de propagação do sinal da ordem de 5ns para cada metro de cabo.

Quando são efetuadas medidas temporais (osciloscópio) de 2 ou mais sinais distintos de alta frequência em um mesmo circuito, deve-se tomar o cuidado de utilizar cabos de interligação de mesmo comprimento, de modo a manter-se a mesma referência de tempo. Por exemplo, um sinal de 100MHz acoplado através de 2 cabos cujos comprimentos possuam uma diferença de 50cm, será visualizado no instrumento com uma defasagem de 45° .

Baseado neste princípio e com o auxílio de um osciloscópio suficientemente rápido, pode-se determinar o comprimento de um cabo elétrico aplicando-se numa das extremidades um pulso de tensão (ou corrente) e medindo-se o tempo de propagação até o pulso atingir a outra extremidade. Para se ter precisão nessa medida, o pulso aplicado deve ter tempos de subida/descida inferiores ao tempo de propagação da OEM no cabo.

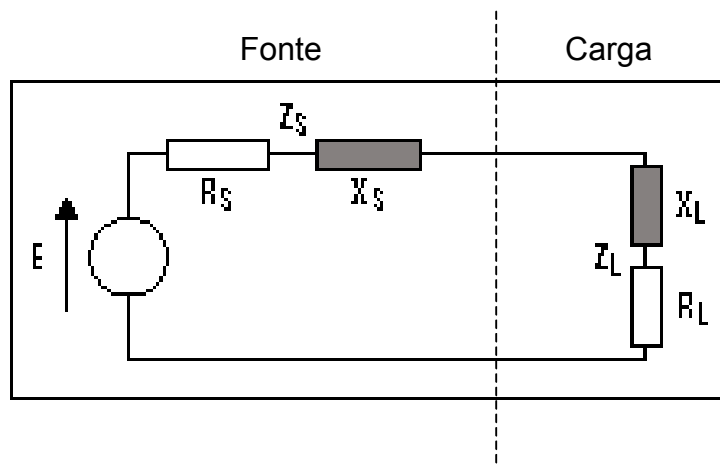


O TDR (*Time Domain Reflectometer*) é um instrumento que opera baseado neste princípio e possibilita, além da medida de comprimento de cabos, a determinação de uma série de outros parâmetros importantes de cabos metálicos e conexões. Uma boa referência sobre o TDR pode ser encontrada em: <http://cp.literature.agilent.com/litweb/pdf/5966-4855E.pdf>

Casamento de impedâncias

Uma fonte de sinal real pode ser representada por uma fonte ideal (tensão ou corrente) associada (em série ou paralelo) à uma impedância característica Z_S , que pode possuir além da parte real (puramente resistiva) uma parte imaginária (indutiva ou capacitiva). Quando uma carga de impedância Z_L é acoplada à fonte, a máxima transferência de potência ocorre quando Z_L é o complexo conjugado de Z_S :

$$R_S + jX_S = R_L - jX_L$$



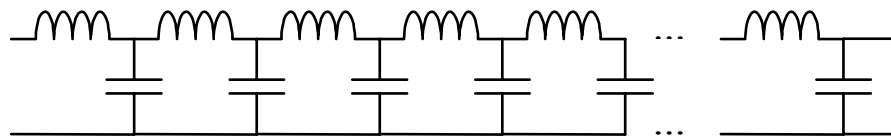
Deste modo a parte reativa (X_S e X_L) se cancela e a corrente e tensão estão em fase na fonte. Em altas frequência esta é uma condição particularmente importante pois além da máxima transferência de potência, tornam-se significativos os efeitos da reflexão do sinal. Em outras palavras, a parcela do sinal que sai da fonte e não é absorvida pela carga é refletida de volta à fonte, causando sobretensões e/ou sobrecorrentes que podem danificar a fonte e degradar o sinal.

O casamento de impedâncias entre fonte e carga pode tornar-se complicado em altas frequências pois a reatância relativa às capacitâncias e indutâncias parasitas torna-se equivalente às resistências de fonte e carga, devendo portanto serem compensadas adequadamente para um correto acoplamento entre fonte e carga. Além disso, normalmente existe um cabo de ligação entre fonte e carga que apresentará também uma impedância característica, devendo também estar casado com a fonte e carga.

Impedância característica de um cabo

A conexão entre a fonte e a carga necessita normalmente de um cabo de comprimento l , que no caso de RF pode ser da mesma ordem de grandeza do comprimento de onda do sinal. Nessas condições um cabo não se comporta mais como sendo um simples elemento de conexão do circuito com impedância de curto-circuito idealmente nula e impedância de circuito-aberto idealmente infinita. À medida que a frequência aumenta, as componentes capacitiva e indutiva do cabo tornam-se significativas e o mesmo deve ser considerado como uma linha de transmissão.

Um modelo aproximado de cabo coaxial pode ser construído a partir de "infinitos" elementos discretos (indutores e capacitores) conectados como na figura :



Os valores de L e C dependem das características construtivas do cabo. Este arranjo é semelhante a um filtro passa-baixas de n estágios interligados em cascata, com frequência de corte acima da frequência de operação nominal do cabo (tipicamente dezenas de GHz). Uma rápida análise desse circuito leva à uma impedância infinita em DC (capacitores em aberto e indutores em curto). Em AC este circuito apresenta um comportamento que será analisado posteriormente.

A capacitância de um cabo coaxial por unidade de comprimento (F/m) depende do dielétrico utilizado e do diâmetro e distância dos condutores, podendo ser aproximada pela expressão:

$$C = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{b}{a}} \text{ [F/m]}$$

onde:

ϵ : constante dielétrica do isolante

a : raio do condutor interno

b : raio do condutor externo

Um valor típico para cabos de osciloscópios é de 100pF/m.

A indutância de um cabo coaxial é relativamente pequena se comparada à de um condutor único de mesmo comprimento, pois o fluxo magnético gerado pela corrente no condutor interno tende a anular o fluxo do condutor externo (correntes em sentido contrário). A sua indutância por unidade de comprimento (H/m) depende da permeabilidade magnética do meio e do diâmetro e distância dos condutores, podendo ser aproximada pela expressão:

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \quad [\text{H/m}]$$

onde:

μ : permeabilidade magnética do meio

a : raio do condutor interno

b : raio do condutor externo

Valores típicos para os cabos utilizados em pontas de prova são da ordem de 100nH/m.

Para análise da impedância de um cabo, além das capacitância e indutância deve-se considerar suas resistência série e condutância paralelo por unidade de comprimento. Considerando estes 4 parâmetros elétricos de um cabo qualquer, sua impedância característica complexa Z_0 é definida por:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$$

onde :

R = resistência série do condutor (em Ω por unidade de comprimento (resistência DC))

G = a condutância do dielétrico (em mhos por unidade de comprimento (condutância DC))

L = indutância do cabo (em H por unidade de comprimento)

C = capacitância do cabo (em F por unidade de comprimento)

Para os dielétricos utilizados atualmente, o termo G é extremamente pequeno e pode ser desprezado. Em baixas frequências o termo $j\omega L$ é pequeno comparado ao R e pode ser desprezado.

Desta forma, para baixas frequências, a impedância característica de um cabo é dominada pela sua capacitância e resistência série, podendo ser aproximada por:

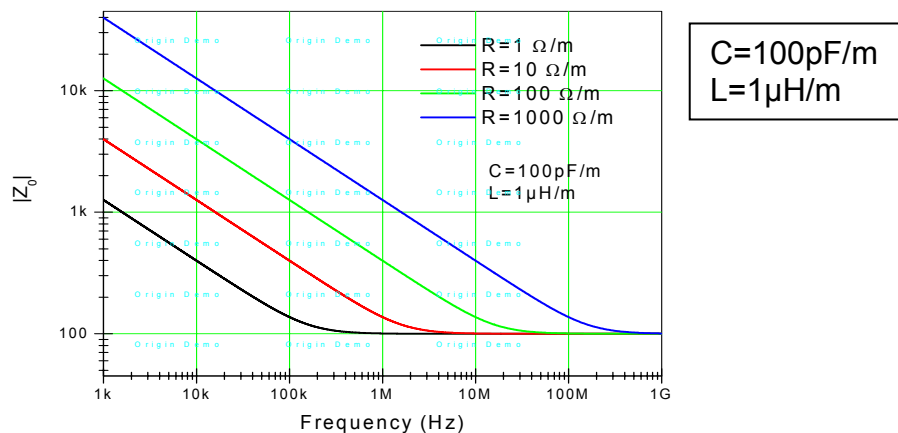
$$Z_{0LF} \cong \sqrt{\frac{R}{j\omega C}}$$

Este comportamento é semelhante ao de um filtro passa baixas: quanto maior a frequência, menor a impedância; para DC a impedância torna-se infinita (circuito aberto).

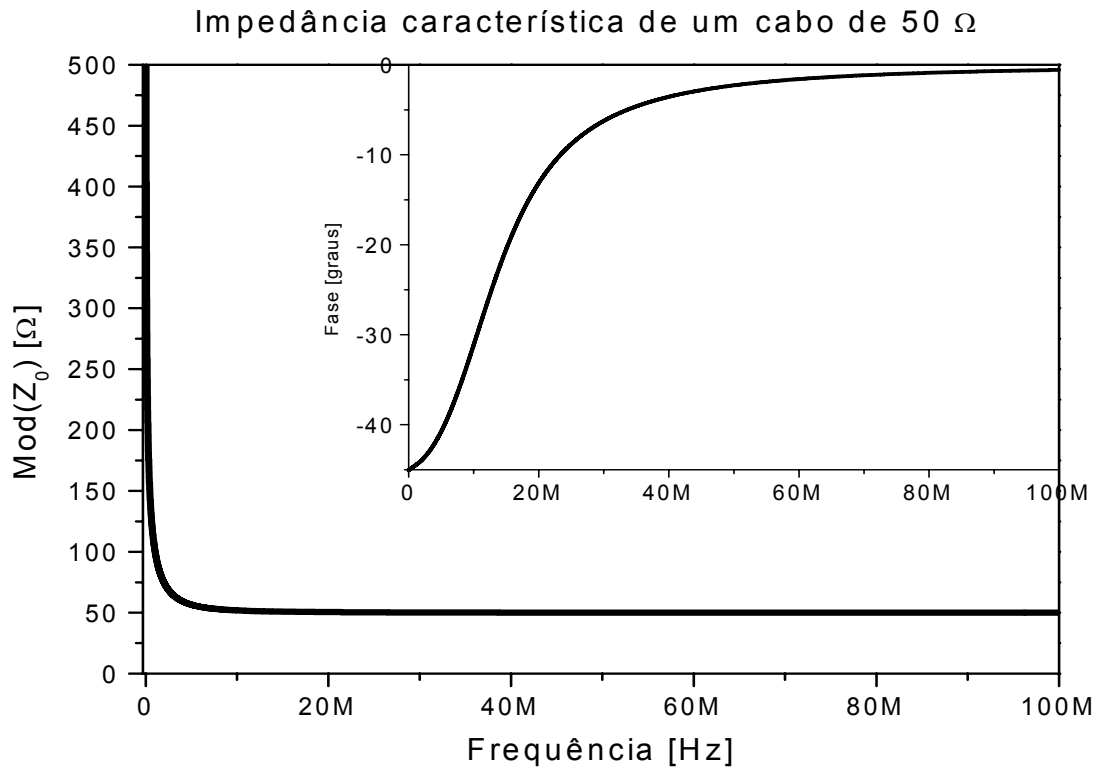
Em altas frequências, o termo $j\omega L$ passa a ser significativo e a impedância do cabo passa a ser dominada pelas suas indutância e capacitância por unidade de área, podendo ser aproximada por:

$$Z_{0HF} \cong \sqrt{\frac{j\omega L}{j\omega C}} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Observa-se que nessas condições a impedância do cabo mantém-se constante independente do seu comprimento e da frequência de utilização. Isso é válido desde que o dielétrico e o condutor mantenham constantes suas características em função da frequência. Na prática existem cabos que mantêm essas características para frequências até dezenas de GHz.



A figura abaixo mostra um gráfico do módulo da impedância Z_0 e da sua fase em função da frequência para um cabo padrão de 50Ω . Observa-se que para frequências acima de 10MHz o



módulo da impedância se mantém praticamente constante a 50Ω , no entanto a fase só atinge valores próximos de zero grau para frequências superiores a 50MHz . Nestas condições a impedância do cabo é quase puramente resistiva, apesar dos principais elementos serem sua indutância e capacitância, pois existe um efeito de cancelamento mútuo da parte imaginária.

Valores típicos de impedâncias para cabos coaxiais são 50Ω (principal padrão em telecomunicações) e 75Ω (televisão à cabo). Pares trançados têm uma impedância da ordem de 100Ω enquanto que cabos de linhas paralelas (usados em antenas de TV) têm impedância típica de 300Ω . "Flat-cables" possuem impedância típica entre duas linhas da ordem de 75Ω . Os cabos coaxiais usados em osciloscópios possuem um alto valor de R , de modo que sua impedância é variável em toda a faixa de frequências de operação.

A impedância característica de um cabo qualquer pode ser medida numa dada frequência aplicando-se um sinal senoidal numa das extremidades, medindo-se a tensão e a corrente no cabo. Para “baixas frequências” ($R \gg j\omega L$), faz-se a medida com a outra extremidade do cabo em aberto, obtendo-se a impedância pela expressão :

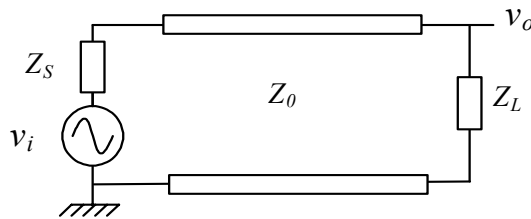
$$Z_{0LF} = \frac{\vec{v}_c}{\vec{i}_c}$$

Os valores de \vec{v}_c e \vec{i}_c são complexos, devendo-se levar em consideração na medida tanto sua amplitude quanto a fase.

Para “altas frequências”, faz-se necessário duas medidas efetuadas numa dada frequência, uma com a extremidade do cabo em aberto (Z_{OC}) e outra com a extremidade em curto circuito (Z_{SC}), obtendo-se a impedância pela expressão :

$$Z_{0HF} = \sqrt{Z_{OC} \cdot Z_{SC}}$$

Em altas frequências, para que haja um perfeito casamento de impedâncias entre a fonte e a carga, é necessário que a impedância do cabo Z_0 seja idêntica à Z_S e Z_L . Pelo gráfico mostrado anteriormente é evidente que essa condição só é atingida a partir de uma determinada frequência de operação.



Nesta condição, a potência transferida para a carga Z_L é máxima e igual a:

$$P_{L\max} = \frac{1}{2} \frac{v_i^2}{(Z_S + Z_L)} = \frac{v_i^2}{4Z_L}$$

A potência "dissipada" em Z_S é idêntica à P_{Lmax} , considerando-se as perdas no cabo desprezíveis. Apesar da impedância do cabo ser idêntica à Z_S e Z_L , este não absorve potência da fonte pois possui apenas componentes reativos.

Nessa condição a tensão de saída v_o é :

$$v_o = \frac{v_i}{2}$$

ou seja, metade da tensão da fonte v_i permanece na sua impedância equivalente Z_S sendo a outra metade transferida efetivamente para a carga. O conceito tradicional do divisor de tensão não se aplica à impedância do cabo Z_0 .

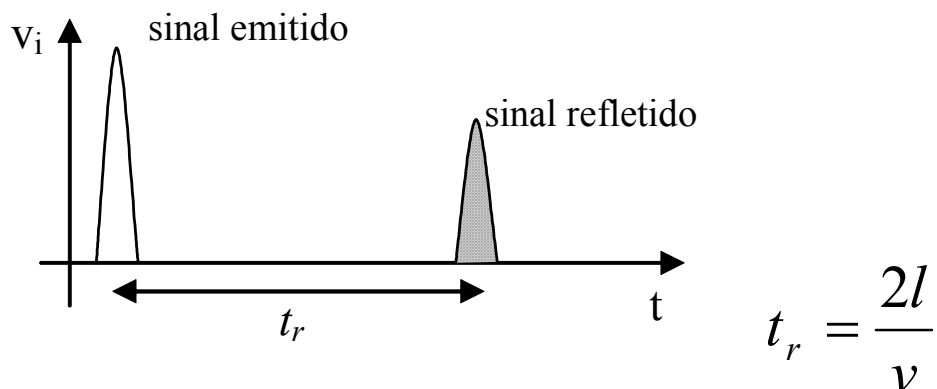
Se a impedância da carga Z_L for puramente resistiva e $Z_0=Z_L$, a impedância total "vista" pela fonte é puramente resistiva e igual à Z_0 , ou seja, as componentes reativas (capacitiva e indutiva) presentes no cabo não são "vistas" pela fonte.

Quando o comprimento do cabo é muito curto comparado ao comprimento de onda do sinal (tipicamente $l < \lambda/10$), a impedância do cabo passa a ter um efeito desprezível no circuito e o cabo pode ser considerado como um "curto-circuito", não necessitando ter uma impedância igual à Z_S .

Reflexão de sinais

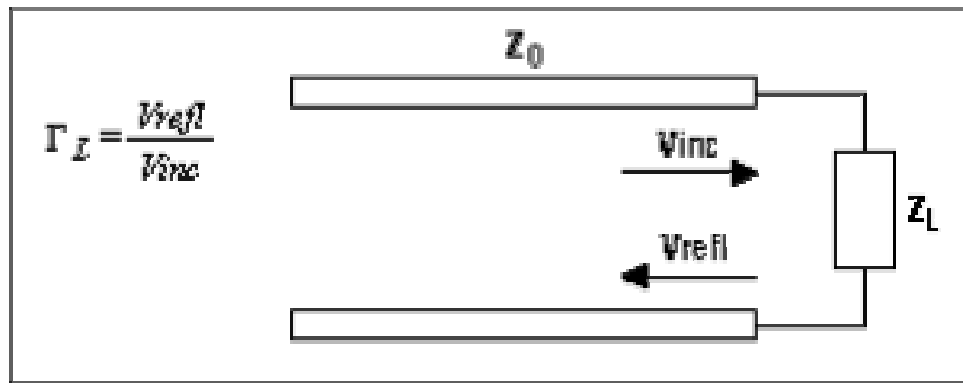
Dado um sistema elétrico composto por fonte de sinal + cabo + carga, caso as impedâncias entre os elementos não esteja corretamente casada, ocorre um retorno de parte do sinal emitido pela fonte de volta para a própria fonte, após ter atingido a carga. Esse retorno é chamado reflexão pois se assemelha à reflexão da luz ao atingir uma superfície que não absorve completamente a radiação. Caso as impedâncias estejam casadas, toda a potência emitida é absorvida pela carga, de modo semelhante à luz que incide em um corpo negro.

Supondo $Z_S = Z_0 \neq Z_L$, ao sair da fonte, o sinal se propaga pelo cabo até à carga onde sofre uma reflexão e retorna à fonte. O tempo decorrido entre a emissão do sinal e o retorno da reflexão à fonte (t_r) é o dobro do tempo de propagação da OEM no cabo :



onde l é o comprimento do cabo e v a velocidade de propagação da OEM.

O sinal refletido tem a mesma forma do sinal original (se a carga for puramente resistiva), sendo que sua amplitude depende do descasamento entre as impedâncias. O parâmetro utilizado para analisar a reflexão em uma carga é definido como coeficiente de reflexão (Γ_L) e representa a amplitude do sinal refletido na carga em relação à amplitude do sinal original (incidente) :



Uma vez que a impedância da fonte do sinal está corretamente casada com a impedância do cabo, o coeficiente de reflexão Γ_L pode ser calculado a partir das impedâncias complexas do cabo (Z_0) e da carga (Z_L) pela seguinte expressão :

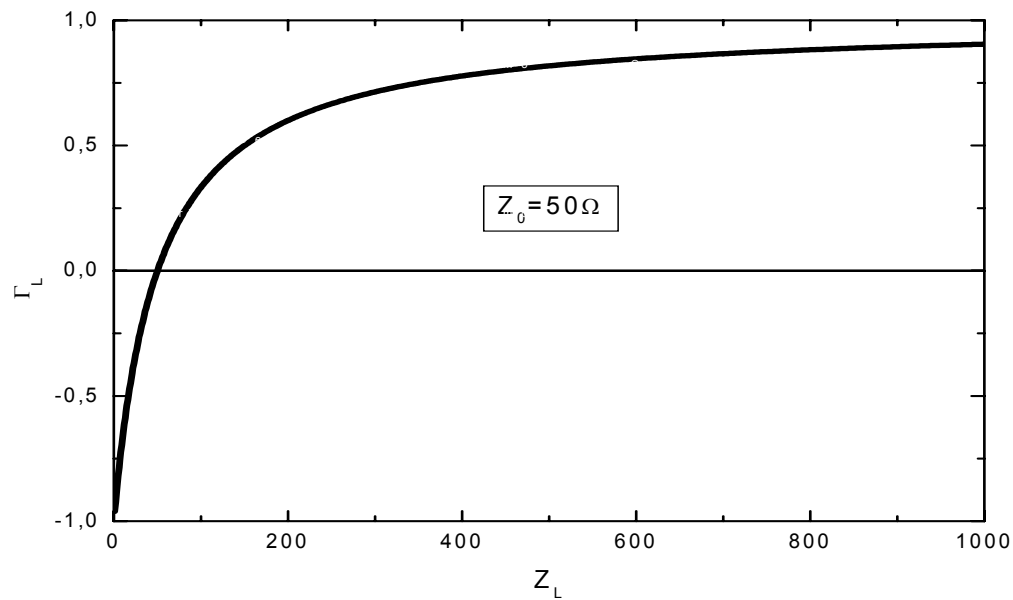
$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

Em alguns casos é interessante normalizar Z_L em relação à Z_0 , levando à expressão :

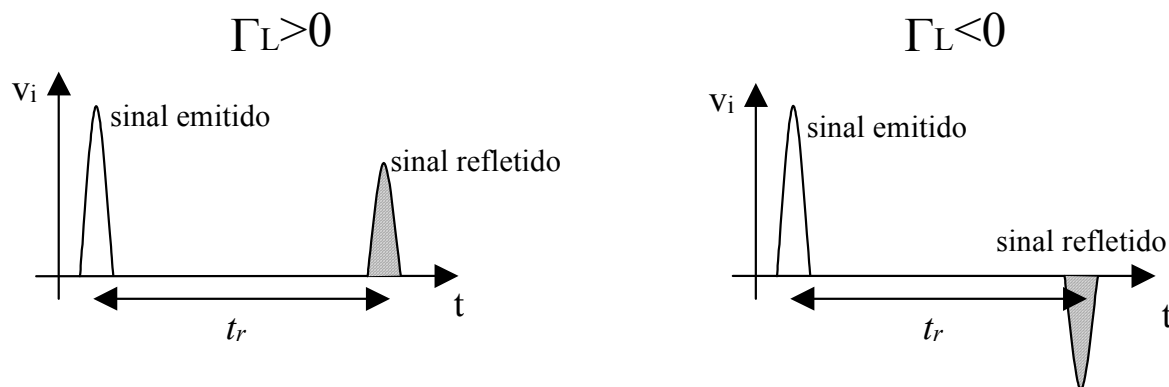
$$\Gamma_L = \frac{z - 1}{z + 1} \quad z = \frac{Z_L}{Z_0}$$

onde z é a impedância da carga normalizada.

Γ_L é um número complexo, podendo ter ou não sua parte imaginária igual à zero dependendo de Z_L , uma vez que Z_0 é uma impedância real (considerando-se uma frequência do sinal suficientemente elevada para que a parte imaginária de Z_0 possa ser desprezada). O coeficiente de reflexão varia de -1 ($Z_L = 0 \rightarrow$ curto circuito) à +1 ($Z_L = \infty \rightarrow$ circuito aberto), sendo igual à zero quando as impedâncias estão perfeitamente casadas. A figura a seguir mostra a variação do coeficiente de reflexão Γ_L em função da impedância Z_L , para uma impedância do cabo $Z_0 = 50\Omega$.



Observa-se que o sinal refletido pode apresentar tanto polaridade positiva quanto negativa em relação ao sinal original. Havendo "descasamento" de impedâncias, a potência do sinal refletido retorna à fonte e nela é dissipada, podendo em alguns casos ser suficiente para danificar seu estágio de saída.



O coeficiente de reflexão Γ_L é também chamado de parâmetro S_{11} , nomenclatura utilizada pelo analisador de parâmetros de redes (*Network Analyzer*, instrumento de medida dos parâmetros "S" de dispositivos), encontrada também em catálogos de componentes para altas frequências.

Alterações na geometria do cabo (tais como emendas, conexões mal feitas, conectores inadequados, dobras acentuadas) alteram localmente a sua impedância e provocam conseqüentemente reflexões adicionais no sinal. Dessa forma é importante que sejam utilizados cabos sem emendas e conectores com impedância característica igual à do próprio cabo.

Numa medição em alta frequência, o instrumento (osciloscópio, analisador de espectros, etc) é em geral considerado como uma carga. Para minimização dos erros de medição, é importante que a impedância de entrada do instrumento seja "casada" com o sistema a ser medido. As pontas de prova convencionais em geral não permitem este casamento, sendo portanto desaconselhadas para medidas em altas frequências. Neste caso são utilizados cabos coaxiais padrão (50Ω ou 75Ω) para conexão e uma carga "puramente" resistiva o mais próximo possível da entrada do instrumento, de valor idêntico à impedância do cabo. Alguns instrumentos já possuem a opção de 50Ω como impedância de entrada.

Após o casamento de impedâncias do instrumento com o sistema, a amplitude (tensão) medida fica igual à metade da amplitude original da fonte sem carga. Isso não representa um erro pois o sistema já prevê uma operação nestas condições de tensão e impedância.

Em determinadas situações é necessário a medida do sinal com a entrada do instrumento em alta impedância. Neste caso pelo menos uma das cargas ligadas às extremidades do cabo deve estar "casada" com o mesmo de modo a evitar reflexões.

Reflexão de sinais - análise de casos particulares**a) Ondas estacionárias em cabos (VSWR)**

Quando sinais senoidais se propagam em cabos cujo comprimento l é igual a um múltiplo inteiro de $\lambda_c/4$ (λ_c =comprimento de onda do sinal no cabo), reflexões devidas a um "descasamento" de impedâncias podem provocar ondas "estacionárias" no cabo. Analisando a tensão ao longo do cabo (com um voltímetro de RF "virtual"), determinadas regiões possuirão uma amplitude mínima (V_{min}) e outras uma amplitude máxima (V_{max}), com picos de tensão (ou corrente) que podem atingir 2 vezes a tensão (ou corrente) da fonte de sinal v_i .

A relação entre os valores máximo e mínimo dessas ondas estacionárias medidas nas extremidades do cabo é representada pelo parâmetro VSWR (*Voltage Standing Wave Ratio*) :

$$VSWR = \frac{V_{max}}{V_{min}}$$

Esta relação tem ligação direta com o coeficiente de reflexão, podendo ser escrita da seguinte forma :

$$VSWR = \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|}$$

O VSWR é no mínimo 1 para as impedâncias perfeitamente "casadas", tendendo à infinito à medida que o descasamento de impedâncias aumenta. Impedâncias da carga $Z_L=0$ ou $Z_L=\infty$ resultam num $VSWR=\infty$, pois nestas condições o V_{min} é zero.

b) Transitório (função degrau) com cargas complexas

Uma situação bastante comum na prática é a análise do sinal refletido após o transitório de tensão (liga/desliga de um circuito, curto-circuito ou abertura de um disjuntor em linhas de alta tensão, etc). Para cargas puramente resistivas, a análise transitória é relativamente simples pois o sinal refletido tem a mesma forma do sinal incidente, tendo apenas sua amplitude ou polaridade modificadas.

Para cargas complexas (RL e RC), a análise do sinal refletido envolve carga/descarga de capacitores e indutores, o que resulta em formas exponenciais no sinal refletido:

