

3. Modelos de Parâmetros Distribuídos

Definição de Alta frequência:

Parâmetros concentrados:

- Impedância dos elementos parasitas:

- em paralelo: $< 10x$ a do elemento principal

- em série: $> 1/10$ do elemento principal

- **Parâmetros distribuídos:**

- Comprimento das estruturas $> 1/10$ do comprimento de onda no meio em questão

3. Modelos de Parâmetros Distribuídos

Parâmetros concentrados:

- Componentes são considerados pontuais
- Modelagem simplificada com elementos discretos de circuito (R, L, C)

Parâmetros distribuídos:

- Dimensões dos componentes e interconexões são consideradas
- Efeitos de propagação e reflexão das ondas eletromagnéticas
- Importância do casamento de impedâncias
- Modelos relativamente complexos adequados para altas frequências (linhas de transmissão)

3. Modelos de Parâmetros Distribuídos

Parâmetros distribuídos (máxima frequência do sinal)

- Comprimento das estruturas $> 1/10$ do comprimento de onda no meio em questão

$$\lambda = \frac{v}{f} \quad v = \frac{c}{n} \quad n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r} \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

n : índice de refração do meio

Exemplo considerando a máxima frequência do sinal:

- $l=10$ cm; $f=1$ MHz; $n=1,5$; $\lambda=200$ m \Rightarrow baixa frequência
- $l=10$ cm, $f=500$ MHz; $n=1,5$; $\lambda=40$ cm \Rightarrow alta frequência

3. Modelos de Parâmetros Distribuídos

• Parâmetros distribuídos (tempos de subida/descida)

$$t_r \approx \frac{0,35}{f_{max}} \quad \lambda_{min} \approx v \frac{t_r}{0,35}$$

Exemplo considerando os tempos de subida (t_r) e descida (t_f) do sinal:

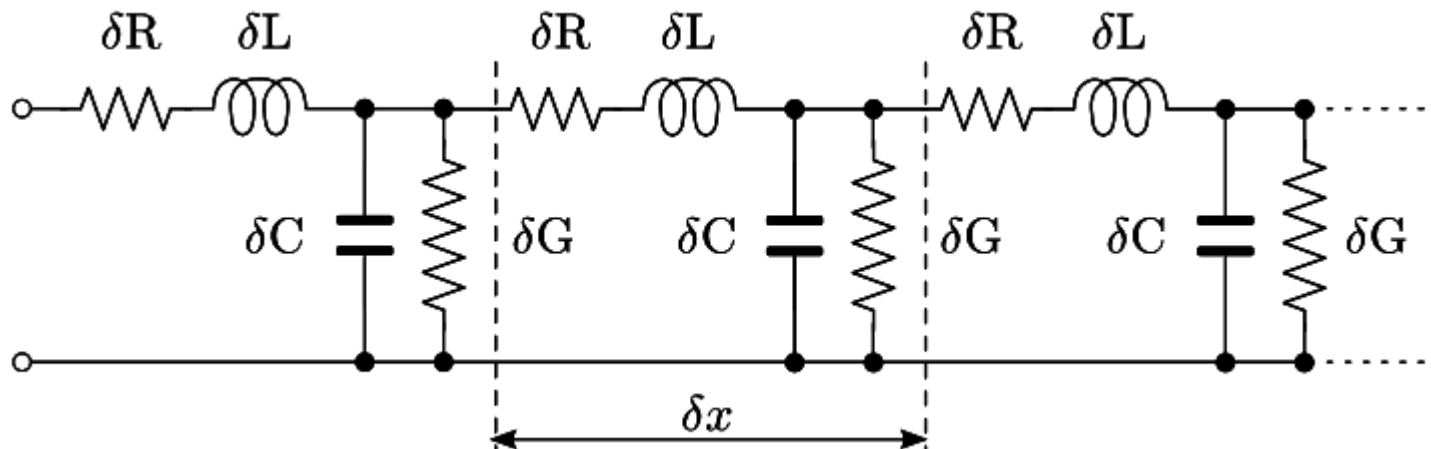
- $\ell = 10$ cm; $t_r = 1$ μ s; $n = 1,5$; $\lambda = 571$ m \Rightarrow baixa frequência
- $\ell = 10$ cm; $t_r = 1$ ns; $n = 1,5$; $\lambda = 57,1$ cm \Rightarrow alta frequência

3. Modelos de Parâmetros Distribuídos

Modelo de Linha de Transmissão (LT) baseado em parâmetros concentrados R , L , C , G infinitesimais:

R , L , C , G por unidade de comprimento δx

- R : perdas no condutor;
- G : perdas no dielétrico.



3. Modelos de Parâmetros Distribuídos

Impedância característica Z_0 da LT em regime senoidal:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{(R + j\omega L)}{(G + j\omega C)}}$$

- Z_0 é uma grandeza complexa (módulo e fase) que tende a:
- $\sqrt{R/G}$ em baixas frequências
- $\sqrt{L/C}$ em altas frequências
- Z_0 torna-se constante a partir de certa frequência, dado um comprimento l da LT.

3. Modelos de Parâmetros Distribuídos

Constante de propagação γ da LT em regime senoidal:

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$$

ou:

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

onde:

- α : constante de atenuação
- β : constante de fase

3. Modelos de Parâmetros Distribuídos

Modelo contínuo de LT coaxial no domínio da frequência:

Impedância:

$$Z_L = \frac{Z_{F0}}{2\pi \cdot \sqrt{\epsilon_r}} \cdot \ln\left(\frac{D}{d}\right)$$

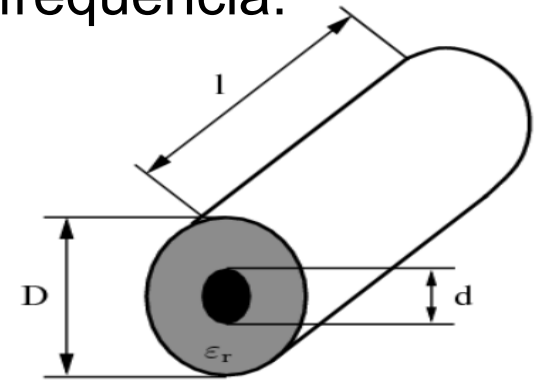
$$Z_{F0} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \approx 120\pi$$

Perdas:

dielétrico: $\alpha_d = \frac{\pi}{c_0} \cdot f \cdot \sqrt{\epsilon_r} \cdot \tan \delta$

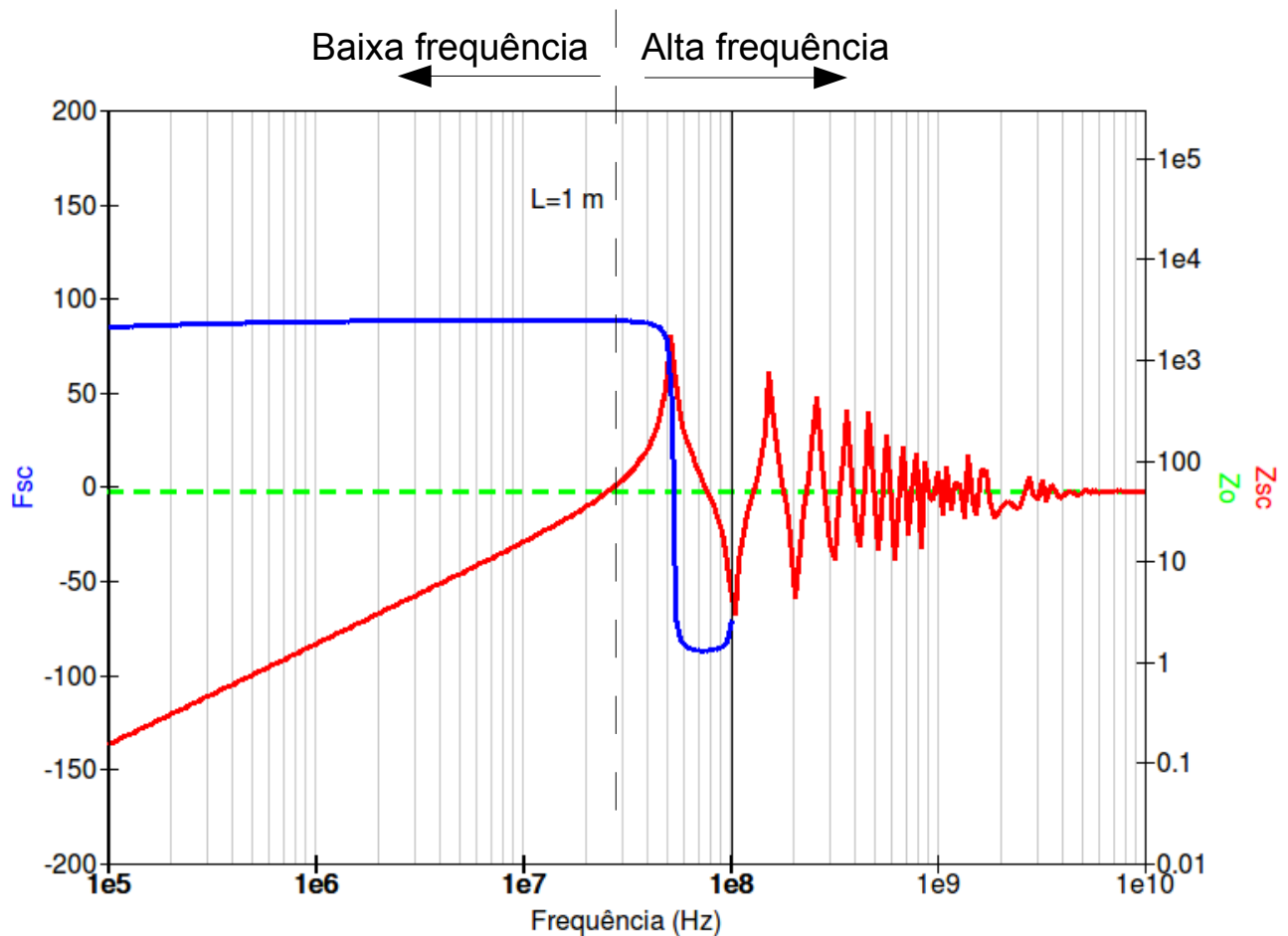
condutor: $\alpha_c = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\epsilon_r} \cdot \left(\frac{\frac{1}{D} + \frac{1}{d}}{\ln\left(\frac{D}{d}\right)} \right) \cdot \frac{R_S}{Z_{F0}}$

$$R_S = \sqrt{\pi \cdot f \cdot \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \rho}$$



3. Modelos de Parâmetros Distribuídos

Impedância característica de uma LT de 50Ω em curto-circuito:



3. Modelos de Parâmetros Distribuídos

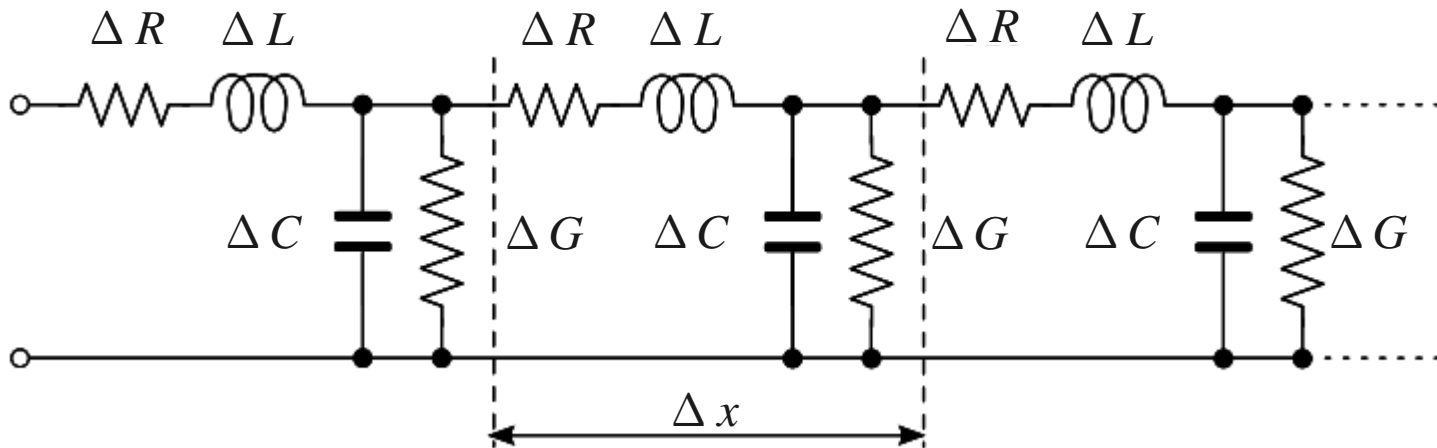
Relações importantes da LT de baixas perdas ($\alpha\gamma \ll 1$) em altas frequências e regime senoidal permanente:

- Impedância característica: $Z_0 \approx \sqrt{L/C} \quad [\Omega]$
- Constante de atenuação: $\alpha \approx \frac{R}{2Z_0} + G \frac{Z_0}{2} \quad [m^{-1}]$
- Constante de fase: $\beta \approx \omega \sqrt{LC} \quad [rad.m^{-1}]$
- Velocidade de fase: $v = \lambda f \approx \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}} \quad [m/s]$
-

3. Modelos de Parâmetros Distribuídos

Modelo de Linha de Transmissão (LT) com parâmetros concentrados R, L, C, G discretos:

- $\Delta x \leq \frac{\lambda_{min}}{10}$
- Número de segmentos: $N \geq 10 \frac{l}{\lambda_{min}}$
- $\Delta R = R_{tot} / N$ $\Delta L = L_{tot} / N$ $\Delta G = G_{tot} / N$ $\Delta C = C_{tot} / N$



3. Modelos de Parâmetros Distribuídos

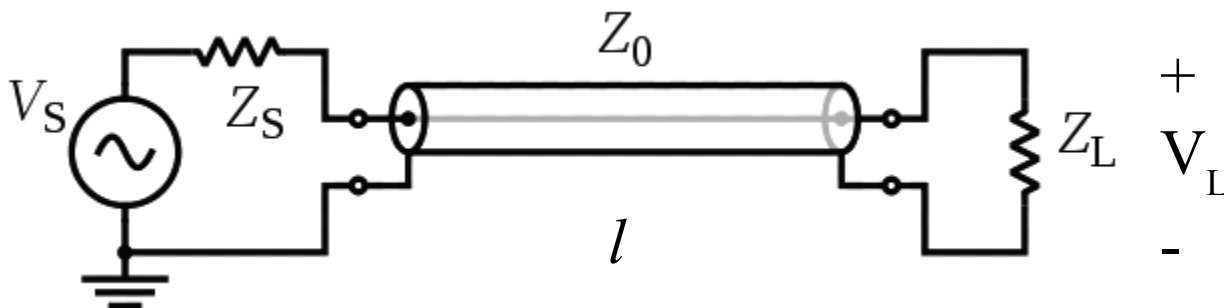
Características do modelo da LT com parâmetros concentrados discretos:

- Pode ser aplicada tanto em regime senoidal permanente como em regime transitório;
- Permite modelagem de resistência e condutância variáveis com a frequência;
- Exige mais tempo de cálculo que o modelo de parâmetros infinitesimais;

3.1 Casamento de impedâncias

Seja uma LT de baixas perdas com impedância característica Z_0 e um comprimento l conectada entre uma fonte e uma carga:

- Z_S : impedância da fonte; Z_L : impedância da carga;
- V_S : tensão da fonte; V_L : tensão na carga



3.1 Casamento de impedâncias

Observa-se que:

- A energia fornecida à LT pela fonte chegará à carga após um certo tempo $t = l/v$
- Caso as impedâncias $Z_S = Z_0 = Z_L$, toda a energia da fonte é absorvida pela carga;
- Caso as impedâncias não sejam idênticas, haverá reflexão de parte da energia na fonte e/ou na carga;
- A energia refletida pela carga retornará à linha e à fonte, podendo gerar sinais indesejáveis.

3.1 Casamento de impedâncias

Coeficiente de Reflexão Γ : parâmetro adimensional que permite determinar quanto da energia é refletida quando há descasamento de impedâncias:

- Descasamento entre fonte e LT:

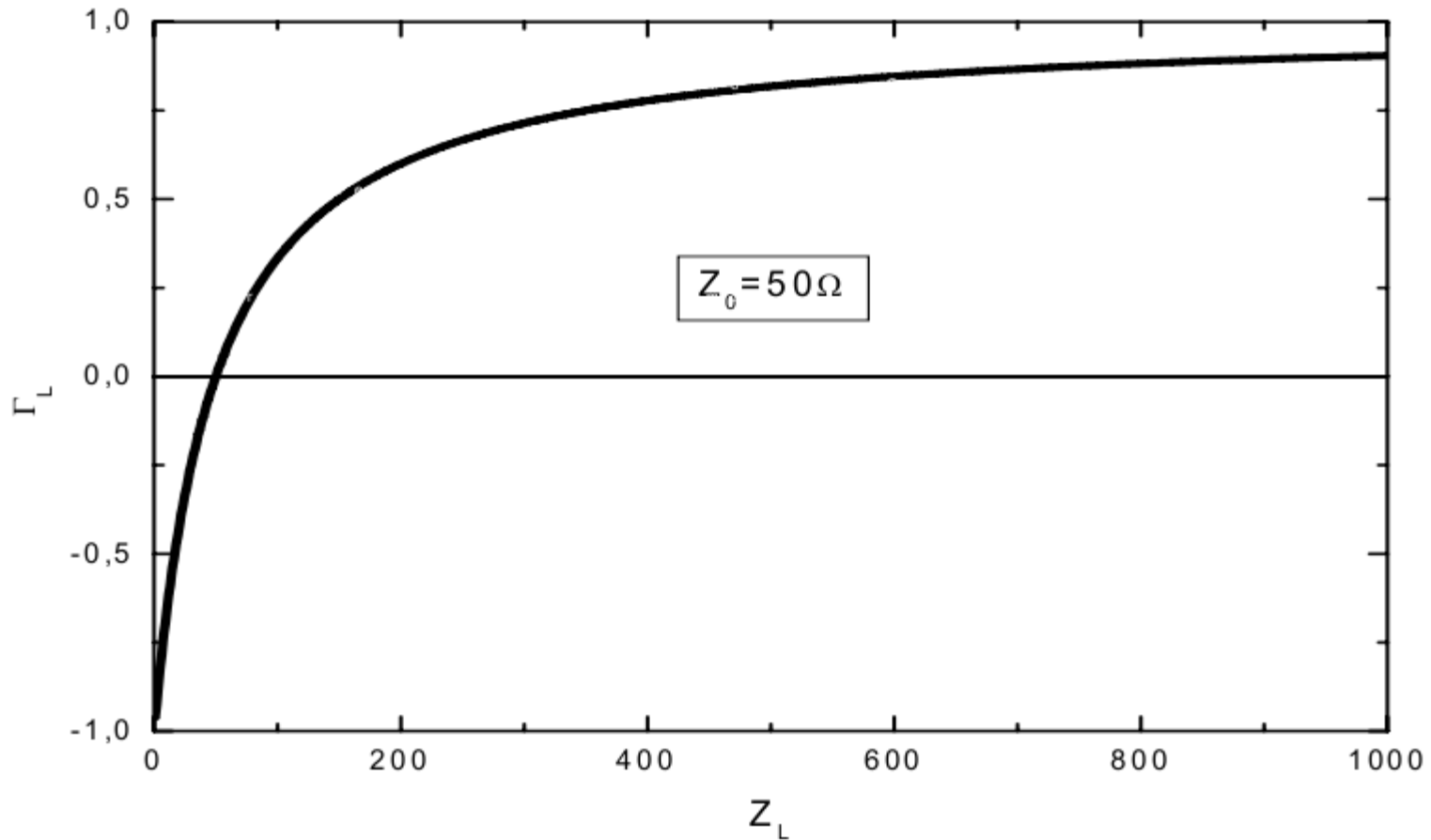
$$\Gamma = \frac{Z_s - Z_0}{Z_s + Z_0}$$

- Descasamento entre carga e LT:

$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

3.1 Casamento de impedâncias

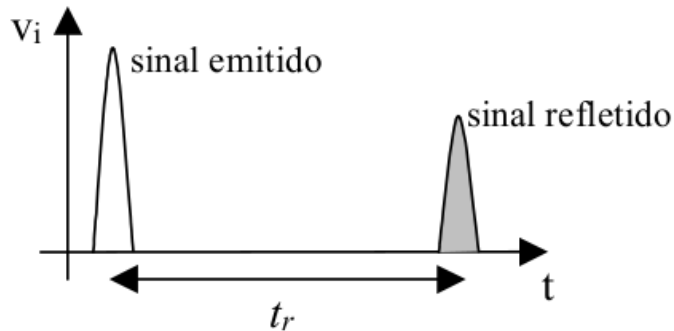
Coeficiente de Reflexão Γ na carga em função de Z_L



3.1 Casamento de impedâncias

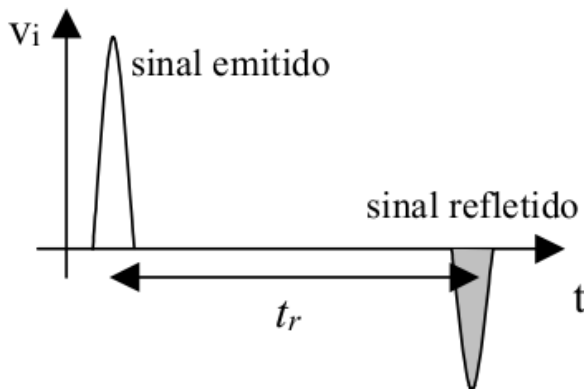
Para:

$$\Gamma_L > 0$$



- Tensão da onda refletida tem mesma polaridade da onda incidente
- Corrente da onda refletida tem polaridade inversa à da onda incidente

$$\Gamma_L < 0$$



- Tensão da onda refletida tem polaridade inversa da onda incidente
- Corrente da onda refletida tem mesma polaridade da onda incidente

3.1 Casamento de impedâncias

Exercício 4:

a) Analisar a validade do modelo da LT de parâmetros concentrados discretos comparando o resultado de uma simulação no **domínio da frequência** com o obtido pelo modelo de parâmetros distribuídos (cabo coaxial).

Dados : $Z_0=50 \Omega$; $C=100 \text{ pF/m}$; $R=0,1 \Omega/\text{m}$; $G=0$; $\mu_r=1$; $l=1 \text{ m}$; $f_{\text{max}}=400 \text{ MHz}$

b) Para a mesma LT, analisar a validade dos modelos em uma simulação no **domínio do tempo**, aplicando um pulso de tensão na entrada da linha com as seguintes cargas na sua saída:

• $Z_L=50 \Omega$

• $Z_L=5 \text{ k}\Omega$

• $Z_L=0.5 \Omega$