

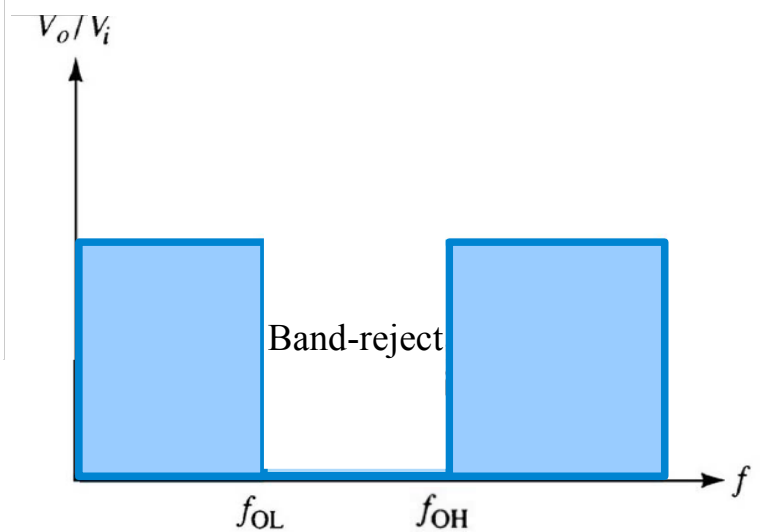
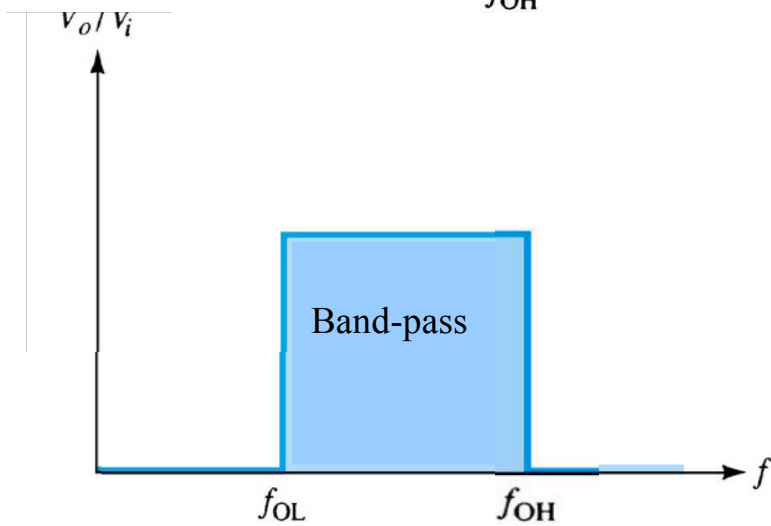
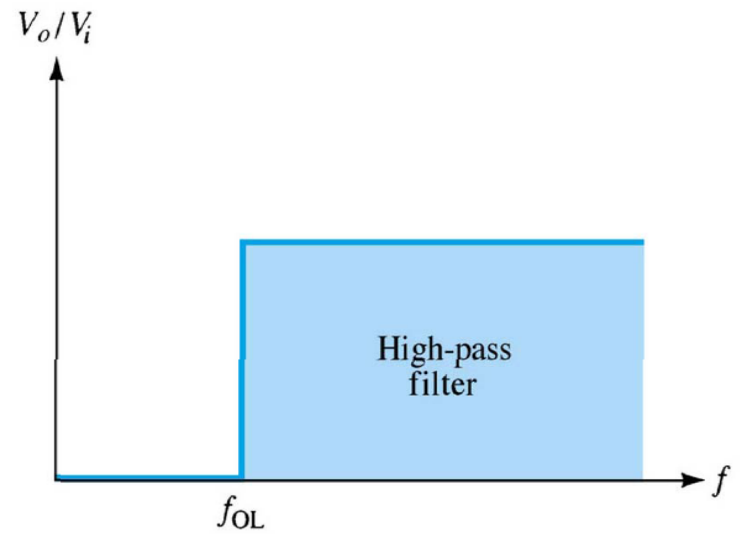
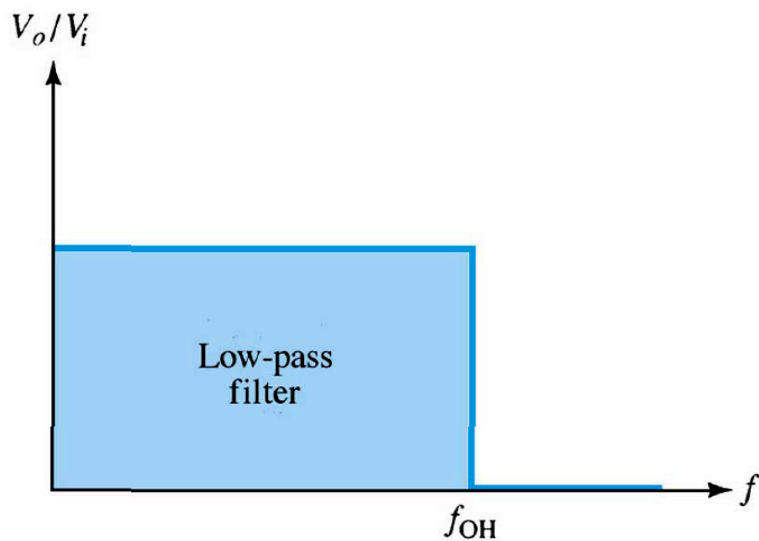
CAP. 5

FILTROS ATIVOS

5.1 CONCEITOS BÁSICOS

- **Filtros são circuitos lineares projetados para deixar passar determinadas frequências e atenuar outras**
- **São baseados em elementos reativos (C e L)**
- **Podem ser passivos (apenas capacitores e indutores) ou ativos (amplificadores realimentados)**
- **Quanto à Resposta em frequência classificam-se:**
 - **Passa Baixas**
 - **Passa Altas**
 - **Passa Faixa**
 - **Rejeita Faixa**

5.1 CONCEITOS BÁSICOS

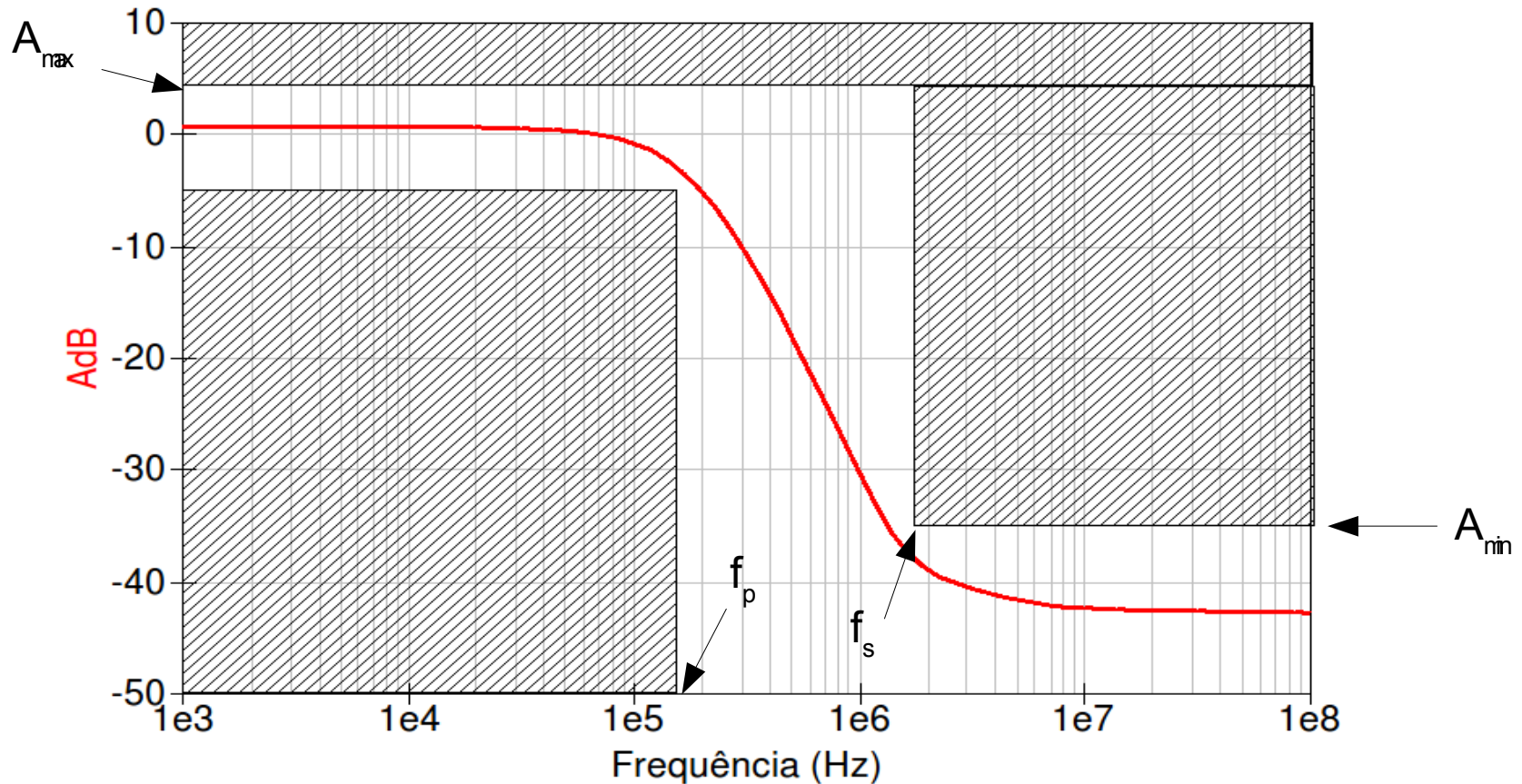


5.2 Características dos Filtros

- Faixa de Passagem: faixa de frequência na qual o sinal sofre mínima atenuação.
- Faixa de Rejeição: faixa de frequência na qual os sinais sofrem grandes atenuações
- Faixa de Transição: Faixa de frequência na qual os sinais apresentam atenuação variável

5.3 Especificação dos Filtros

Modulo da transmissão de um filtro real:



5.3 Especificação dos Filtros

A transmissão de um filtro é definida por 4 parâmetros:

1- borda na faixa de passagem: f_p

2- borda na faixa de bloqueio: f_s

3- máxima variação do ganho permitida na faixa de passagem: A_{\max}

4- atenuação mínima necessária para a faixa de bloqueio: A_{\min}

A partir desses parâmetros é montado o gabarito do filtro, dentro do qual deve estar contida sua resposta em frequência

5.4 A Função de transferência de um Filtro

Função de transferência do filtro no domínio s pode ser escrita como a razão de 2 polinômios:

$$G(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} \quad G(s) = \frac{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_0}{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_0}$$

- O grau n do denominador representa a ordem do filtro;
- Para que o filtro seja estável o grau do numerador $m \leq n$;
- Os zeros ou polos da função podem ser números reais ou complexos (pares conjugados);
- Quanto maior o grau, mais próximo do filtro ideal, porém mais complexo é o filtro

5.4 A Função de transferência de um Filtro

Classificação quanto ao formato da resposta:

- Bessel: faixa de passagem e de rejeição planas; região de transição suave
- Butterworth: faixa de passagem e de rejeição planas; região de transição moderada
- Chebyshev 1: faixa de passagem com oscilação; região de transição moderada; faixa de rejeição plana
- Chebyshev 2: faixa de passagem plana; região de transição moderada; faixa de rejeição com oscilação
- Elíptico: faixa de passagem e rejeição com oscilações; região de transição abrupta

5.4 A Função de transferência de um Filtro

Bessel:

n	$G(s)$
1	$\frac{1}{1 + s/\omega_0}$
2	$\frac{3}{3 + 3s/\omega_0 + s^2/\omega_0^2}$
3	$\frac{15}{15 + 15s/\omega_0 + 6s^2/\omega_0^2 + s^3/\omega_0^3}$
4	$\frac{105}{105 + 105s/\omega_0 + 45s^2/\omega_0^2 + 10s^3/\omega_0^3 + s^4/\omega_0^4}$

5.4 A Função de transferência de um Filtro

Butterworth:

$$G(s) = \frac{1}{B(s)}$$

n

B(s)

1

$$\left(1 + \frac{s}{\omega_c}\right)$$

2

$$\left(1 + \sqrt{2} \frac{s}{\omega_c} + \left(\frac{s}{\omega_c}\right)^2\right)$$

3

$$\left(1 + \frac{s}{\omega_c}\right) \left(1 + \frac{s}{\omega_c} + \left(\frac{s}{\omega_c}\right)^2\right)$$

4

$$\left(1 + 0.7654 \frac{s}{\omega_c} + \left(\frac{s}{\omega_c}\right)^2\right) \left(1 + 1.848 \frac{s}{\omega_c} + \left(\frac{s}{\omega_c}\right)^2\right)$$

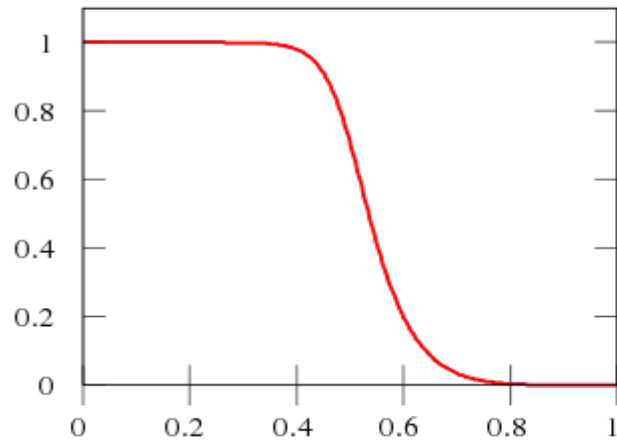
5.4 A Função de transferência de um Filtro

Chebyshev:

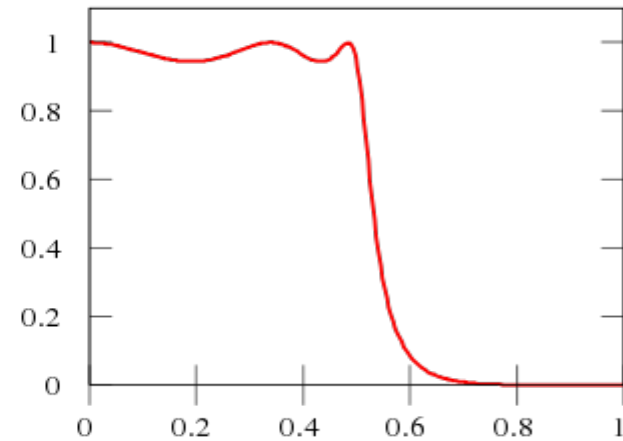
n	$G(s)$
1	$\frac{1}{\left(1 + \frac{s}{\omega_c}\right)}$
2	$\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\left(1 + 0.7654 \left(\frac{s}{0.8409 \omega_c}\right) + \left(\frac{s}{0.8409 \omega_c}\right)^2\right)}$
3	$\frac{1}{\left(1 + \left(\frac{s}{0.2980 \omega_c}\right)\right) \left(1 + 0.3254 \left(\frac{s}{0.9159 \omega_c}\right) + \left(\frac{s}{0.9159 \omega_c}\right)^2\right)}$
4	$\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\left(1 + 0.1789 \left(\frac{s}{0.9502 \omega_c}\right) + \left(\frac{s}{0.9502 \omega_c}\right)^2\right) \left(1 + 0.9276 \left(\frac{s}{0.4425 \omega_c}\right) + \left(\frac{s}{0.4425 \omega_c}\right)^2\right)}$

5.4 A Função de transferência de um Filtro

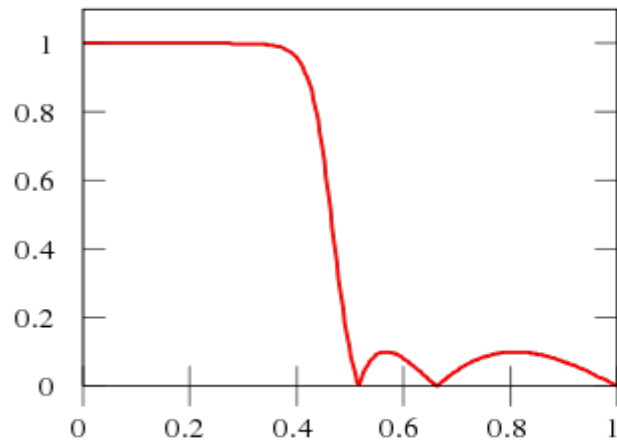
Butterworth



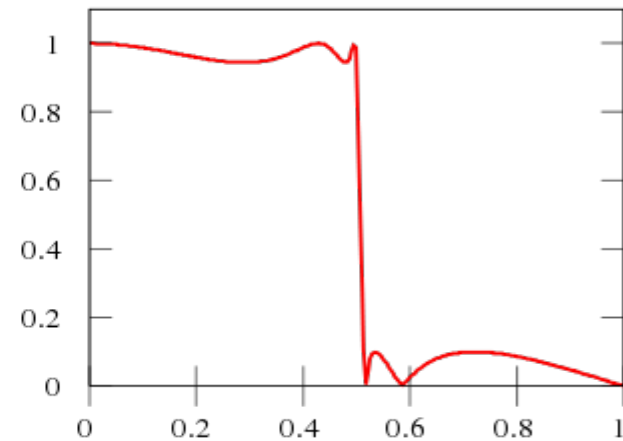
Chebyshev type 1



Chebyshev type 2



Elliptic



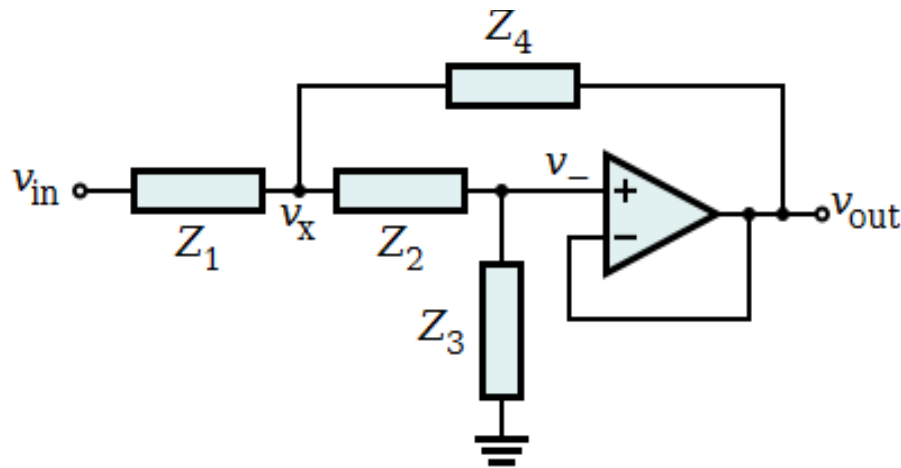
5.4 A Função de transferência de um Filtro

Classificação quanto à topologia do circuito:

- Cauer – Indutores e capacitores (passivo)
- **Sallen Key – Resistores e capacitores (ativo)**
- Realimentação múltipla - Resistores e capacitores (ativo)
- Variáveis de estado - Resistores e capacitores (ativo)
- Biquadrático - Resistores e capacitores (ativo)

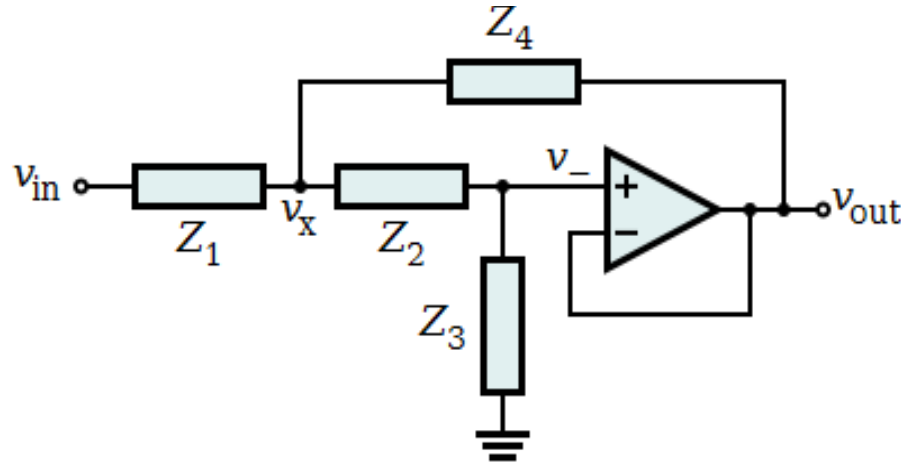
5.5 Topologia Sallen Key

- Topologia simples para implementação de passa-baixas, passa-altas e passa-faixa
- função de transferência facilmente implementada
- Ganho unitário ou superior na faixa de passagem
- Utiliza 1 AMPOP, 2 resistores e 2 capacitores para ordem 2
- Estrutura básica:



5.5 Topologia Sallen Key

- Função de transferência genérica (considerando AMPOP ideal):

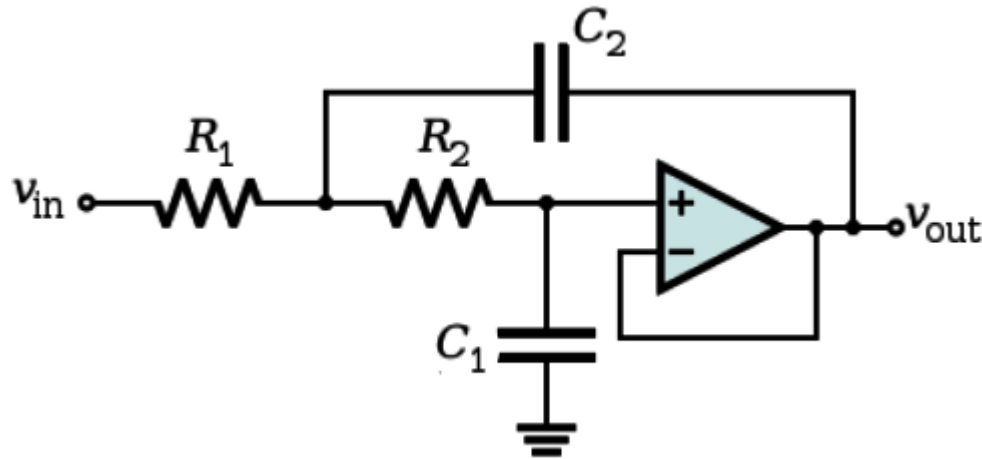


$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{Z_3 Z_4}{Z_1 Z_2 + Z_4(Z_1 + Z_2) + Z_3 Z_4}$$

→ Escolhendo-se adequadamente as impedâncias implementa-se facilmente passa-baixas, passa-altas e passa-faixa com resposta do tipo Bessel, Butterworth, Chebyshev, etc

5.5.1 Topologia Sallen Key – Passa Baixas

- Passa Baixas:



- Onde

$$Z_1 = R_1 \quad , \quad Z_2 = R_2 \quad , \quad Z_3 = \frac{1}{sC_1} \quad , \quad Z_4 = \frac{1}{sC_2}$$

→A função de transferência no domínio da frequência é:

$$H(s) = \frac{(2\pi f_c)^2}{s^2 + 2\pi \frac{f_c}{Q} s + (2\pi f_c)^2}$$

5.5.1 Topologia Sallen Key – Passa Baixas

- A frequência de corte f_c do filtro é dada por:

$$f_c = \frac{1}{2\pi \sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

- O fator de qualidade Q do filtro é dado por:

$$Q = \frac{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}{C_1 (R_1 + R_2)}$$

$$Q = \frac{1}{2\pi f_c C_1 (R_1 + R_2)}$$

5.5.1 Topologia Sallen Key – Passa Baixas

A função de transferência no domínio da frequência fica:

$$H(s) = \frac{1}{1 + C_2(R_1 + R_2)s + C_1C_2R_1R_2s^2}$$

• **O fator de qualidade Q determina o formato da resposta do filtro:**

- Bessel: $Q=0,5$
- Butterworth: $Q=0,707$
- Chebyshev: $Q>0,707$

5.5.1 Topologia Sallen Key – Passa Baixas

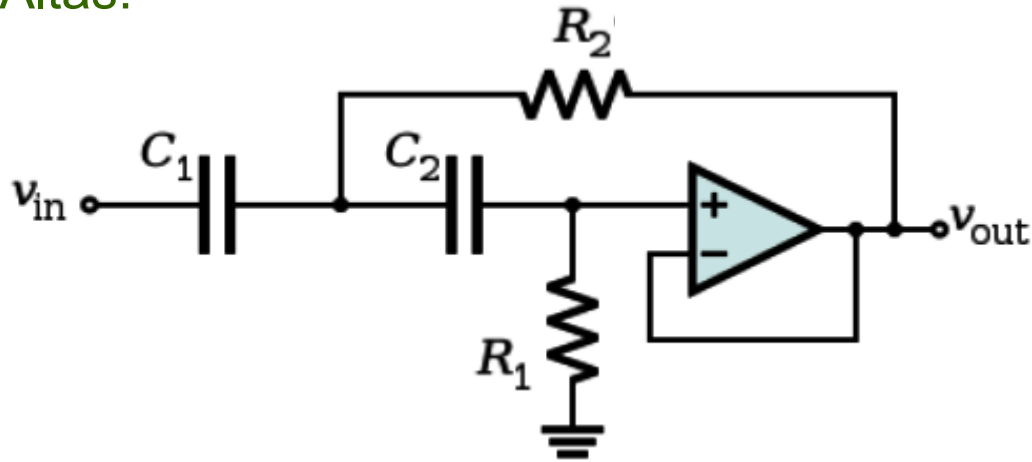
•Critérios de projeto:

- Seleciona-se o fator de qualidade e a frequência de corte;
- Fixa-se o valor de $R_1=R_2$ (determinam a impedância de entrada do filtro na faixa de bloqueio)
- Calculam-se os capacitores

Obs: é importante que o AMPOP possua uma banda passante (BW) de pelo menos $10 f_c$

5.5.2 Topologia Sallen Key – Passa Altas

•Passa Altas:



$$Z_1 = \frac{1}{sC_1} , \quad Z_2 = \frac{1}{sC_2} , \quad Z_3 = R_1 , \quad Z_4 = R_2$$

→A função de transferência no domínio da frequência é:

$$H(s) = \frac{s^2}{s^2 + 2\pi\left(\frac{f_c}{Q}\right)s + (2\pi f_c)^2}$$

5.5.2 Topologia Sallen Key – Passa Altas

- A frequência de corte f_c do filtro é dada por:

$$f_c = \frac{1}{2\pi \sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

- O fator de qualidade Q do filtro é dado por:

$$Q = \frac{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}{R_2 (C_1 + C_2)}$$

$$Q = \frac{1}{2\pi f_c R_2 (C_1 + C_2)}$$

5.5.2 Topologia Sallen Key – Passa Altas

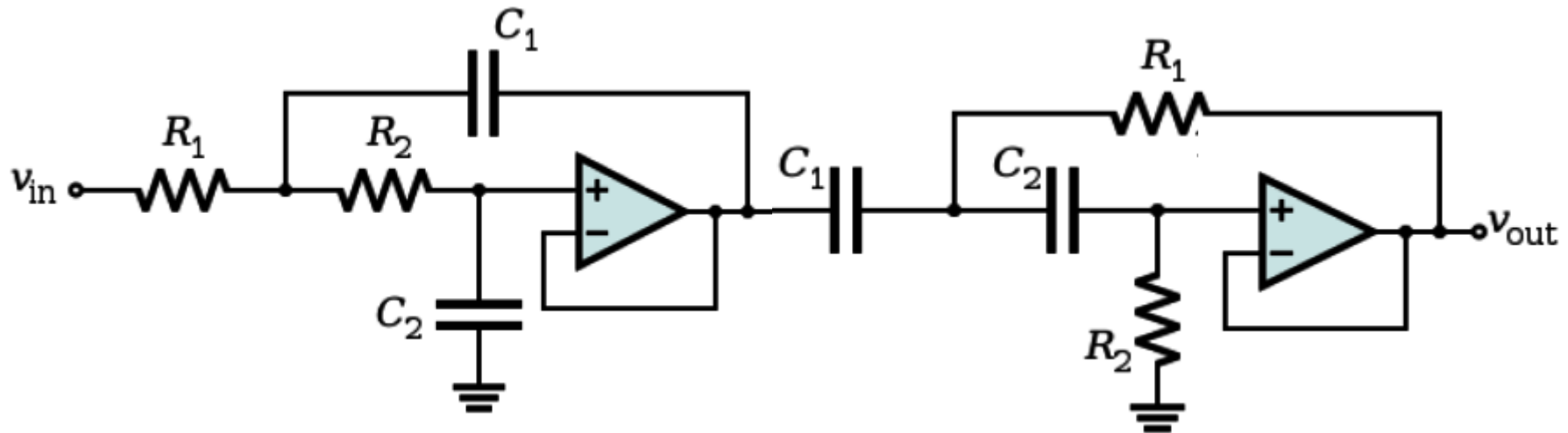
- **Critérios de projeto:**

- Seleciona-se o fator de qualidade e a frequência de corte;
- Fixa-se o valor de $C_1 = C_2$ (determinam a impedância de entrada do filtro na faixa de bloqueio)
- Calculam-se os resistores

Obs: é importante que o AMPOP possua uma banda passante (BW) de pelo menos $10 f_c$

5.5.3 Topologia Sallen Key – Passa Faixa I

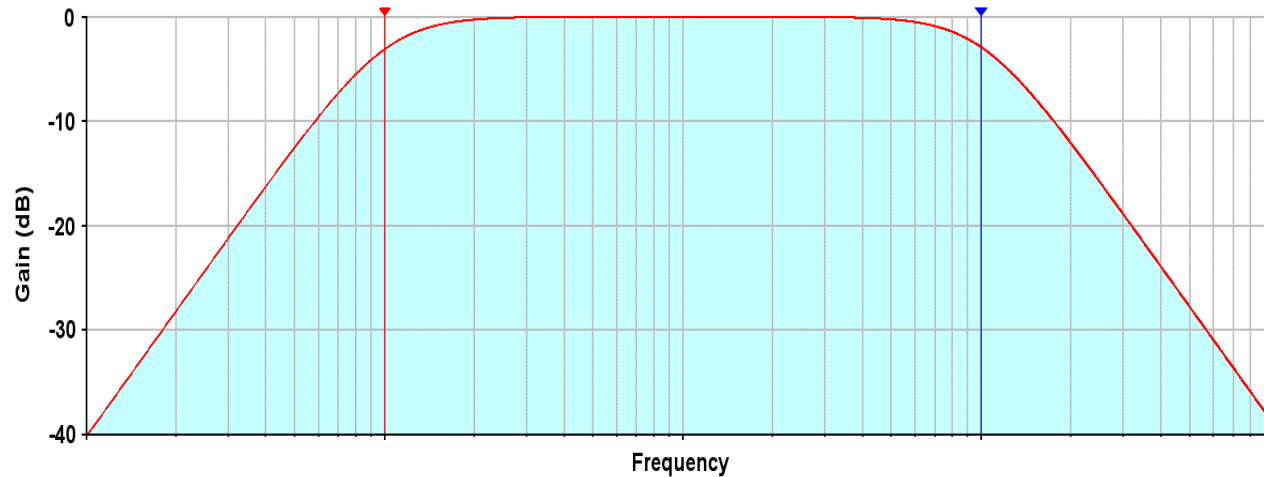
- Um filtro Passa Faixa pode ser construído a partir de um filtro PB em cascata com um PA:



- Essa topologia permite selecionar as frequências de corte inferior (filtro PA) e superior (filtro PB) independentemente

$$\bullet f_i < f_{cs}$$

5.5.3 Topologia Sallen Key – Passa Faixa I

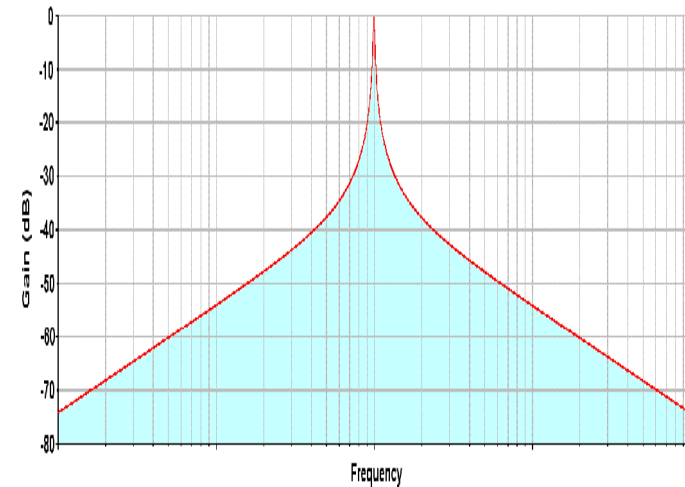
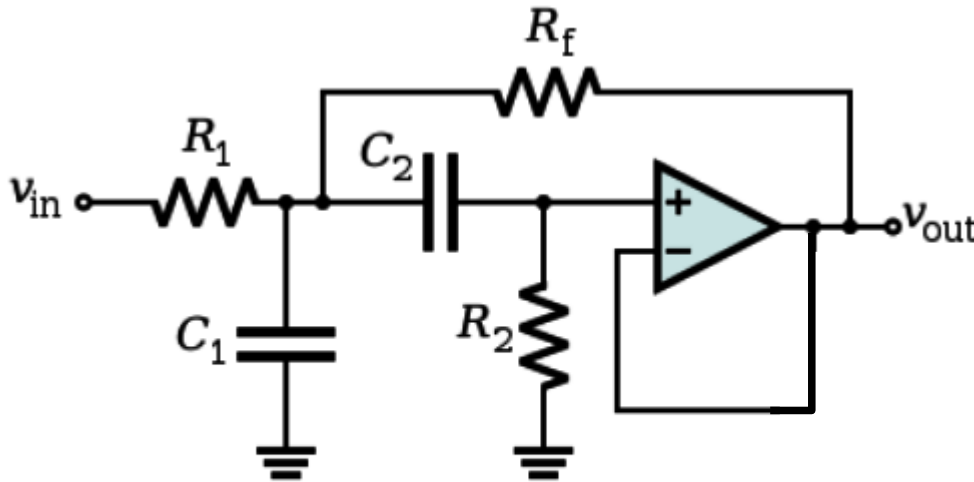


- Essa topologia permite selecionar as frequências de corte inferior (filtro PA) e superior (filtro PB) independentemente

- $f_{di} < f_{cs}$

5.5.4 Topologia Sallen Key – Passa Faixa II

- Passa Faixa com único AMPOP de ganho unitário:



- Esse filtro possui as frequências de corte inferior e superior idênticas, sendo denominada frequência central f_0

5.5.4 Topologia Sallen Key – Passa Faixa II

A função de transferência no domínio da frequência é:

$$H(s) = \frac{s}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}$$

$$H(s) = \frac{\frac{s}{R_1 C_1}}{s^2 + \left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} \right) s + \frac{R_1 + R_f}{R_1 R_f R_2 C_1 C_2}}$$

5.5.4 Topologia Sallen Key – Passa Faixa II

- A frequência central f_0 do filtro é dada por:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{R_f + R_1}{C_1 C_2 R_1 R_2 R_f}}$$

- O fator de qualidade Q do filtro é dado por:

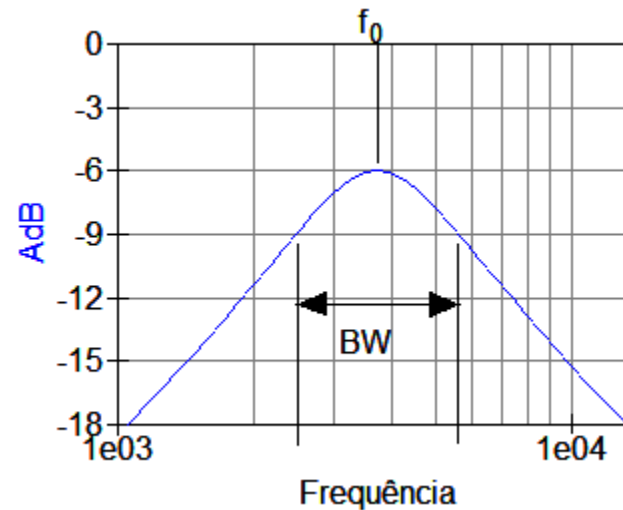
$$Q = \frac{\sqrt{\frac{R_1 + R_f}{R_1 R_f R_2 C_1 C_2}}}{\left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} \right)}$$

$$Q = \frac{2\pi f_0}{\left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} \right)}$$

5.5.4 Topologia Sallen Key – Passa Faixa II

- O fator de qualidade Q representa a relação entre a frequência central e a banda passante medida a -3 dB do ganho máximo

$$Q = \frac{f_0}{BW}$$



- Ganho máximo do filtro na frequência central: $A=1/2$ ($A_{dB} = -6$ dB)
-

5.5.4 Topologia Sallen Key – Passa Faixa II

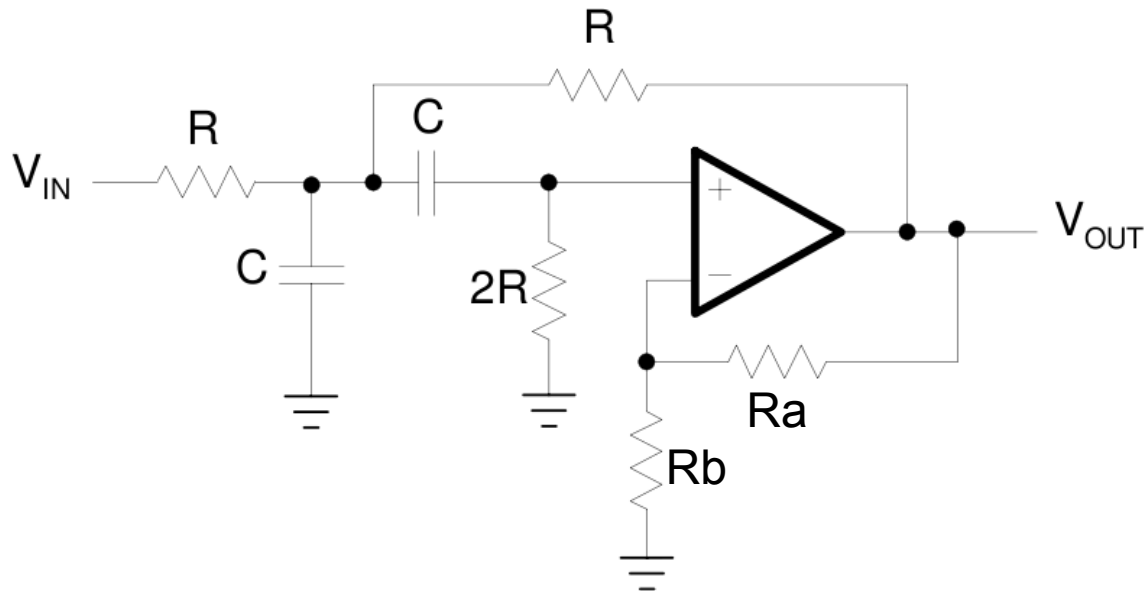
• Critérios de projeto:

- Seleciona-se a frequência central e o fator de qualidade ou a banda passante;
- Faz-se $C_1 = C_2$ e $2R_1 = R_2$
- Calculam-se os resistores e capacitores
- R_1 determina a impedância de entrada

Obs: é importante que o AMPOP possua uma banda passante (BW) de pelo menos $10 f_c$

5.5.5 Topologia Sallen Key – Passa Faixa III

- Passa Faixa com único AMPOP de ganho variável:



- R_a e R_b controlam o ganho e o fator de qualidade
- R e C definem a frequência central f_0

5.5.5 Topologia Sallen Key – Passa Faixa III

A função de transferência no domínio da frequência é:

$$H(s) = \frac{G \cdot s}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}(3 - G)s + \omega_0^2} \quad G = 1 + \frac{Ra}{Rb}$$

• frequência central f_0 :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$$

ganho em f_0 :

$$A_0 = \frac{G}{3 - G} \quad 1 \leq G < 3$$

• fator de qualidade Q :

$$Q = \frac{1}{(3 - G)}$$

5.5.5 Topologia Sallen Key – Passa Faixa III

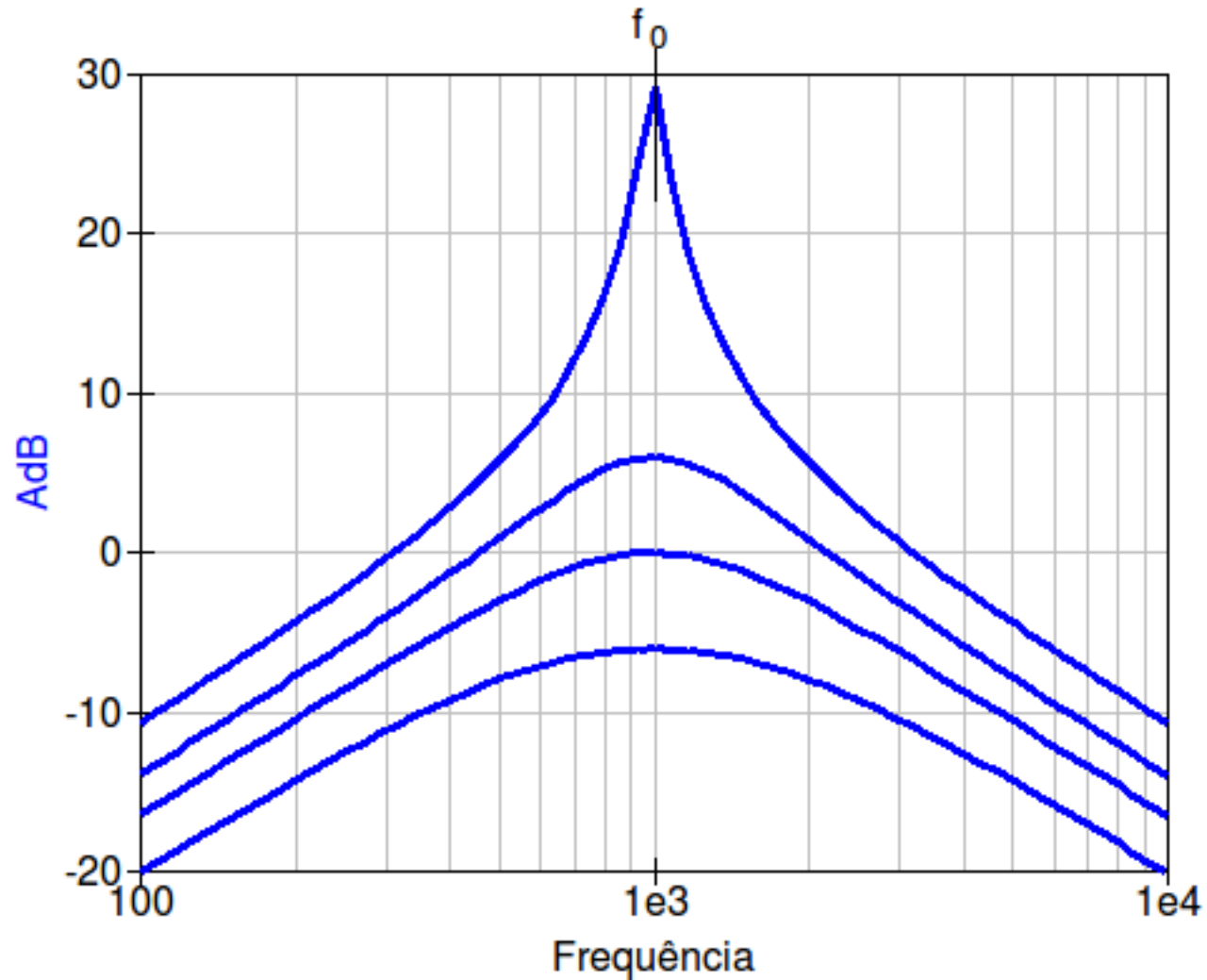
•Critérios de projeto:

- Seleciona-se a frequência central e o fator de qualidade ou a banda passante;
- Calcula-se C e R em função da frequência
- Calculam-se Ra e Rb em função de Q
- O ganho A_0 será também função de Ra e Rb

Obs: é importante que o AMPOP possua uma banda passante (BW) de pelo menos $10 f_c$

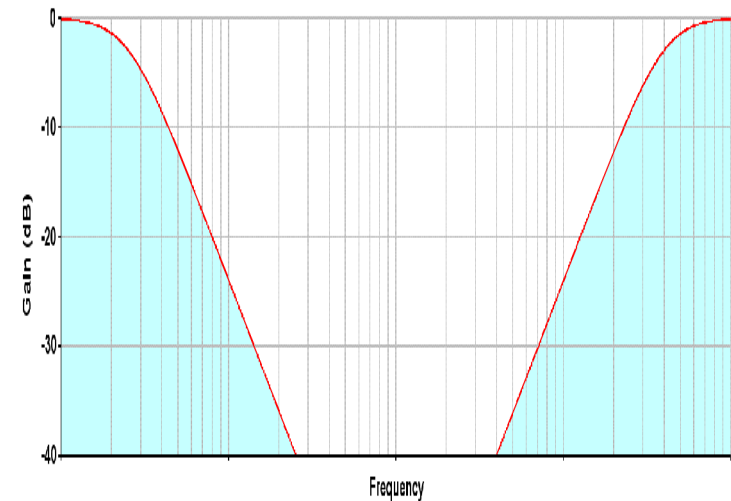
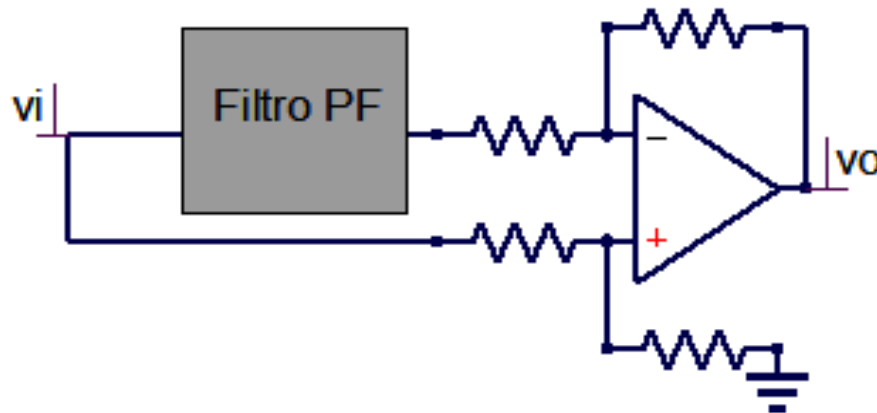
5.5.5 Topologia Sallen Key – Passa Faixa III

- Resposta em função do fator de Qualidade:



5.5.6 Topologia Sallen Key - Rejeita Faixa

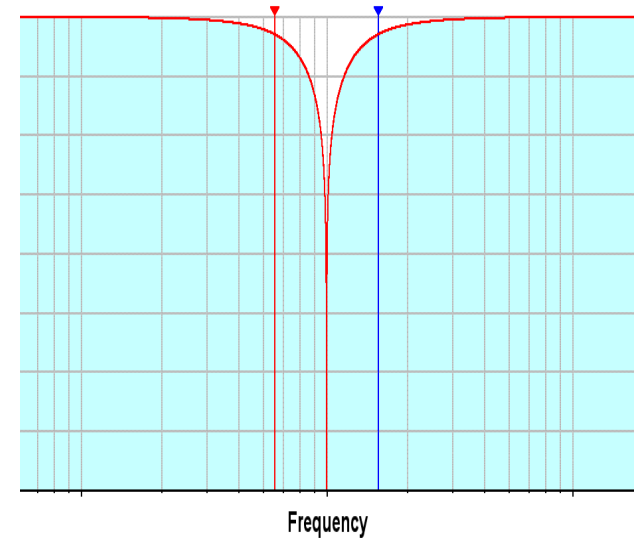
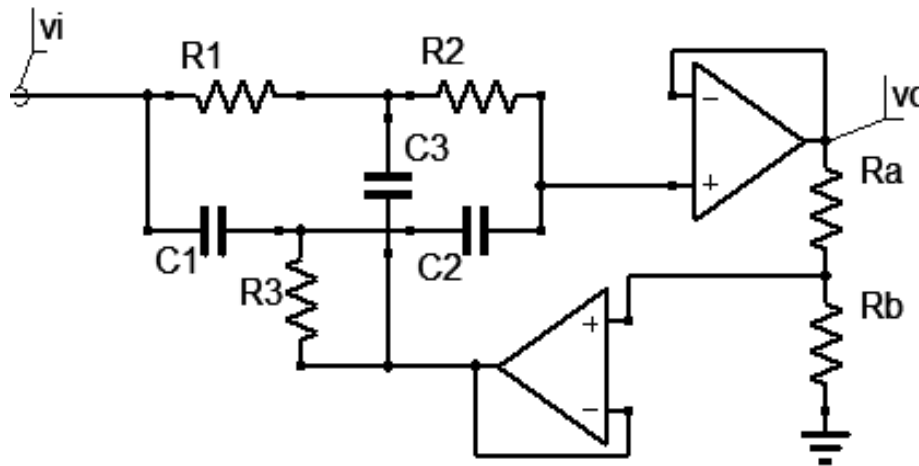
- Um filtro Rejeita Faixa pode ser construído a partir da diferença entre o sinal de entrada e a saída de um filtro PF:



- As características dessa topologia (f_0 , Q) são idênticas às do filtro passa faixa utilizado

5.6 Rejeita Faixa - Topologia duplo T

- A topologia mais usada de filtro rejeita faixa é a denominada duplo T:



- Essa topologia permite selecionar a frequência central de rejeição e o fator de qualidade de forma independente

5.6 Rejeita Faixa - Topologia duplo T

- Fazendo-se $R_1=R_2=2R_3=R$ e $C_1=C_2=C_3/2=C$, a frequência central f_0 do filtro é dada por:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$$

- O fator de qualidade Q do filtro é dado por:

$$Q = \frac{Ra + Rb}{4Ra}$$

5.5.3 Topologia Sallen Key – Passa Faixa

- Resposta em função do fator de Qualidade:

