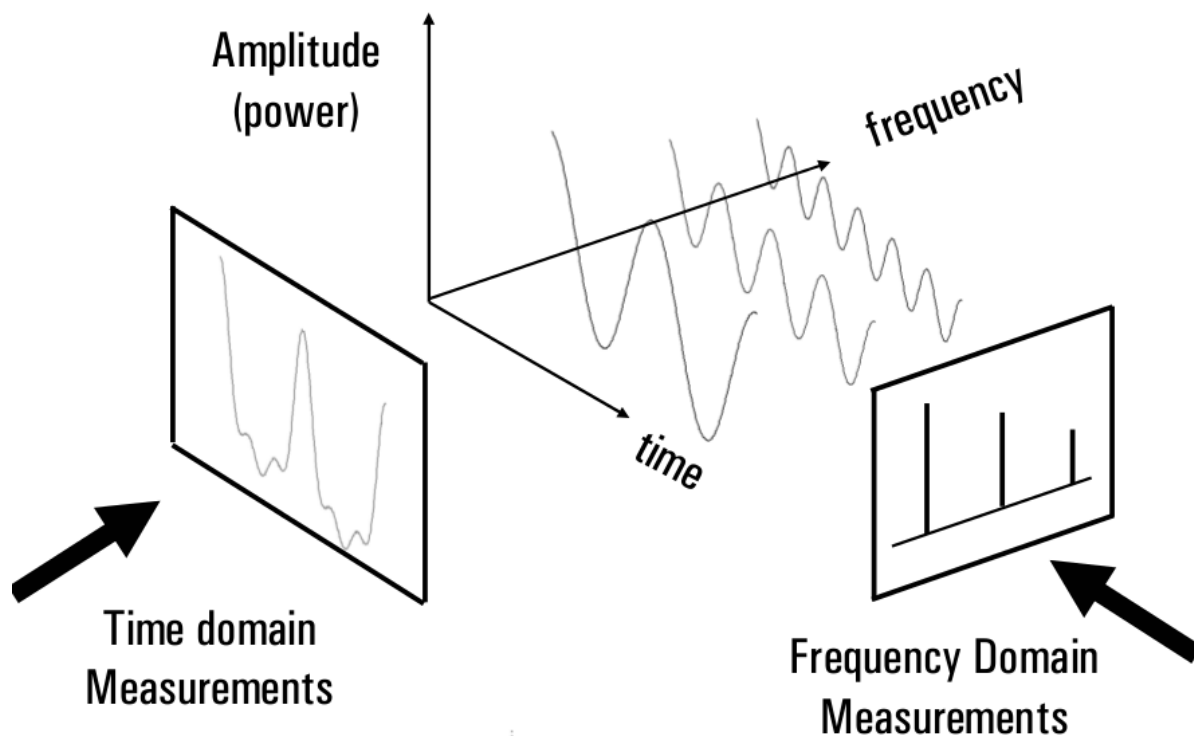


## Analizador de Espectros

O analisador de espectros é um instrumento utilizado para a análise de sinais alternados no domínio da frequência. Possui certa semelhança com um osciloscópio, uma vez que o resultado da medida é apresentado em uma tela, tendo a amplitude na vertical e a frequência na horizontal.

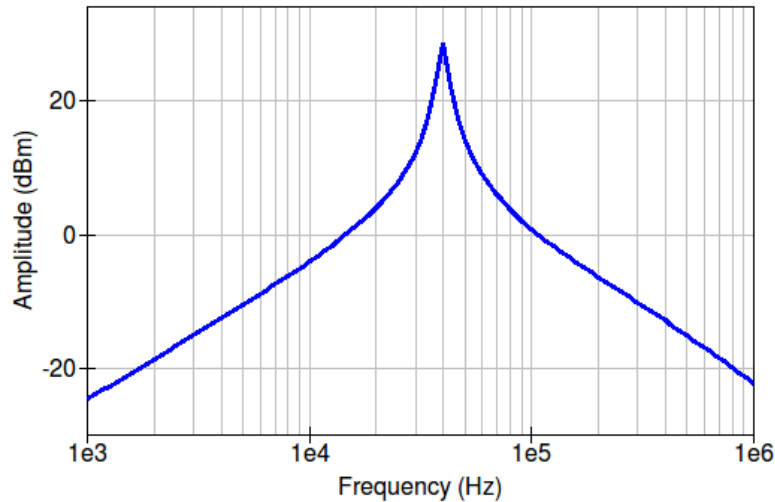
Um analisador de espectros é essencialmente um receptor de rádio passivo, com uma interface gráfica (display) para a análise e medida do sinal no domínio da frequência. Os analisadores de espectros indicam geralmente a informação contida no sinal de forma direta, tais como a tensão, a potência, o período e a frequência.

Domínio do tempo × domínio da frequência:



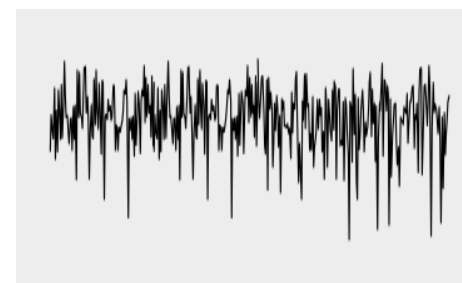
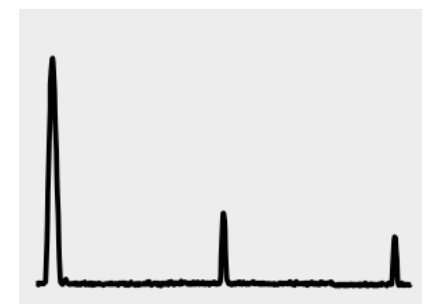
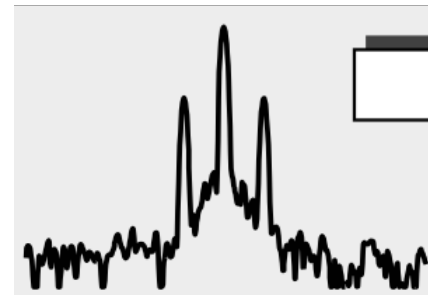
A análise espectral de um sinal fornece informação adicional difícil de ser obtida numa análise temporal (osciloscópio). Por exemplo, ao analisarmos um sinal senoidal levemente distorcido em função do tempo, dificilmente percebemos essa imperfeição. Na análise no domínio da frequência, pequenas distorções e imperfeições (que implicam em componentes de frequência diferentes) são facilmente identificadas, pois cada componente de frequência é visualizada separadamente.

As escalas vertical (amplitude) e horizontal (frequência) de um analisador de espectros são em geral logarítmicas, o que facilita a leitura de sinais de baixa amplitude. Assim, a amplitude pode ser diretamente lida em dB (unidade mais usual em sistemas de comunicação) e na escala horizontal um amplo espectro de frequências pode ser visualizado simultaneamente.



As principais medidas efetuadas com um analisador de espectro são :

- **Modulação** : em sistemas de comunicação via rádio, é fundamental a análise dos níveis de potência relativos a cada frequência, do grau e da qualidade de modulação, da largura de banda ocupada no espectro, etc.
- **Distorção** : sistemas supostamente lineares (amplificadores, transmissores e receptores de rádio, filtros, etc) apresentam sempre um certo grau de não linearidade gerando conseqüentemente distorções no sinal (harmônica, intermodulação, emissões espúrias).
- **Ruído** : todo circuito ou elemento ativo gera ruído tipicamente em uma faixa larga de frequências. Medidas como figura de ruído e relação sinal/ruído são importantes na caracterização de sistemas eletrônicos ou dispositivos.
- Interferência Eletromagnética (EMI), dispositivos de RF (VCOs,, Mixers, Filtros, Amplificadores, Antenas)

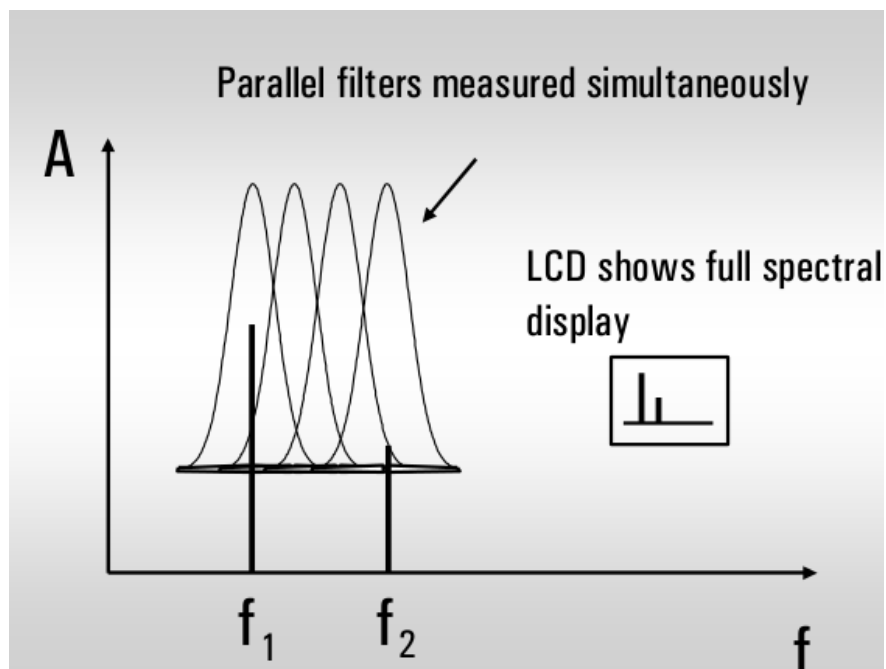


**Tipos de analisadores de espectro:**

- Banco de filtros
- Analisador por varredura
- FFT (transformada rápida de fourier)

**Analisador de espectros com banco de filtros :**

Consiste num conjunto de filtros seletivos em frequência (passa-faixa) cuja entrada é o sinal a ser analisado, sendo que cada filtro possui uma frequência central e uma largura de banda de modo a cobrir uma determinada faixa do espectro de frequências. A saída de cada filtro é retificada e filtrada, sendo o nível DC resultante aplicado à um indicador visual (display de LED's , LCD, CRT). A medida é feita em paralelo.

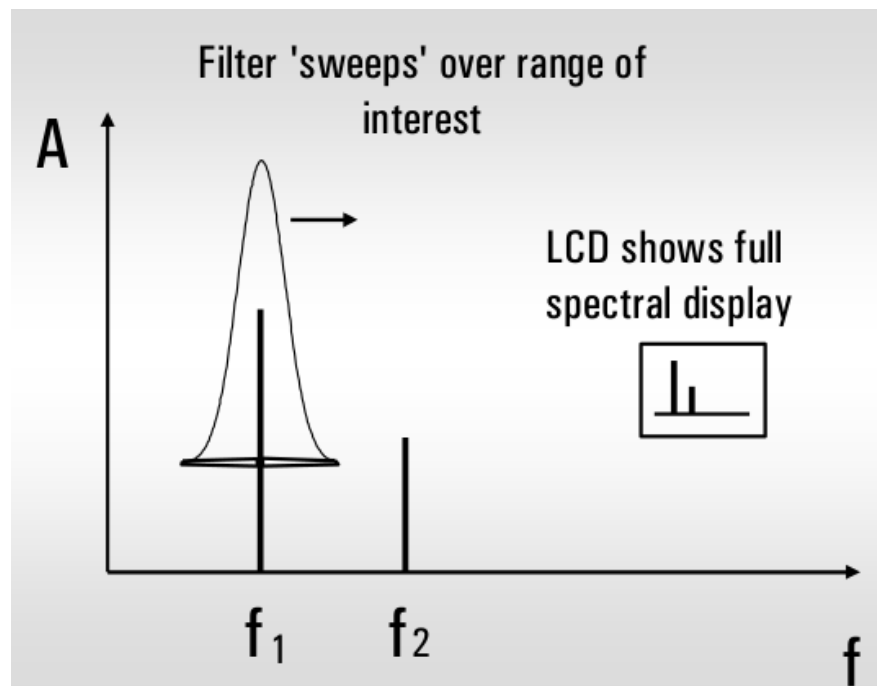


Uma vez projetados os filtros, a frequência central e a largura de banda permanecem fixos, o que limita a faixa de frequências a ser analisada. Seu custo e implementação torna-se inviável quando uma alta resolução de frequência faz-se necessária, pelo grande número de filtros com uma largura de banda estreita.

Esta topologia de analisador de espectros é utilizada em indicadores de potência de áudio (equalizadores), onde a faixa de frequências é fixa (tipicamente 20Hz – 20kHz) e o número de bandas é relativamente pequeno (baixa resolução em frequência).

### **Analisador de espectros por varredura :**

Uma forma de minimizar o número de filtros usados na topologia anterior, seria a utilização de um único filtro sintonizável em frequência através de um sinal de controle (rampa de tensão, controle digital) de modo a variar a frequência central ao longo da faixa espectral a ser analisada, fazendo-se uma varredura temporal. Dessa forma, o mesmo sinal de controle seria utilizado para indicar a frequência, podendo ser usado como eixo horizontal. Tal filtro sintonizável é realizável mas de difícil implementação, principalmente em se tratando de altas frequências (sinais de telecomunicações).

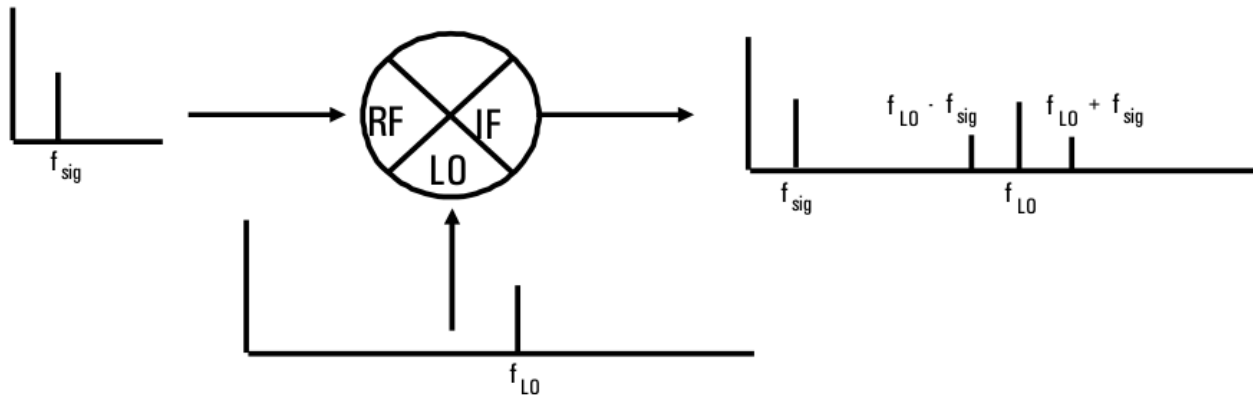


Uma forma alternativa e mais simples de se fazer essa varredura, consiste na utilização de um filtro de frequência fixa associado a uma processamento do sinal de entrada de modo a deslocá-lo no espectro de frequência (varredura) de forma controlada. Este processamento do sinal pode ser obtido pela multiplicação analógica do sinal de entrada por um sinal senoidal (ou cossenoidal) cuja

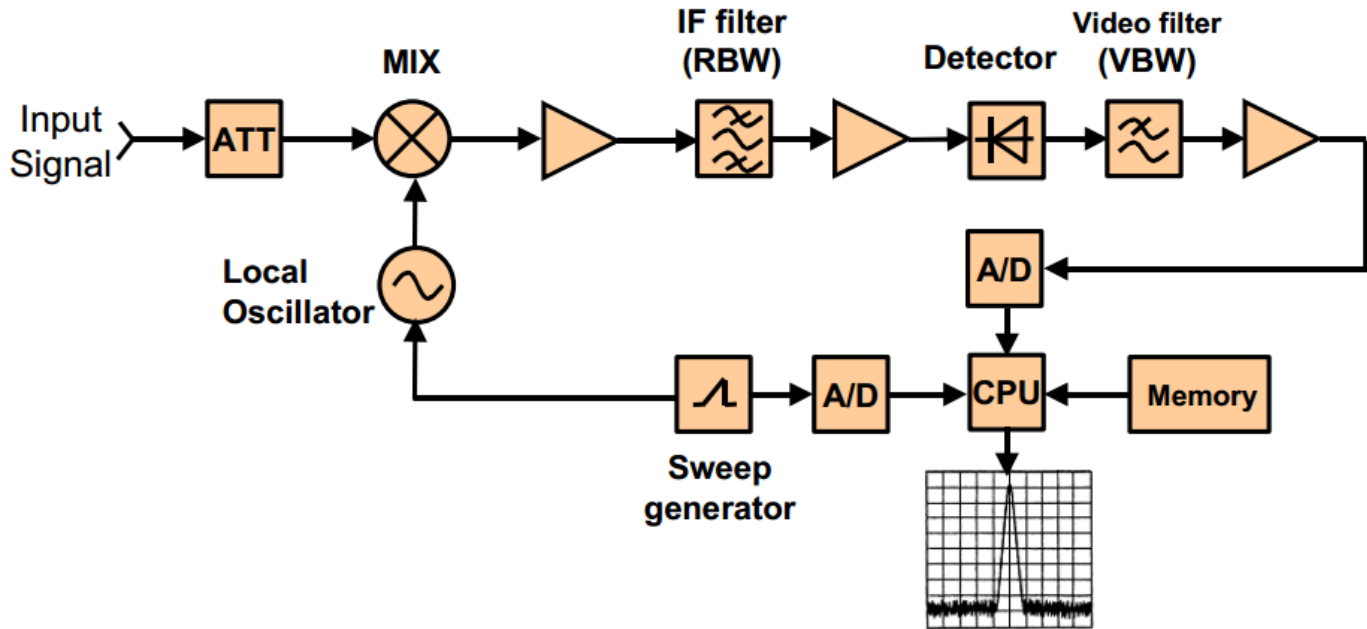
frequência pode ser facilmente controlada eletricamente. Esse princípio é o mesmo utilizado em receptores de rádio AM. Supondo que o sinal de entrada é composto por uma única frequência ( $\omega_i$ ), podemos representar o processo de multiplicação por um outro sinal de frequência  $\omega_l$  da seguinte forma :

$$\cos(\omega_{sig} t) \cdot \cos(\omega_{LO} t) = \frac{\cos(\omega_{LO} - \omega_{sig})t + \cos(\omega_{LO} + \omega_{sig})t}{2}$$

Representação gráfica :



Assim, dado um filtro de frequência fixa  $\omega_c$ , podemos obter o resultado equivalente a um filtro variável pela varredura da frequência  $\omega_l$  multiplicada pelo sinal de entrada. O processo de multiplicação é efetuado por um dispositivo não linear denominado misturador, que é composto essencialmente de diodos. A varredura de frequência é obtida pela utilização de um oscilador local controlado por tensão.

**Diagrama em blocos :****Princípio de funcionamento :**

O funcionamento desse circuito é essencialmente equivalente ao de um receptor de rádio AM super-heteródino. As principais partes são:

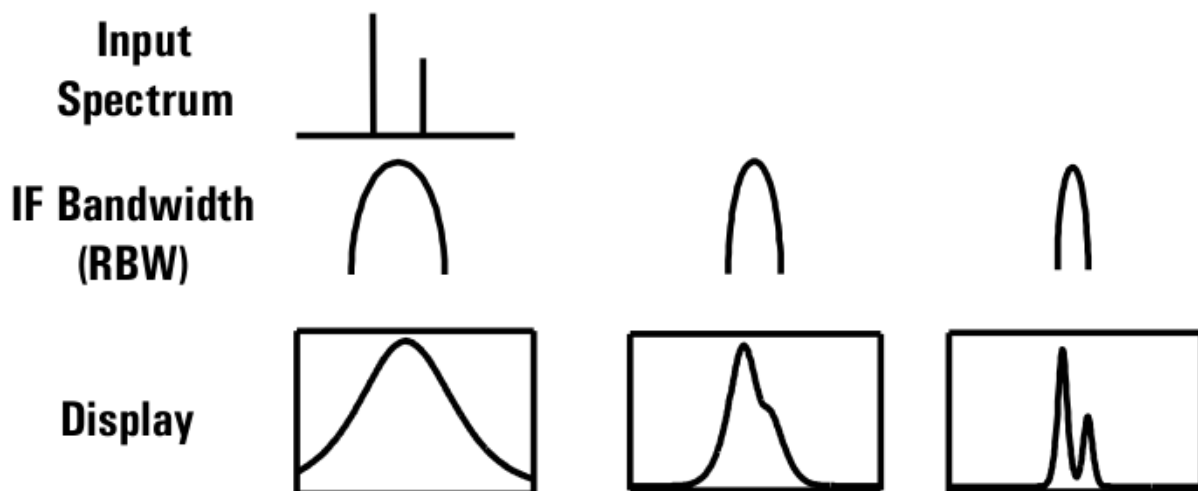
Seletor de escalas de entrada : funciona de modo análogo ao de um osciloscópio, permitindo a adequação da amplitude do sinal de entrada ao instrumento.

Misturador (mixer): é o elemento principal do circuito. Ele efetua eletronicamente a operação de multiplicação do sinal de entrada por um sinal senoidal de frequência  $f_{LO}$  (oscilador local), gerando em sua saída dois sinais principais correspondentes à soma e à diferença entre  $f_{LO}$  e a(s) frequência(s) presente(s) no sinal de entrada ( $f_{LO}+f_i$  e  $f_{LO}-f_i$ ). A parcela que será utilizada efetivamente na análise espectral é o sinal diferença  $f_{LO}-f_i$ . Os sinais individuais  $f_{LO}$  e  $f_i$  também estão presentes na saída do misturador devido à não idealidade da operação de multiplicação efetuada por esse circuito. O sinal saída do misturador, também denominado sinal de frequência intermediária (IF), contém uma "cópia" do sinal de entrada transladado em frequência por um valor  $f_{LO}$ . Variando-se a frequência do oscilador local  $f_{LO}$ , desloca-se proporcionalmente o sinal de entrada no domínio da frequência.

Oscilador Local : gera um sinal senoidal de frequência  $f_{LO}$  que é aplicado à uma das entradas do misturador. Consiste em um oscilador senoidal de alta pureza (baixa distorção) controlado por tensão (VCO), cuja frequência pode ser variada continuamente dentro de uma faixa espectral selecionada pelo usuário. Possui uma alta linearidade entre tensão de controle e a frequência de saída, pois a mesma tensão é utilizada como referência do eixo de frequência.

Gerador de rampa : gera uma rampa de tensão em função do tempo, que é utilizada no controle da frequência do oscilador local. Pode ser gerada de forma analógica ou digital (conversor D/A), com característica linear ou logarítmica.

Filtro de IF : é um filtro passa faixa de frequência central fixa  $f_{IF}$ , usado para selecionar a parcela do sinal de IF que contém o sinal a ser analisado a partir do sinal diferença  $f_{LO}-f_i$ . A largura de faixa desse filtro determina a resolução em frequência do instrumento (RWB – Resolution BandWidth), podendo ser ajustada de acordo com o tipo de medida e sinal de entrada. Para que se possa distinguir entre dois sinais de frequências próximas (p. ex. 10kHz e 11kHz), é necessário que o RBW seja inferior à diferença entre essas frequências.

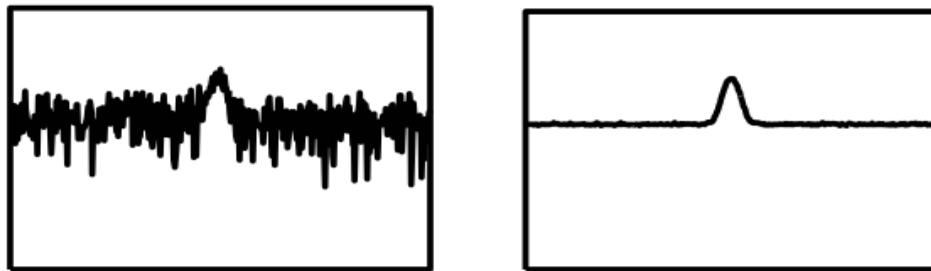


Realizando-se uma varredura na frequência  $f_{LO}$ , a parcela do sinal de entrada presente em  $f_{LO}-f_i$  é transladada em frequência. À medida que frequências presentes no sinal de entrada coincidem com a frequência  $f_{IF}$ , um sinal correspondente pode ser detectado na saída do filtro. Esse processo é equivalente à uma varredura na frequência  $f_{IF}$ , porém bem mais fácil de ser implementado na

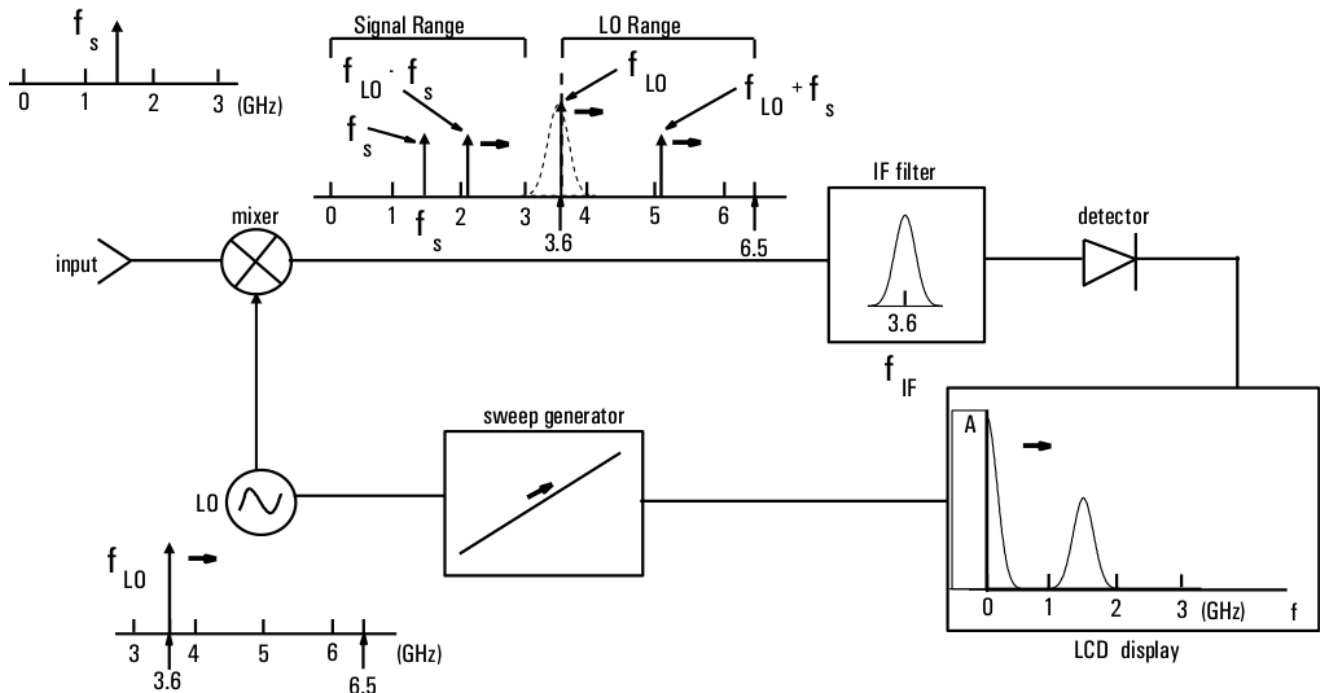
prática, apesar de parecer mais complexo. A frequência  $f_{IF}$  coincide com o menor valor de  $f_{LO}$ . Para  $f_{LO} = f_{IF} \Rightarrow 0\text{Hz (DC)}$ .

O sinal de saída é retificado e filtrado, sendo em seguida convertido para um valor digital (conversor A/D), processado e mostrado em um display. O conversor A/D utilizado nessa etapa pode ter uma frequência de amostragem muito inferior à frequência do sinal original de entrada (ou do oscilador local), pois como é usada a diferença de frequências, o sinal resultante possui frequência inferior às do sinal original.

Filtro de Vídeo : é um filtro passa-baixas de frequência de corte variável usado para minimizar o ruído do sinal visualizado no display. É colocado antes da conversão A/D.



Funcionamento do conjunto:





## Analizador de espectros por FFT

A transformada de Fourier (FT) é uma ferramenta matemática utilizada essencialmente para decompor ou separar uma função ou forma de onda em senóides de diferentes frequências cuja soma é o próprio sinal original. Matematicamente a FT de uma função  $f(x)$  pode ser escrita da seguinte forma :

$$F(s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(-j 2\pi s x) dx$$

Em engenharia a função  $f(x)$  é tipicamente uma função no domínio do tempo e  $F(s)$  é consequentemente uma função no domínio da frequência.

Para aplicações computacionais que trabalham apenas com variáveis discretas utiliza-se uma variante da FT denominada DFT (Discrete Fourier Transformer). Neste caso a variável de entrada é um conjunto de pontos (amplitude  $\times$  tempo), assim como a variável de saída (amplitude  $\times$  frequência).

A partir de um número  $N_0$  de amostras temporais de um sinal, a DFT pode ser calculada pela seguinte expressão :

$$F_r = \sum_{k=0}^{N_0-1} f_k \exp(-j r k \frac{2\pi}{N_0}) \quad \text{para } r = 0, 1, \dots, N_0-1$$

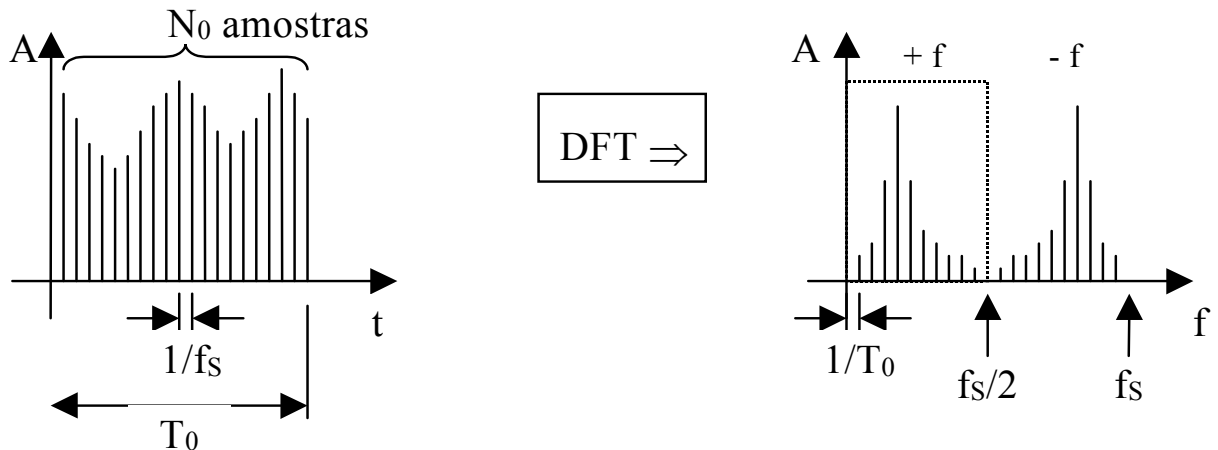
onde :

$N_0$  = número total de amostras temporais

$f_k$  = amplitude das amostras temporais

O resultado da operação de DFT num sinal em função do tempo é um conjunto de pontos correspondente ao seu espectro de frequências, limitado à metade da frequência de amostragem ( $f_s/2$ ) pelo teorema de Nyquist. O número de pontos  $r$  que compõem este espectro é igual ao

número de amostras temporais  $N_0$  utilizadas. No entanto apenas a metade destes pontos correspondentes ao espectro de frequências "positivas" é utilizado. Os pontos referentes às frequências "negativas" são desprezados, pois correspondem ao espelho das frequências "positivas".



Pela expressão da DFT pode-se concluir que número de operações computacionais a serem realizadas é proporcional à  $N_0^2$ , podendo representar um tempo de processamento considerável para altos valores de  $N_0$ .

A FFT (Fast Fourier Transformer) é uma variante da DFT (desenvolvida por [Tukey and Cooley](#) em 1965) que reduz o número de operações computacionais de  $N_0^2$  para  $N_0 \log_2 N_0$ . Os algoritmos computacionais utilizados são simplificados quando  $N_0$  é uma potência de 2. Diversos algoritmos de FFT foram desenvolvidos visando sempre uma redução do número de operações computacionais e consequentemente do tempo total de processamento.

Um analisador de espectros baseado na FFT consiste essencialmente num osciloscópio digital cujo processador matemático possui as rotinas de FFT. O sinal de entrada é amostrado e convertido em um valor numérico por um conversor A/D, sendo em seguida armazenado na memória. A FFT é realizada nos valores já armazenados na memória, não sendo portanto uma operação em tempo real.

O resultado é o espectro de frequências, que é mostrado na tela (apenas a parte positiva) de modo análogo ao de um analisador de espectros por varredura. O sinal de entrada deve ser corretamente filtrado (filtro passa-baixas) antes de ser amostrado, para evitar que componentes de frequência superior à  $f_s/2$  sejam analisadas, o que causaria o surgimento de raias adicionais no espectro final.

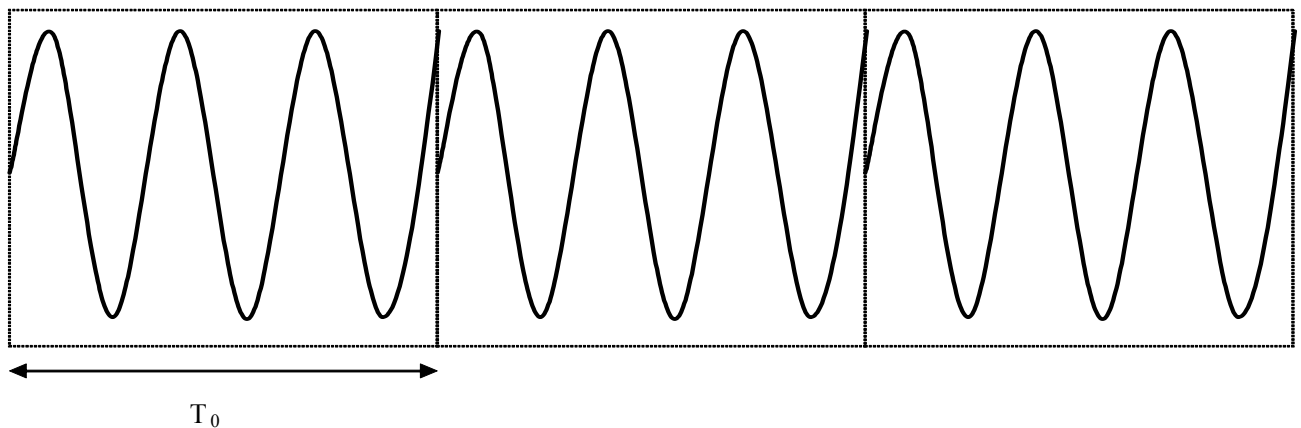
A resolução espectral (equivalente ao RBW no analisador por varredura) é igual à  $1/T_0$ . Dessa forma só podem ser analisados sinais com frequência superior à  $1/T_0 = f_s/N_0$ .

A faixa de frequências possível de ser analisada é :

$$\frac{f_s}{N_0} \leq f_i \leq \frac{f_s}{2}$$

### Janelamento do sinal :

A FT supõe que o sinal analisado é periódico e existe desde o tempo  $-\infty$  à  $+\infty$ . Os algoritmos de DFT (ou FFT) executam a operação em um número limitado de amostras temporais adquiridas durante um intervalo de tempo finito  $T_0$ , o que equivale à multiplicação do sinal analisado por uma janela temporal retangular. Para que haja coerência com a FT, o algoritmo de DFT supõe que o sinal adquirido durante o tempo  $T_0$  é periódico e se repete indefinidamente. Esse processo equivale à adicionar-se ao final da última amostra de cada ciclo  $T_0$  uma parcela idêntica às  $N_0$  amostras. Caso o intervalo  $T_0$  **não** contenha um número inteiro de ciclos, a junção dar-se-á de forma descontínua introduzindo distorções no sinal original.



Estas distorções se apresentam como um alargamento do espectro original (*spectral leakage*), devido ao alto conteúdo harmônico contido nas transições abruptas.

Para garantir que não hajam descontinuidades do sinal na junção, pode-se executar uma operação de "janelamento" que consiste na multiplicação do sinal original por uma função cujo valor é zero no início o no final da janela temporal. Dessa forma garante-se que os pontos de junção

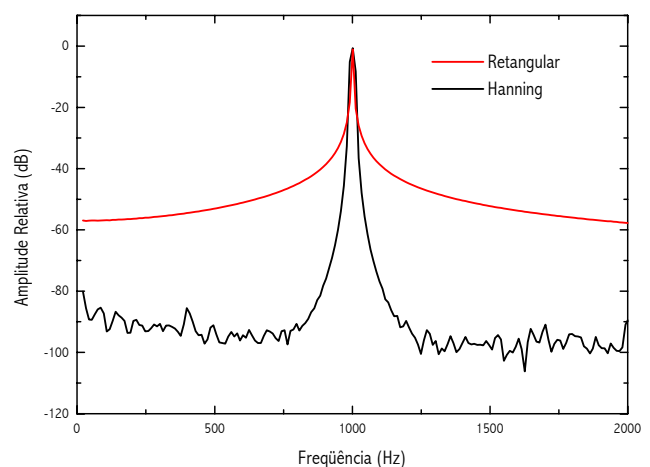


início-final terão sempre o mesmo valor zero. Além disso é importante que a derivada dessa função também possua valor zero nas suas extremidades.

De modo geral o janelamento melhora a qualidade do resultado da FFT pois na grande maioria dos casos práticos o intervalo de tempo  $T_0$  não contém um número inteiro de ciclos do sinal analisado. Várias funções de janelamento podem ser utilizadas dependendo do tipo de sinal, do número de pontos e da qualidade desejada. Uma das mais comuns é a janela de *Hanning* que consiste na função:

$$W_{\text{Hanning}} = 0,5 - 0,5\cos(2\pi t/T_0)$$

A figura ao lado mostra a redução da largura espectral obtida com o janelamento *Hanning* em relação à janela retangular (sem janelamento)



**Analizador de Espectros por FFT**

Exercício 2.7:

Seja um analisador de espectros por FFT baseado em um conversor A/D de 10 bits com faixa dinâmica de 2 V.

a) Determine o número total de pontos e a taxa de amostragem necessárias para se analisar um sinal de áudio (20 Hz a 20 kHz) com resolução em frequência de 2 Hz.

b) Determine a menor amplitude RMS que pode ser analisada, considerando que este limite é igual ao erro de quantização RMS do A/D.

c) Considerando-se uma taxa de amostragem de 2 MS/s, determine a máxima componente harmônica que pode ser analisada em um sinal quadrado com frequência 1 kHz e amplitude  $V_{pp}=1$  V (analise as limitações pelo aspecto da frequência de amostragem e da menor amplitude RMS).

Séries de Fourier de um sinal quadrado: 
$$v(t) = \frac{4V_p}{\pi} \left( \text{sen}(2\pi f t) + \frac{1}{3} \text{sen}(6\pi f t) + \frac{1}{5} \text{sen}(10\pi f t) + \dots \right)$$