

Identificação de Sistemas

- Possibilita a construção de modelos matemáticos da dinâmica de um sistema a partir de dados obtidos experimentalmente
- Os modelos matemáticos obtidos são fundamentais para o projeto de um controlador
- Os modelos matemáticos podem ser do tipo:
 - Caixa branca: modelagem que considera apenas as variáveis de entrada e a física do sistema
 - **Caixa preta**: modelagem que considera apenas as variáveis de entrada e a saída do sistema (mais utilizada)
 - Caixa cinza: modelagem que considera tanto as variáveis de entrada e a saída do sistema, como a física do sistema
- Abordagens utilizadas:
 - Domínio do tempo
 - Domínio da frequência

Identificação de Sistemas

- Principais etapas da identificação de um sistema:
 - Testes dinâmicos e coleta de dados
 - Escolha da representação matemática a ser utilizada
 - Determinação da estrutura do modelo
 - Estimação de parâmetros
 - Validação do modelo
- Principais limitações da identificação
 - Modelos são sempre aproximações dos fenômenos reais
 - Quanto mais simples o modelo, mais fácil de ser implementado porém possui maiores erros
 - Não-linearidades exigem modelos complexos

Identificação de Sistemas

- Abordagem no domínio do tempo:
 - Aplicação de um degrau de entrada (PWM)
 - Aquisição dos dados da saída (medida do sensor)
 - Utilização de modelos exponenciais
 - Estimação de parâmetros
 - Validação do modelo
- Simplificações adotadas:
 - Modelos lineares de 1ª ou 2ª ordem
 - Apenas uma variável de entrada e uma de saída
 - Estimação dos ganhos e das constantes de tempo através da resposta ao degrau

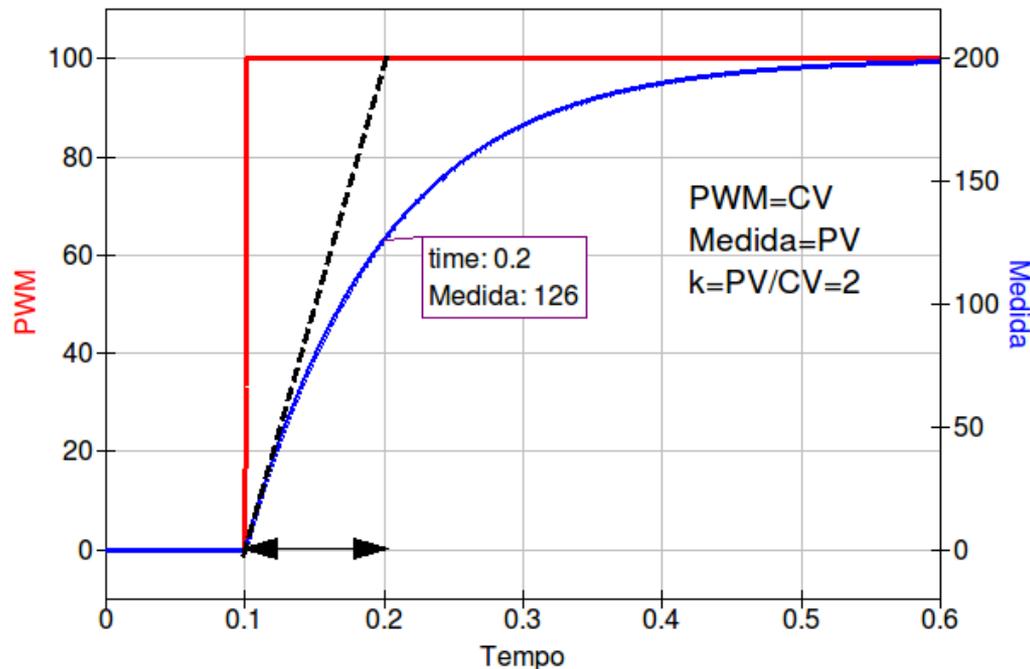
Identificação de Sistemas

- Principais variáveis utilizadas na modelagem
 - CV: variável de entrada ou controle (PWM)
 - CV_0 : valor inicial da variável de processo (PWM inicial)
 - PV: variável de saída ou processo (medida)
 - PV_0 : valor inicial da variável de processo (medida inicial)
 - k: ganho do processo
 - τ : constante(s) de tempo do sistema

Modelos de 1ª ordem

- A resposta temporal é representada por um decaimento exponencial simples:

$$PV(t) = k(CV - CV_0)(1 - e^{\frac{-t}{\tau}}) + PV_0$$



$$k = \frac{(PV - PV_0)}{(CV - CV_0)} \quad t \gg \tau$$

- Resposta em frequência (s):

$$PV(s) = \frac{k}{(\tau s + 1)}$$

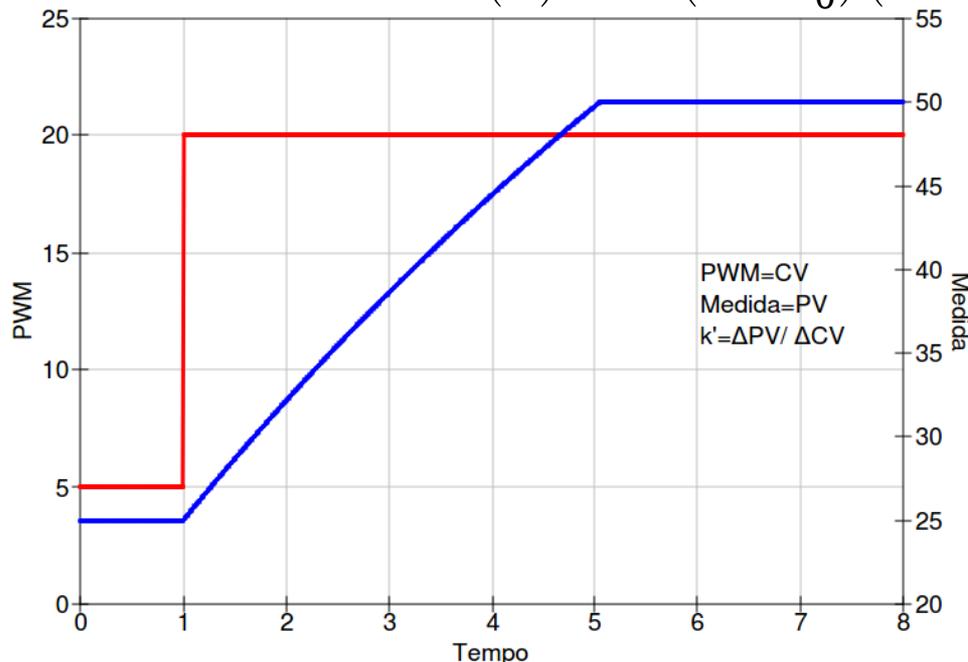
Modelos de 1ª ordem

- Procedimento:
 - Encontrar o valor de τ
 - Encontrar o valor do k para $t \gg \tau$
 - Testar a resposta do modelo encontrado e comparar com os dados experimentais

Modelos de 1ª ordem - Integrativo

- Quando a constante de tempo é muito superior ao tempo analisado, ou o sistema possui região de saturação que impossibilita a obtenção da constante de tempo, o sistema é dito integrativo e a resposta temporal pode ser aproximada por uma função linear (reta):

$$PV(t) \approx k'(t - t_0)(CV - CV_0) + PV_0$$



$$k' = \frac{(PV - PV_0)}{(CV - CV_0)(t - t_0)}$$

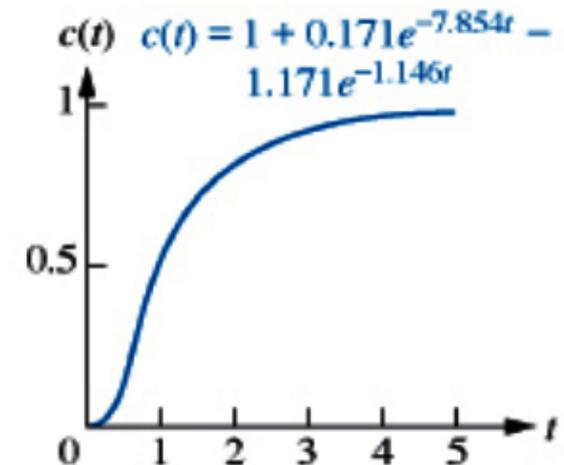
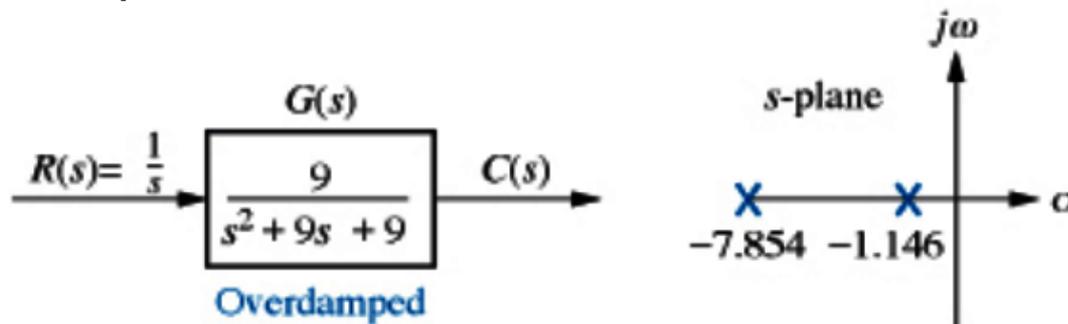
obtidos na região linear

- Resposta em frequência (s):

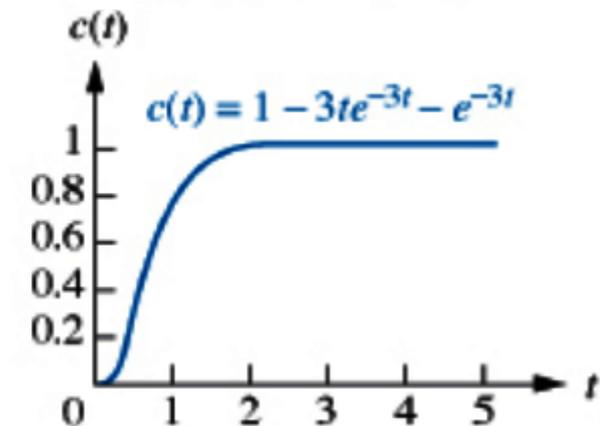
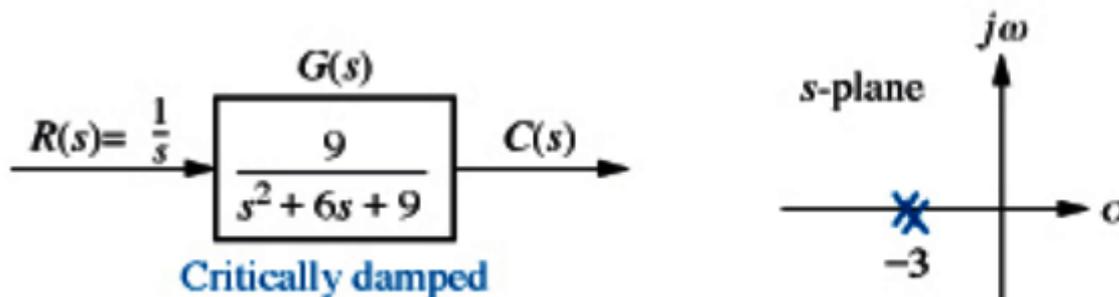
$$PV(s) = \frac{k'}{(s)}$$

Modelos de 2ª ordem

- Superamortecido:

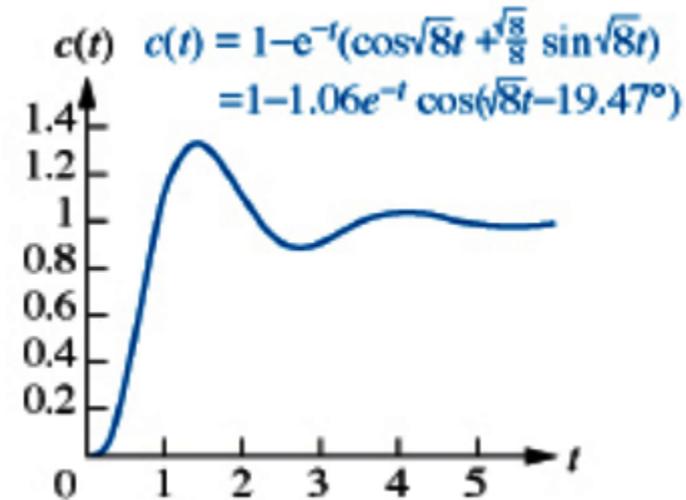
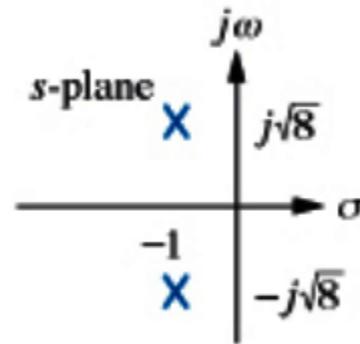
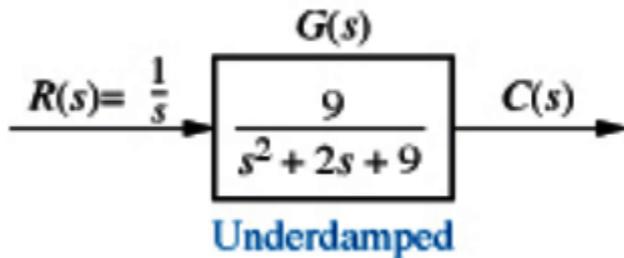


- Criticamente amortecido:

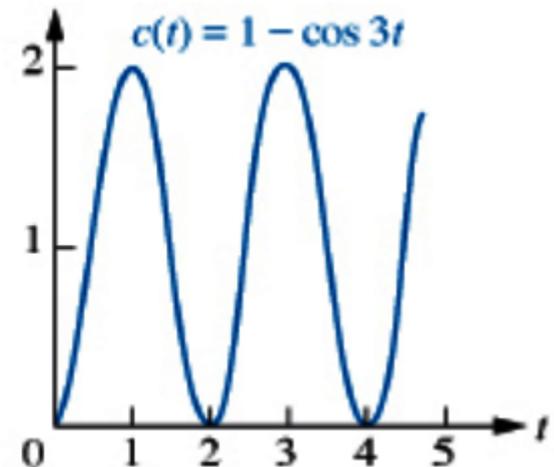
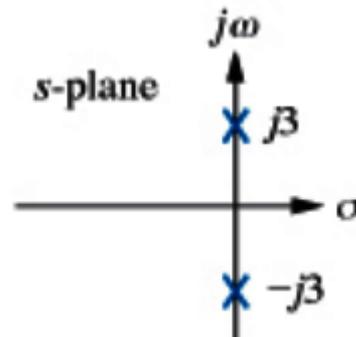
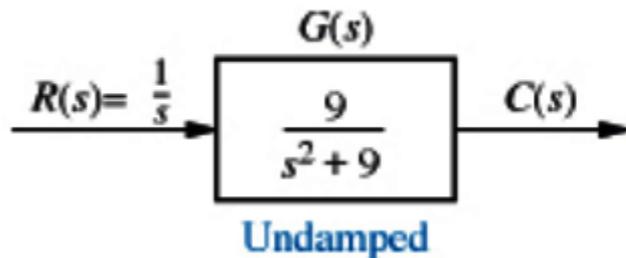


Modelos de 2ª ordem

- Sub-amortecido:



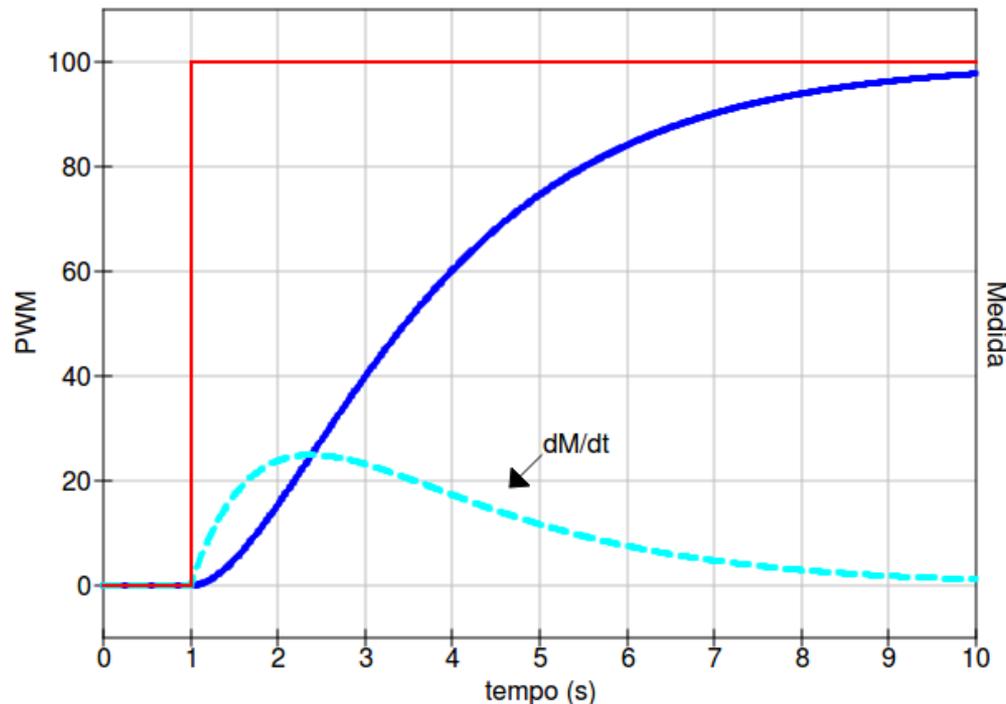
- Não amortecido:



Modelos de 2ª ordem

- A resposta temporal é representada por um decaimento exponencial duplo:

$$PV(t) = (CV - CV_0) \left[k_1 \left(1 - e^{\left(\frac{-t}{\tau_1} \right)} \right) + k_2 \left(1 - e^{\left(\frac{-t}{\tau_2} \right)} \right) \right] + PV_0$$



$$k_1 + k_2 = \frac{(PV - PV_0)}{(CV - CV_0)} \quad t \gg \tau$$

- Resposta em frequência (s):

$$PV(s) = CV \left[\frac{k_1}{(\tau_1 s + 1)} + \frac{k_2}{(\tau_2 s + 1)} \right]$$

Modelos de 2ª ordem

- Procedimento: decomposição em duas exponenciais simples

- Calcular a derivada de $PV(t)$

- Encontrar o valor do k_1+k_2 para $t \gg \tau$

- 1ª exponencial:

$$PV_1(t) = \frac{PV(t) + \frac{dPV(t)}{dt}}{k_2}$$

- 2ª exponencial:

$$PV_2(t) = \frac{PV_1(t) + \frac{dPV(t)}{dt}}{k_1}$$

- Testar a resposta do modelo encontrado e comparar com os dados experimentais

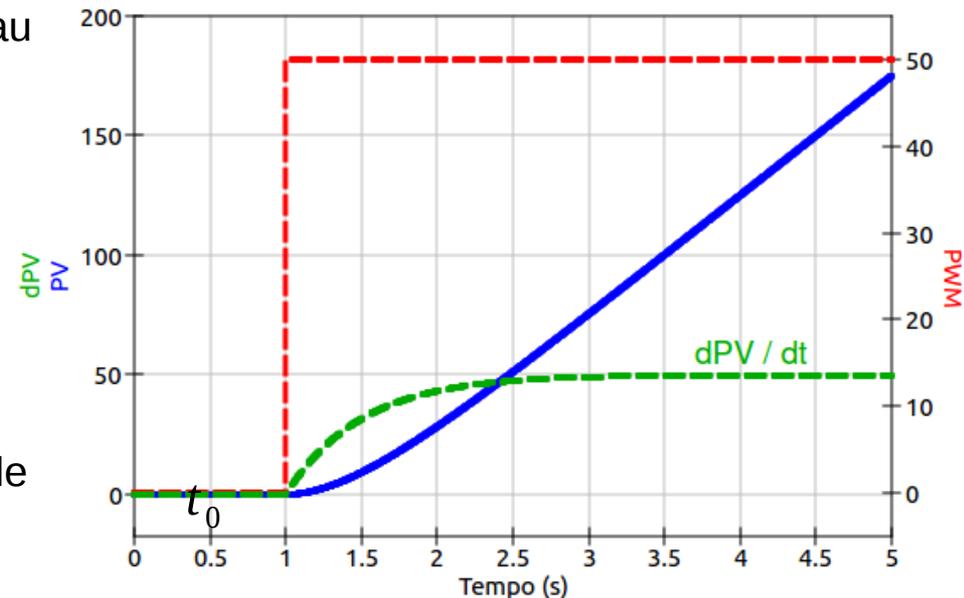
Modelos de 2ª ordem - Integrativo

A resposta temporal ao degrau é do tipo exponencial crescente, dada pela seguinte equação:

$$PV(t) = k'' (CV - CV_0) \left((t - t_0) - \tau \left(1 - e^{-\frac{t_0 - t}{\tau}} \right) \right) + PV_0$$

Onde:

- | t: tempo a partir da aplicação do degrau
- | t_0 : tempo de aplicação do degrau
- | τ : constante de tempo do sistema
- | PV_0 : valor inicial da variável de processo
- | k'' : ganho do processo
- | CV: variável de controle
- | CV_0 : valor inicial da variável de controle



Modelos de 2ª ordem - Integrativo

Resposta em frequência (s): $PV(s) = CV \left[\frac{k''}{s(\tau s + 1)} \right]$

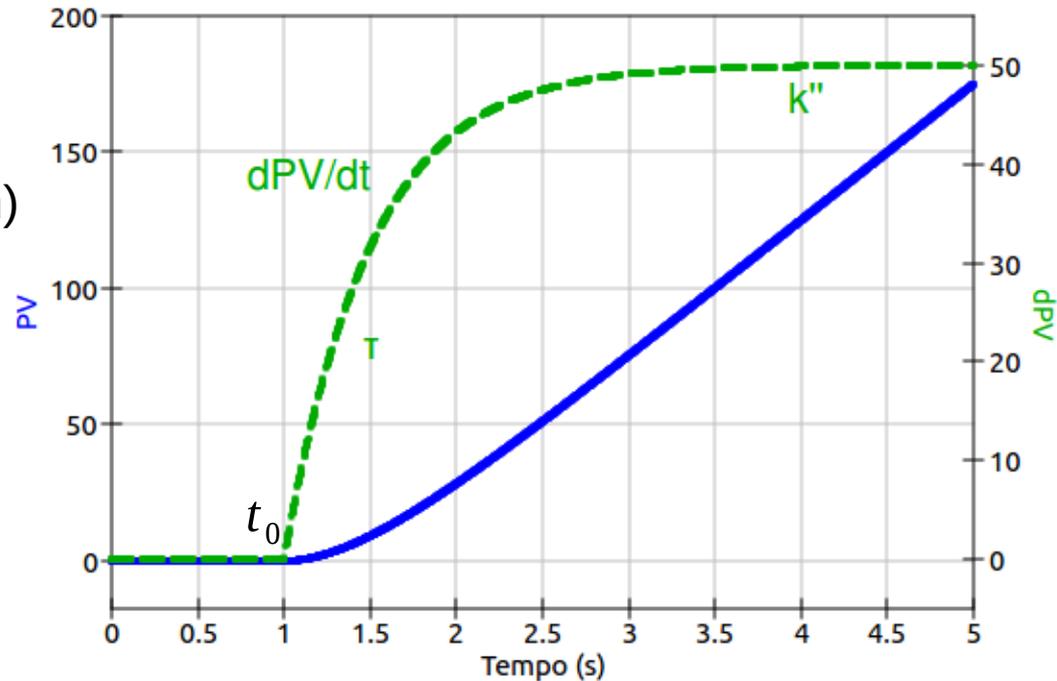
Identificação do sistema:

Calcular a derivada temporal de PV, que resulta numa exponencial simples (1ª ordem)

Encontrar a constante de tempo τ da exponencial obtida pela derivada de PV

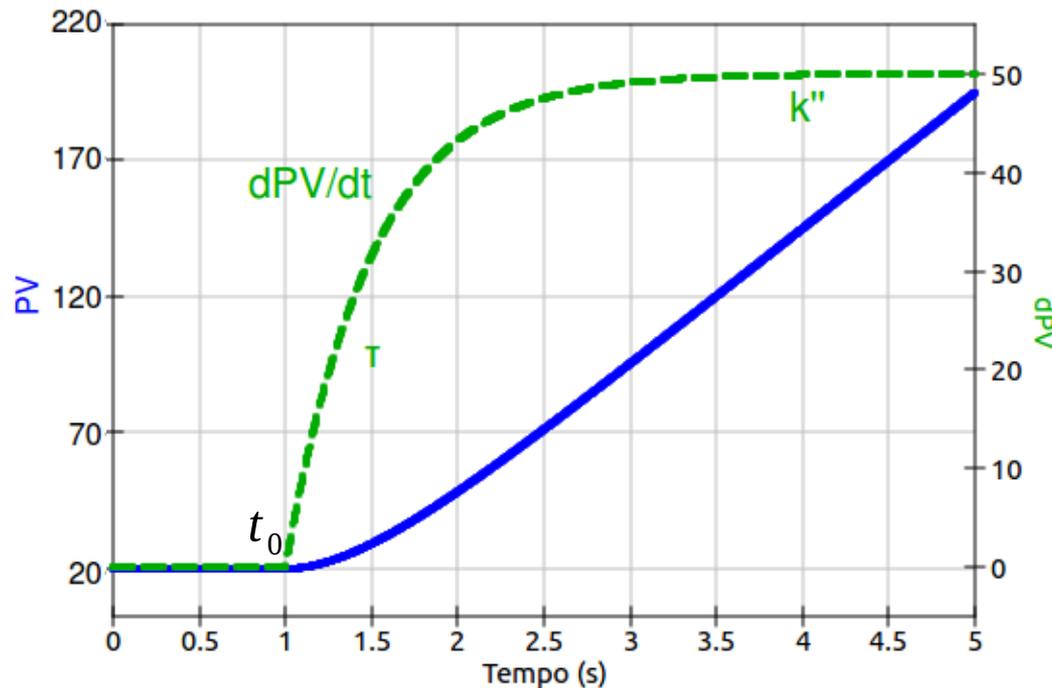
Encontrar o valor de k'' para $t \gg \tau$:

$$k'' = \frac{dPV/dt}{\Delta CV}$$



Exercício – Identificação de sistemas

- Dado uma resposta ao degrau obtida de um sistema de 2ª ordem integrativo, encontrar o seu modelo no domínio do tempo e da frequência.
- Verifique a validade do modelo para os tempos 2,5 e 4,5 s.



Dados:

$$CV_0 = 20$$

$$CV = 60$$