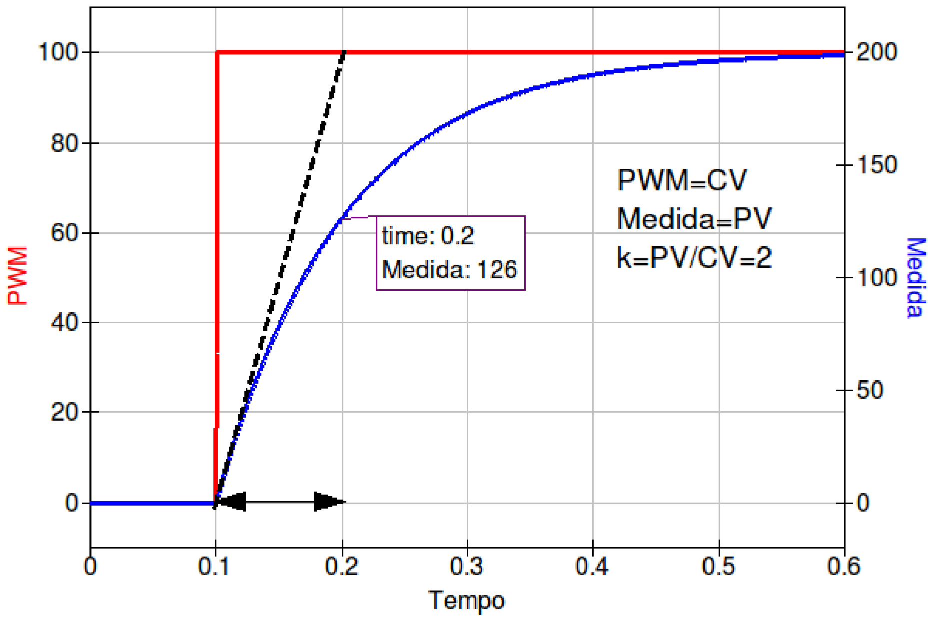
Controlador digital para sistemas de 1ª ordem

Um sistema de 1ª ordem, possui uma resposta temporal ao degrau do tipo exponencial decrescente, dada pela seguinte equação:

$$PV(t) = k(CV - CV_0)\left(1 - e^{\left(\frac{-t}{\tau}\right)}\right) + PV_0$$

Onde:

- t: tempo a partir da aplicação do degrau
- τ: constante de tempo do sistema
- PV_0: valor inicial da variável de processo
- k: ganho do processo
- CV: variável de controle
- CV_0: valor inicial da variável de controle



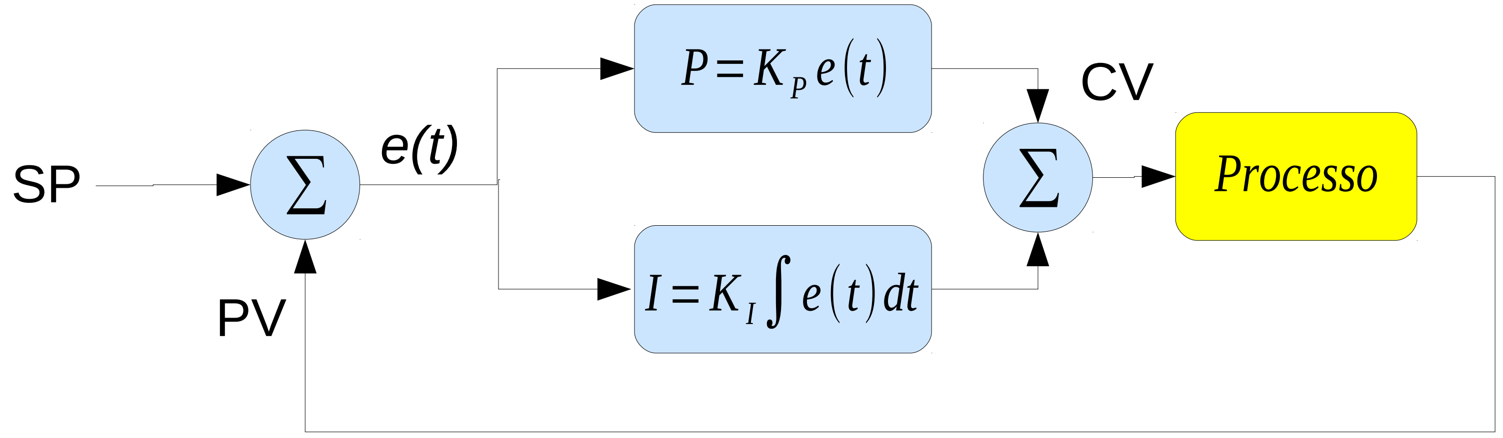
Controlador digital para sistemas de 1ª ordem

- Ajuste simplificado para controle digital de 1ª ordem:
  - Operar o controle em malha aberta e medir a resposta temporal do sistema ao degrau
  - τ é a constante de tempo da resposta do sistema
  - T_S é o período de amostragem utilizado na aquisição do PV e deve respeitar a condição $T_S < \tau/10$
  - A função de transferência do sistema no domínio *s* é do tipo:
  - $$P(s) = \frac{k}{(\tau s + 1)}$$
  - Onde:
  - k: ganho do sistema, que é medido como sendo: $$k = \frac{\Delta PV}{\Delta CV} \qquad t \gg \tau$$
  - PV: variável do processo em regime permanente
  - CV: Variável de controle

Controlador digital para sistemas de 1ª ordem

Sendo o sistema de 1ª ordem, um controlador do tipo PI é normalmente utilizado, não sendo necessário o uso de um PID.

- Diagrama em blocos do controlador PI:



$$CV = K_P e(t) + K_I \int e(t)\,dt + CV_0$$

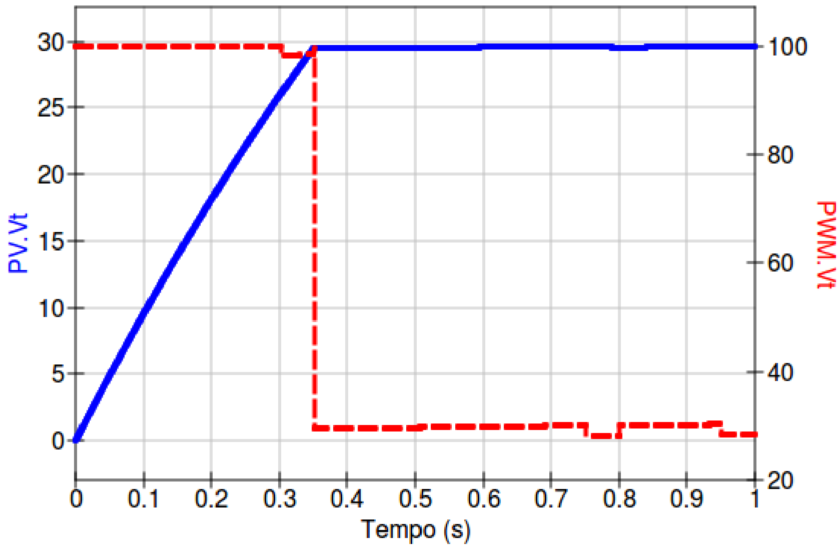
Obs: CV_0 é normalmente zero.

Controlador digital para sistemas de 1ª ordem

- Ajuste simplificado para controlador PI:
- Critérios de sintonia:
  - resposta rápida e estável
  - Erro permanente = 0
  - mínimo *overshoot*

$$K_P = \frac{20}{k}$$

$$K_I = 2\frac{K_p T_S}{\tau}$$



  - Um ajuste fino nas constantes pode ser feito empiricamente a partir da análise da resposta ao degrau aplicada ao SP (set-point)

Controlador digital para sistemas de 1ª ordem

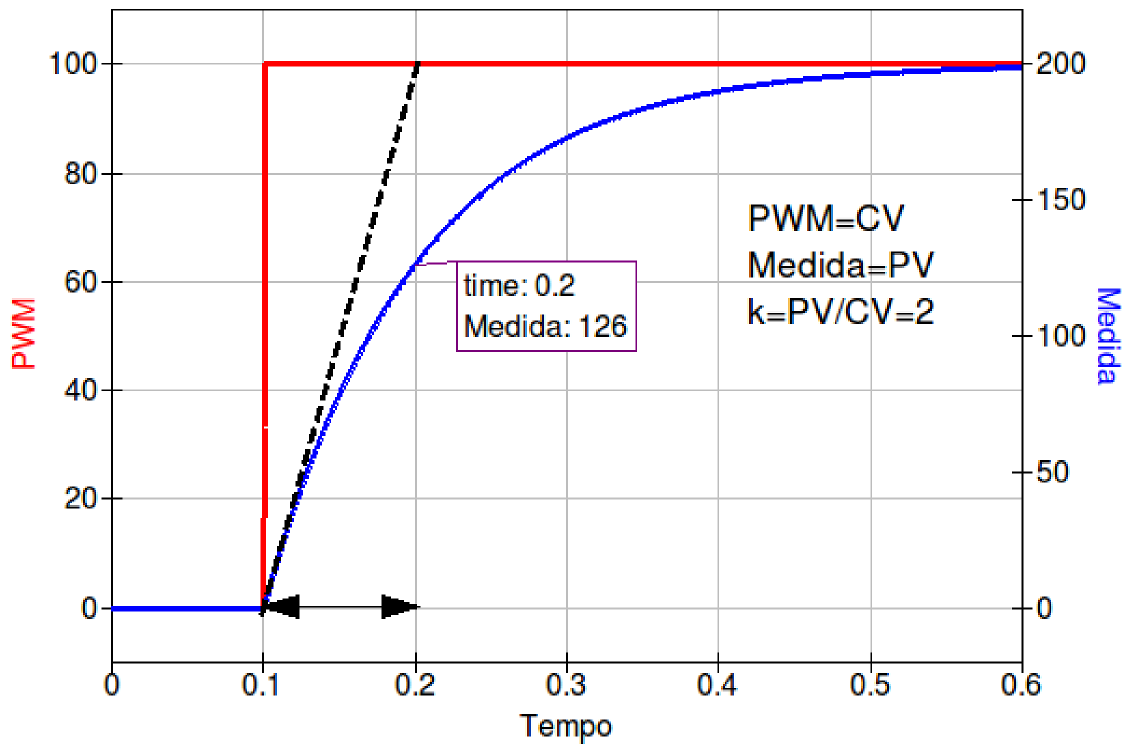
- Implementação de código de controlador PI em “C”:

```
erro = SP - PV;
int_erro += erro;
PWM = erro * Kp + int_erro * Ki;
if (PWM > 255) PWM = 255; //limitação superior do PWM
if (PWM < 0) PWM= 0; //limitação inferior do PWM
```

Obs: SP é o valor desejado (*set-point*) para a variável de processo

Controlador digital para sistemas de 1ª ordem

- Exercício: Projete um controlador PI digital para um sistema com resposta ao degrau como mostrado na figura, sabendo-se que possui taxa de amostragem de f_S=200 Hz.



Controlador digital para sistemas de 1ª ordem

- Exercício: Projete um controlador PI digital para um sistema com resposta ao degrau como mostrado na figura, sabendo-se que possui taxa de amostragem de f_S=200 Hz.
- Respostas:

$$k=\frac{\Delta PV}{\Delta CV}=\frac{(200-0)}{(100-0)}=2 \qquad \tau=(0{,}2-0{,}1)=0{,}1\,s \qquad T_S=\frac{1}{f_S}=\frac{1}{200}=0{,}005\,s$$

$$K_P=\frac{20}{k}=\frac{20}{2}=10 \qquad K_I=2\frac{K_p T_S}{\tau}=2.10.\frac{0{,}005}{0{,}1}=1$$

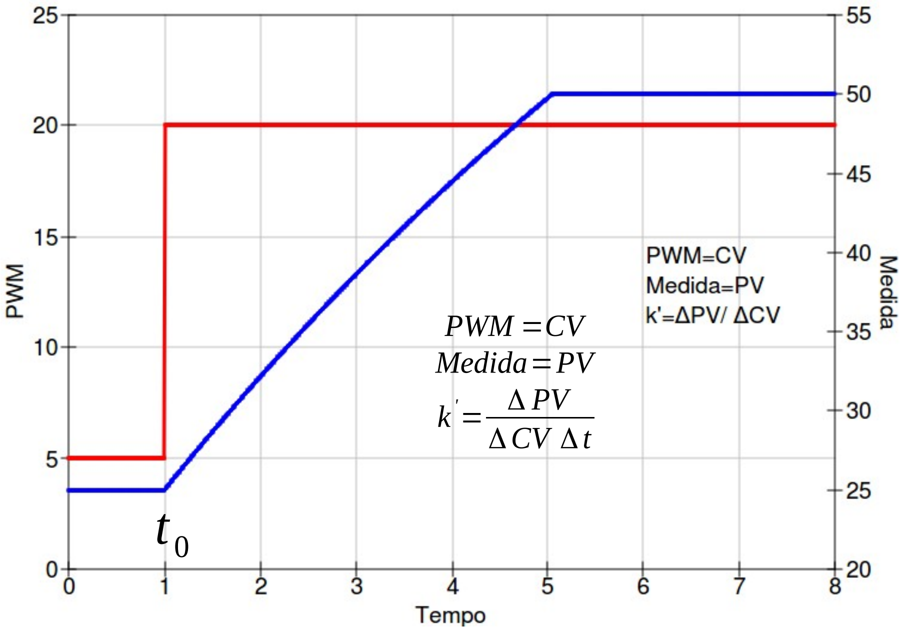
Controlador digital para sistemas de 1ª ordem integrativo

Um sistema de 1ª ordem integrativo, possui uma resposta temporal ao degrau do tipo linear (reta), dada pela seguinte equação:

$$PV(t) = k'(t - t_0)(CV - CV_0) + PV_0$$

Onde:

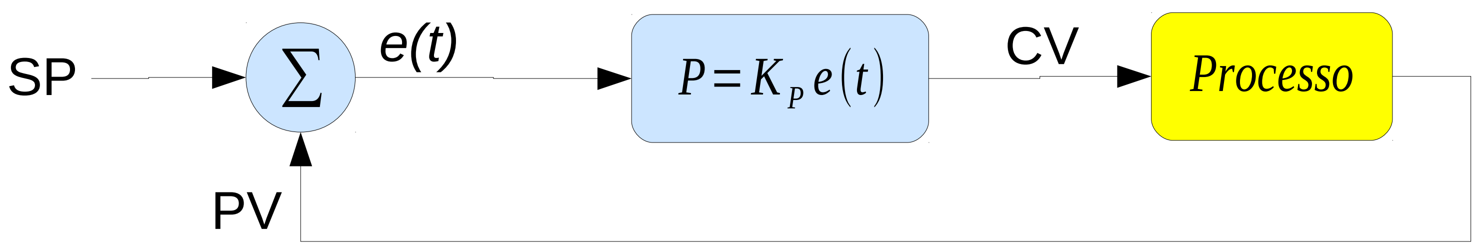
- t: tempo a partir da aplicação do degrau
- τ: constante de tempo do sistema
- PV_0: valor inicial da variável de processo
- k': ganho do processo
- CV: variável de controle
- CV_0: valor inicial da variável de controle



Controlador digital para sistemas de 1ª ordem integrativo

Sendo o sistema de 1ª ordem integrativo, um controlador do tipo P é suficiente, pois a característica integrativa do sistema já é suficiente para zerar o erro de regime permanente.

- Diagrama em blocos do controlador P:



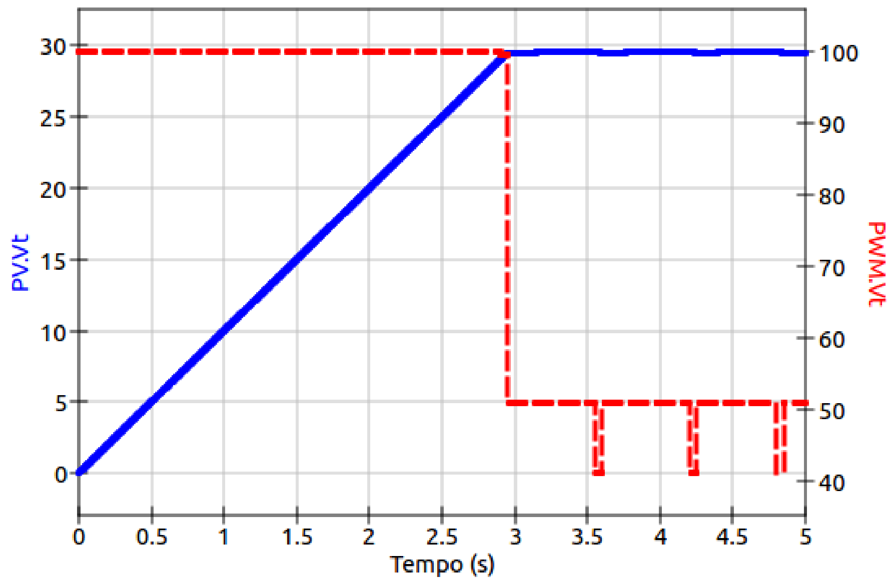
$$CV = K_P e(t) + CV_0$$

Obs: CV_0 é ajustado para minimizar o erro de regime permanente.

Controlador digital para sistemas de 1ª ordem integrativo

- Ajuste simplificado para controlador P:
- Critérios de sintonia:
  - resposta rápida e estável
  - Erro permanente = 0
  - mínimo *overshoot*

$$K_P = \frac{20}{k'}$$



- Um ajuste fino na constante pode ser feito empiricamente a partir da análise da resposta ao degrau aplicada ao SP (set-point)

Controlador digital para sistemas de 1ª ordem integrativo

- Implementação de código de controlador Proporcional em “C”:

```
erro = SP - PV;
PWM = erro * Kp + CV0;
if (PWM > 255) PWM = 255; //limitação superior do PWM
if (PWM < 0) PWM= 0; //limitação inferior do PWM
```

Obs: SP é o valor desejado (*set-point*) para a variável de processo.

CV0 é ajustado para minimizar o erro de regime permanente.

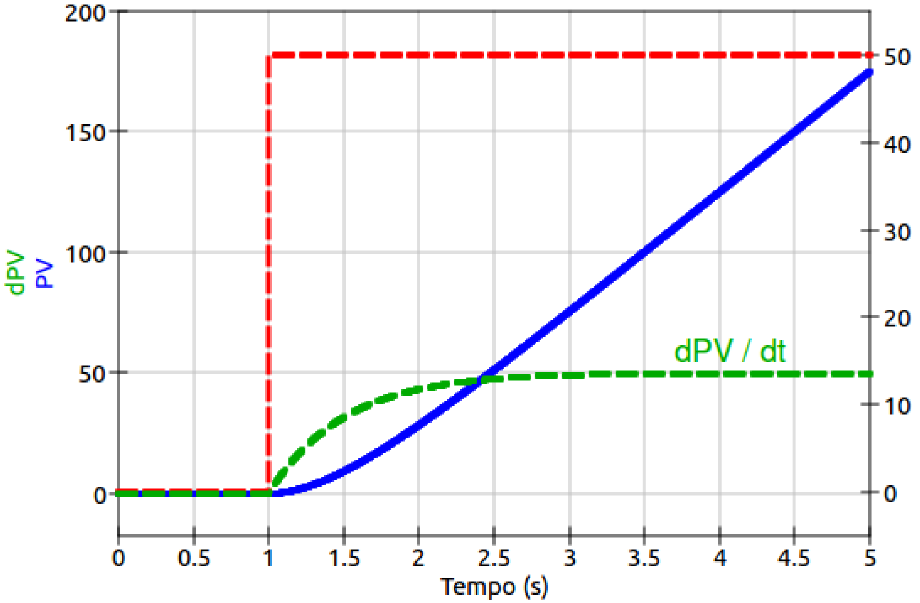
Controlador digital para sistemas de 2ª ordem integrativo

Um sistema de 2ª ordem integrativo, possui uma resposta temporal ao degrau do tipo exponencial crescente, dada pela seguinte equação:

$$PV(t)=k''(CV-CV_0)\left((t-t_0)-\tau\left(1-e^{\frac{t_0-t}{\tau}}\right)\right)+PV_0$$

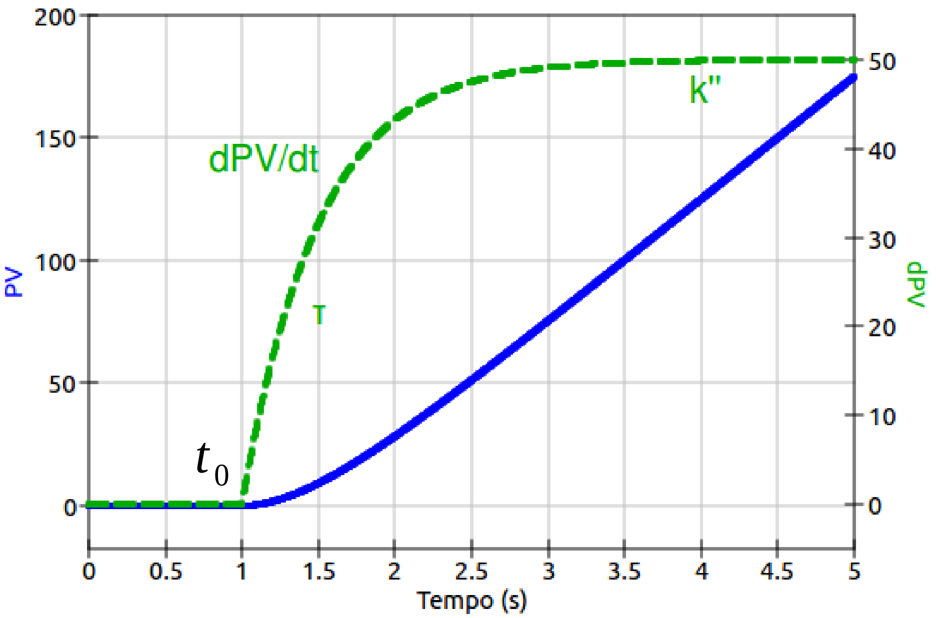
Onde:

- t: tempo a partir da aplicação do degrau
- t_0: tempo de aplicação do degrau
- τ: constante de tempo do sistema
- PV_0: valor inicial da variável de processo
- k'': ganho do processo
- CV: variável de controle
- CV_0: valor inicial da variável de control



Controlador digital para sistemas de 2ª ordem integrativo

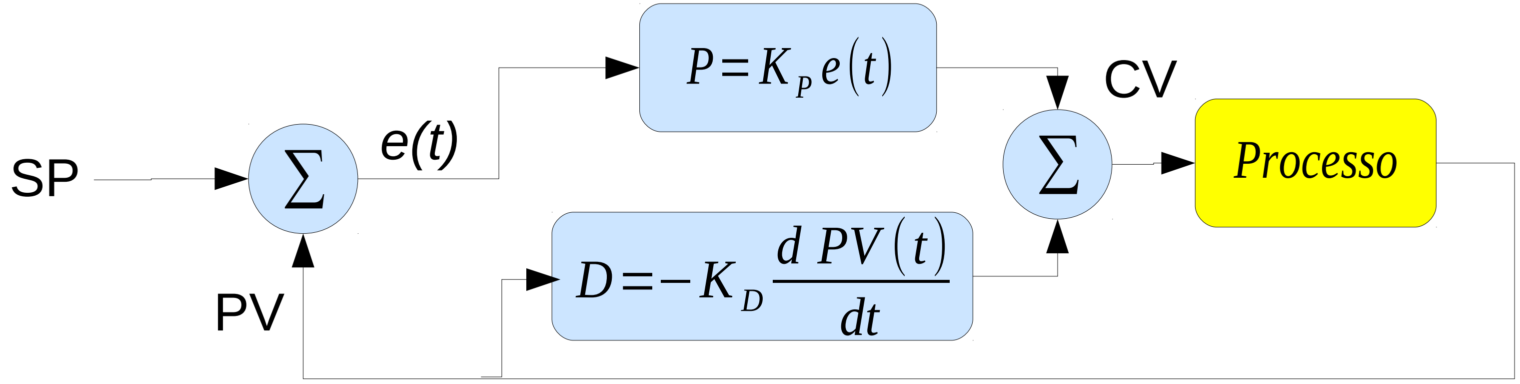
- Identificação do sistema:
  - Calcular a derivada temporal de PV
  - Encontrar a constante de tempo τ a partir da exponencial obtida na derivada de PV
  - Encontrar o valor de k'' para t>>τ:
  - $$k'' = \frac{dPV/dt}{\Delta CV}$$



Controlador digital para sistemas de 2ª ordem integrativo

Sendo o sistema de 2ª ordem integrativo, um controlador do tipo PD é utilizado. A derivada é tomada diretamente do PV e não do erro, para evitar que uma variação do SP gere um erro.

- Diagrama em blocos do controlador PD:



$$P = K_P e(t)$$

$$D = -K_D \frac{d\,PV(t)}{dt}$$

$$CV = K_P e(t) - K_D \frac{d\,PV(t)}{dt} + CV_0$$

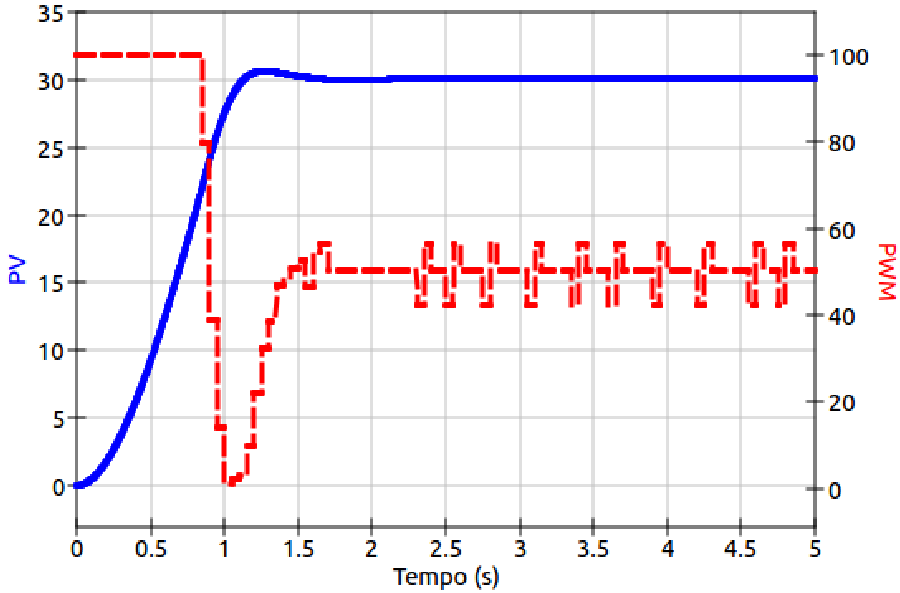
Obs: CV_0 é ajustado para minimizar o erro de regime permanente.

Controlador digital para sistemas de 2ª ordem integrativo

- Ajuste simplificado para controlador PD:
- Critérios de sintonia:
  - resposta rápida e estável
  - Erro permanente = 0
  - mínimo *overshoot*

$$K_P = \frac{20}{k''}$$

$$K_D = \frac{2\pi\tau}{k'' T_S}$$



- Um ajuste fino na constante pode ser feito empiricamente a partir da análise da resposta ao degrau aplicada ao SP (set-point)

Controlador digital para sistemas de 2ª ordem integrativo

- Implementação de código de controlador PD em "C":

```
erro = SP – PV;
dif_PV = PV - PV_ant ; //calcula a derivada do PV
 PWM = erro * Kp -  dif_PV * Kd + CV0;
 PV_ant = PV;        //armazena em PV_ant o valor atual de PV
 if (PWM > 255) PWM = 255; //limitação superior do PWM
if (PWM < 0) PWM= 0; //limitação inferior do PWM
```

Obs: SP é o valor desejado (*set-point*) para a variável de processo.
CV0 é ajustado para minimizar o erro de regime permanente.

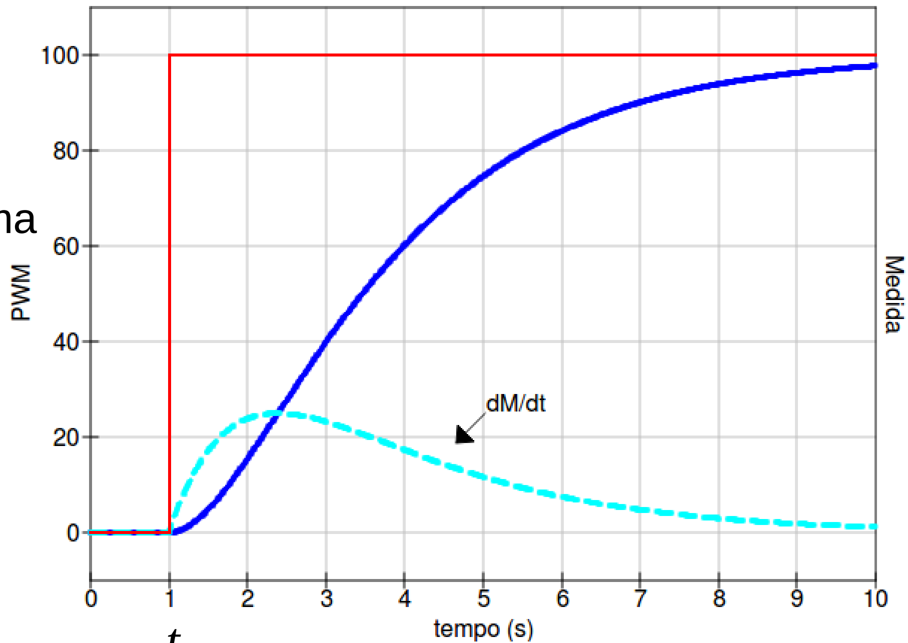
Controlador digital para sistemas de 2ª ordem

Um sistema de 2ª ordem, possui uma resposta temporal ao degrau do tipo exponencial decrescente, dada pela seguinte equação:

- $$PV(t) = (CV - CV_0)\left[k_1\left(1 - e^{\left(\frac{-t}{\tau_1}\right)}\right) + k_2\left(1 - e^{\left(\frac{-t}{\tau_2}\right)}\right)\right] + PV_0$$

Onde:

- t: tempo a partir da aplicação do degrau
- τ_1 e τ_2: constante de tempo do sistema
- PV_0: valor inicial da variável de processo
- K_1 e k_2: ganhos do processo
- CV: variável de controle
- CV_0: valor inicial da variável de controle

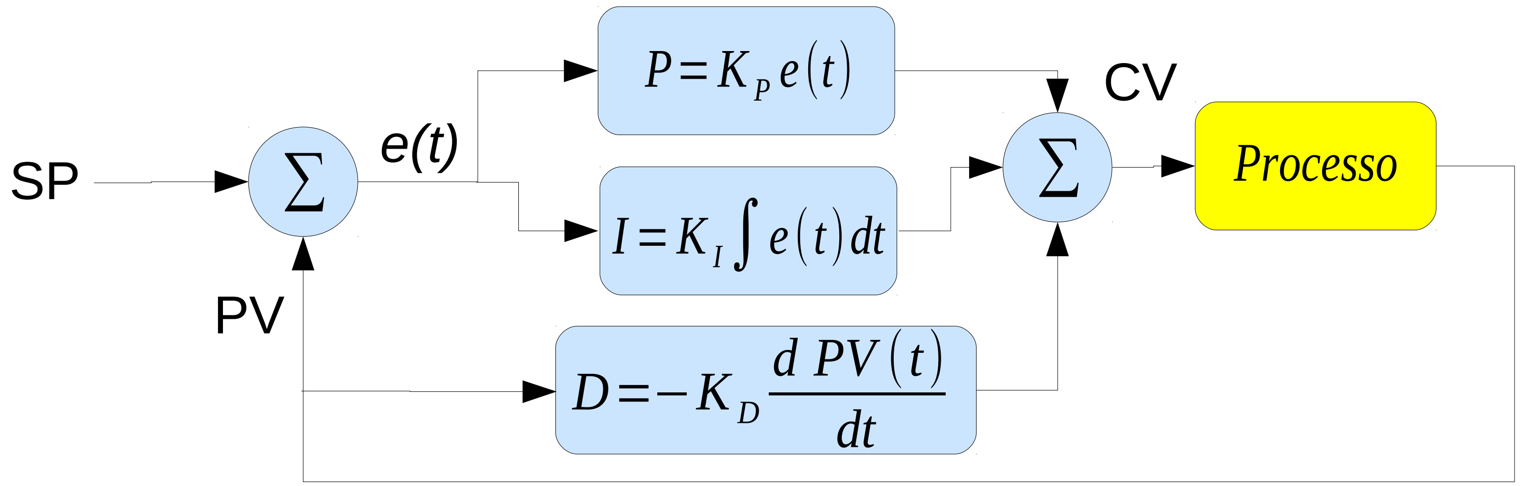


t_0

Controlador digital para sistemas de 2ª ordem integrativo

Sendo o sistema de 2ª ordem, um controlador do tipo PID é utilizado. A derivada é tomada diretamente do PV e não do erro, para evitar que uma variação do SP gere um erro.

- Diagrama em blocos do controlador PID:



$$CV = K_P e(t) + K_I \int e(t)\,dt - K_D \frac{d\,PV(t)}{dt} + CV_0$$

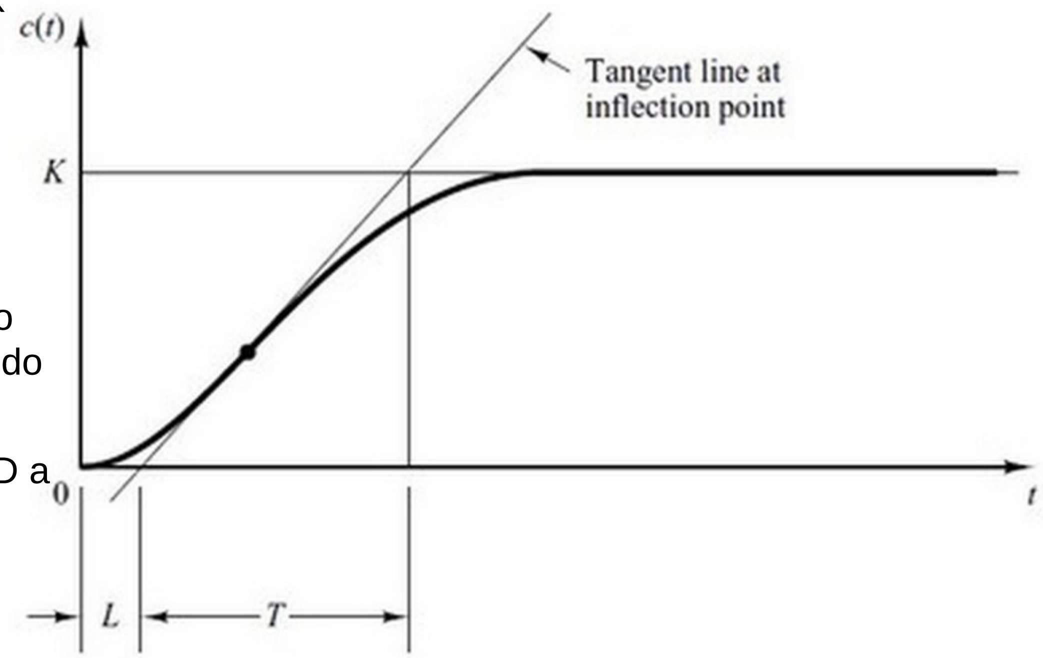
Obs: CV_0 é normalmente zero.

Controlador digital para sistemas de 2ª ordem

- Método de sintonia de “Ziegler-Nickols” em malha aberta
  - Determinar o ganho global do processo k

$$k = \frac{\Delta PV}{\Delta CV} \qquad t \gg \tau$$

  - Achar o ponto de inflexão da curva
  - Passar uma reta tangente a este ponto
  - Determinar os valores de L e T a partir do cruzamento da reta tangente com o eixo do tempo e a reta de PV máximo
  - Calcular os valores das constante P, I e D a partir das equações:



$$K_P = \frac{1{,}2}{k}\frac{T}{L}$$

$$K_I = \frac{0{,}6}{k}\frac{T \, . \, T_S}{L^2} = K_P \frac{T_S}{2L}$$

$$K_D = \frac{1{,}2}{k}\frac{T}{T_S} = K_P \frac{L}{T_S}$$

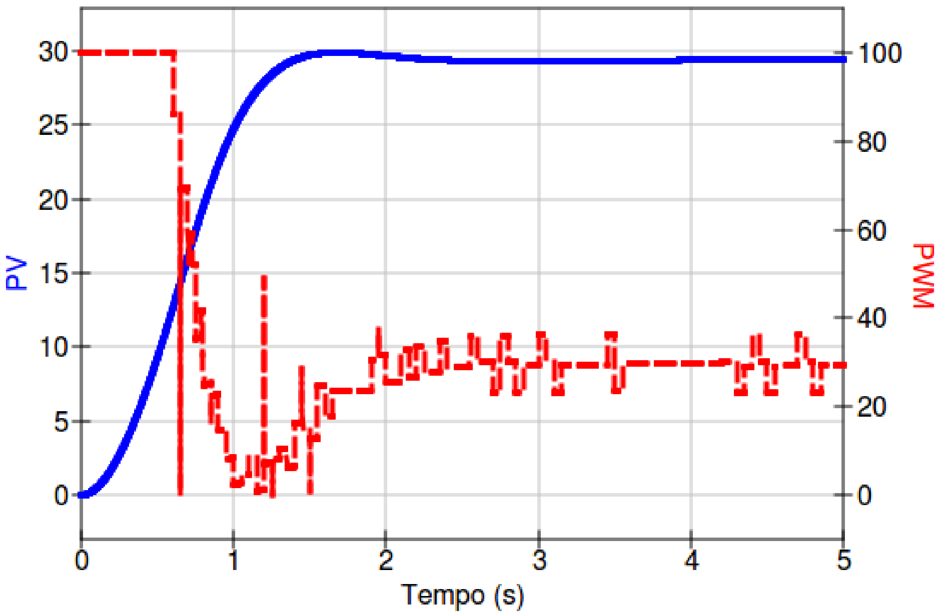
Controlador digital para sistemas de 2ª ordem integrativo

- Ajuste simplificado para controlador PID:
- Critérios de sintonia:
  - resposta rápida e estável
  - Erro permanente = 0
  - mínimo *overshoot*

$$K_P = \frac{1{,}2}{k}\frac{T}{L}$$

$$K_I = K_P \frac{T_S}{2L}$$

$$K_D = K_P \frac{L}{T_S}$$



  - Um ajuste fino na constante pode ser feito empiricamente a partir da análise da resposta ao degrau aplicada ao SP (set-point)

Controlador digital para sistemas de 2ª ordem integrativo

- Implementação de código de controlador PID em “C”:

```
erro = SP – PV;
int_erro += erro; //calcula a integral do erro
dif_PV = PV - PV_ant ; //calcula a derivada do PV
 PWM = erro * Kp +int_erro *Ki -  dif_PV * Kd;
 PV_ant = PV;        //armazena em PV_ant o valor atual de PV
 if (PWM > 255) PWM = 255; //limitação superior do PWM
if (PWM < 0) PWM= 0; //limitação inferior do PWM
```

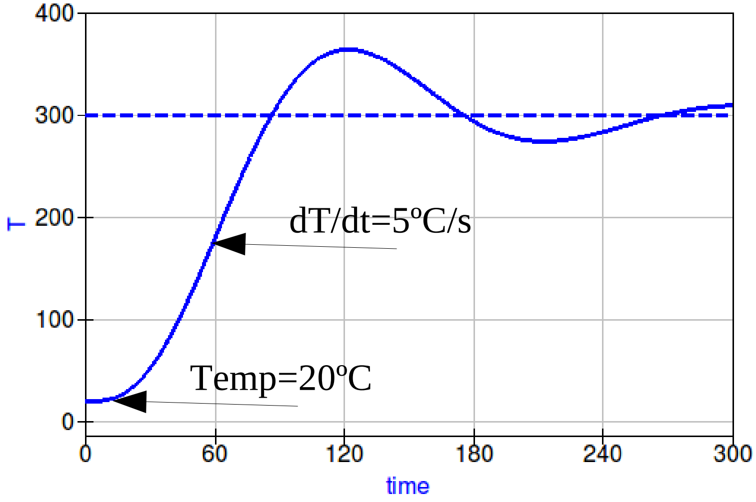
Obs: SP é o valor desejado (*set-point*) para a variável de processo

Controle PID

Exercício: Uma estufa possui uma resposta temporal para uma entrada do tipo função degrau do PWM de 0 a 100% dada pelo gráfico abaixo (operando em malha aberta). A partir da análise desta resposta, determine os coeficientes (Kp, Ki e Kd) de um controlador PID, usando os métodos propostos por Ziegler Nichols.

Obs: Considere o degrau aplicado no tempo t=0 e o tempo de amostragem T_S=2 s.

No ponto de inflexão Temp=180 °C, t=60 s.



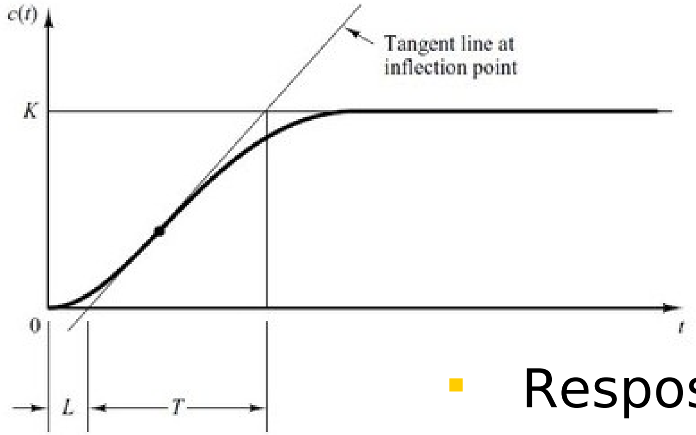
$$K_P = \frac{1{,}2}{k}\frac{T}{L}$$

$$K_I = K_P \frac{T_S}{2L}$$

$$K_D = K_P \frac{L}{T_S}$$

Controle PID

Método Ziegler Nichols em malha aberta:



$$K_P = \frac{1{,}2}{k}\frac{T}{L} \qquad K_I = K_P \frac{T_S}{2L}$$

$$K_D = K_P \frac{L}{T_S}$$

Ganho do sistema em regime permanente:

$$k = \frac{\Delta PV}{\Delta CV} = \frac{(300-20)}{(100-0)} = 2{,}8$$

- Respostas:

Reta tangente ao ponto de inflexão:

$$Temp = 5t - 120$$

Determinação de L e T:

$$L: \; Temp = 20\,°C$$
$$t' = L = 28\,s$$
$$T: \; Temp = 300\,°C$$
$$t'' = 84\,s$$
$$T = t'' - L = 56\,s$$

$$K_P = \frac{1{,}2 * 56}{2{,}8 * 28} = 0{,}857 \qquad K_I = \frac{0{,}857 * 2}{2 * 28} = 0{,}31 \qquad K_D = \frac{0{,}857 * 28}{2} = 12$$