

## Capítulo 4: Equações e Considerações Adicionais para Projeto

*“Bem feito é melhor que bem dito.”*

Benjamin Franklin (1706-1790)

### 4.1. Apresentação

A partir da análise matemática do circuito retificador apresentado no Capítulo 3, é necessário confirmar a possibilidade de aplicação prática de tal proposta. Para isso deve-se ter em mãos expressões matemáticas que permitam verificar os níveis de corrente e de tensão existentes em alguns ramos do circuito, possibilitando o dimensionamento e escolha de componentes comerciais para o posterior emprego dos mesmos em projetos práticos. Assim, no presente capítulo são apresentadas algumas equações adicionais, fundamentadas na análise matemática realizada no capítulo anterior, com o enfoque de dar subsídios ao projeto de um retificador baseado na topologia proposta.

### 4.2. Implementação dos Interruptores Bidirecionais

Na Figura 4-1 é mostrado novamente o circuito básico de potência do retificador em pauta. De acordo com o que foi preestabelecido, os interruptores representados por  $S_a$ ,  $S_b$  e  $S_c$  devem ter características bidirecionais, ou seja, devem ser aptos a controlar a corrente elétrica com fluxo em ambas as direções.

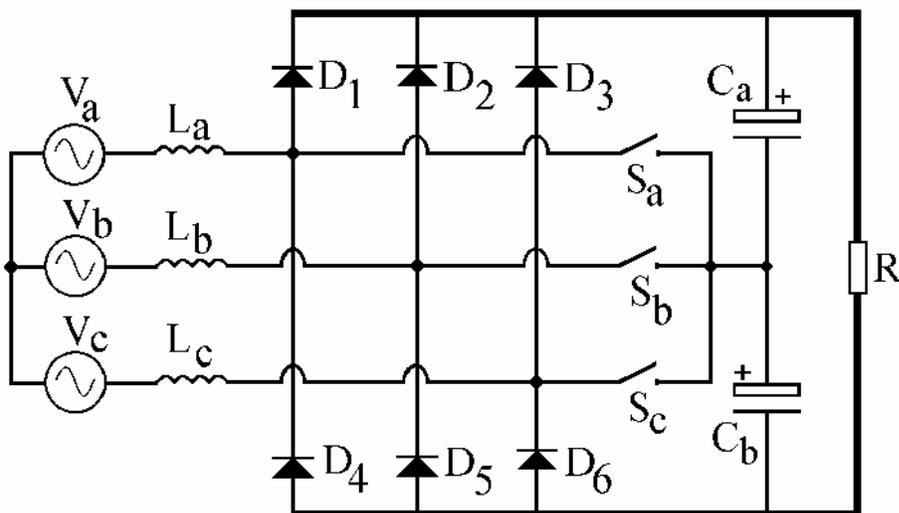


Figura 4-1: Circuito de potência do retificador em estudo.

Os dispositivos semicondutores mais comuns para uso em Eletrônica de Potência, como os transistores bipolares, MOSFETs e IGBTs, tem características de controle do fluxo de corrente em modo unidirecional, não podendo portanto serem aplicados diretamente como interruptores bidirecionais. É possível, porém, empregar associações de tais elementos na implementação de células de comutação bidirecionais. A Figura 4-2 mostra duas alternativas para a construção de interruptores bidirecionais com o uso de diodos e dispositivos comandados com característica de corrente unidirecional. Nessa figura, os dispositivos comandados foram representados por MOSFETs, pois tais componentes foram escolhidos para a construção dos protótipos, devido principalmente à facilidade da implementação dos circuitos de comando. Pode-se, no entanto, estender o princípio de funcionamento dessas células de comutação a outros dispositivos comandados unidirecionais, como transistores bipolares ou IGBTs. Na alternativa mostrada na Figura 4-2 (a), são usados dois MOSFETs, representados por  $M_1$  e  $M_2$ , com os terminais correspondentes aos “drenos” e aos “gates” interligados. Os diodos  $D_1$  e  $D_2$  podem ser os elementos intrínsecos à estrutura de cada MOSFET ou, caso as características do chaveamento assim o exijam, são usados diodos externos adicionais. Também no caso do uso de transistores bipolares ou IGBTs, ter-se-iam obrigatoriamente  $D_1$  e  $D_2$  como diodos externos. Os dois MOSFETs são comandados pelo mesmo sinal e, dependendo da polaridade da tensão externa existente, a corrente elétrica fluirá por um deles e pelo diodo ligado em paralelo com o outro MOSFET. Por outro lado, na alternativa mostrada na Figura 4-2 (b), é usado um único MOSFET  $M$ , com quatro diodos adicionais  $D_a$ ,  $D_b$ ,  $D_c$  e  $D_d$  conectados como um retificador “em ponte”. Assim, a corrente externamente à célula de comutação pode ter fluxo bidirecional mas, internamente à “ponte”, flui de modo unidirecional através do MOSFET.

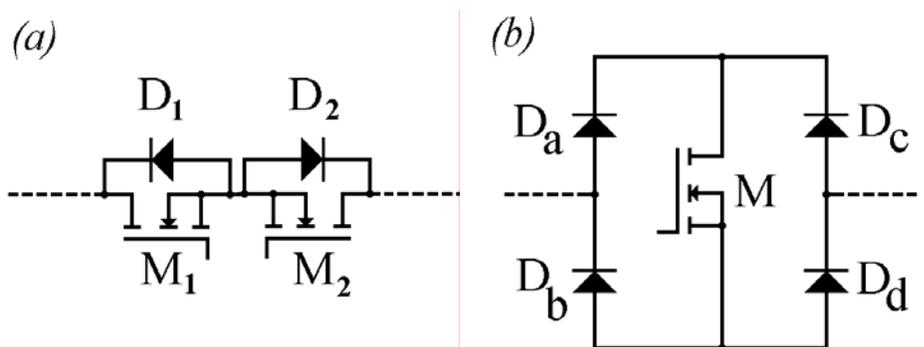


Figura 4-2: Duas células de comutação com característica bidirecional de corrente, baseadas em MOSFETs.

Por utilizar apenas um MOSFET em cada célula, a alternativa da Figura 4-2 (b) apresenta vantagens em relação à da Figura 4-2 (a), para uso no circuito retificador em estudo.

Uma vez que o chaveamento dos interruptores  $S_a$ ,  $S_b$  e  $S_c$  é feito em baixa frequência, pode-se utilizar para os diodos referenciados como  $D_a$ ,  $D_b$ ,  $D_c$  e  $D_d$  na Figura 4-2 (b) tipos comerciais com características de comutação lenta, os quais tem custo muito menor que os diodos ditos “rápidos”. Deste modo, cada uma das células de comutação implementada com a alternativa (b) tem custo total inferior ao que se obteria no circuito da Figura 4-2 (a), com dois MOSFETs. Isto posto, nos protótipos implementados os interruptores bidirecionais foram construídos conforme a Figura 4-2 (b), razão pela qual as equações a seguir apresentadas são baseadas neste tipo de célula de comutação.

### 4.3. Dados para Projeto

As especificações básicas para um retificador utilizando o circuito proposto incluem somente as características da tensão de alimentação em corrente alternada e a potência de saída do retificador. Assim, é necessário ao projetista especificar:

- O valor eficaz da tensão de linha (tensão “fase—fase”) de alimentação trifásica ( $V_i$ ).
- A frequência da rede de corrente alternada ( $f$ ).
- A potência média de saída em corrente contínua ( $P$ ).

Por este motivo, nas equações de projeto apresentadas à seguir, os resultados serão sempre dados em função desses parâmetros básicos.

### 4.4. Tensão Média de Saída e Corrente Média na Carga

Conforme já foi demonstrado no Capítulo 3, admitindo-se o uso de indutores de entrada com a “indutância crítica” do conversor, há uma relação direta entre o valor eficaz da tensão de alimentação do circuito e a tensão em corrente contínua resultante na saída do mesmo. Assim, o valor médio da tensão contínua de saída do retificador, com carga nominal, é calculado pela Equação 4-1:

$$V_o = V_i \cdot \frac{36 \cdot \sqrt{2}}{7 \cdot \pi \cdot \sqrt{3}} \quad \text{Eq. 4-1}$$

Ou então, operando-se os termos numéricos:

$$V_o = 1,3366 V_i \quad \text{Eq. 4-2}$$

A corrente média na carga será portanto, na condição nominal do retificador, dada pela Equação 4-3:

$$I_o = \frac{P}{V_o} = 0,7482 \cdot \frac{P}{V_i} \quad \text{Eq. 4-3}$$

#### 4.5. Dimensionamento dos Indutores de Entrada

Supondo que se deseja obter a mínima Taxa de Distorção Harmônica da corrente de entrada quando o circuito estiver processando a sua potência nominal, os indutores de entrada  $L_a$ ,  $L_b$  e  $L_c$  devem ter sua indutância semelhante à “indutância crítica” para tal potência. A “indutância crítica” do circuito é obtida com a Equação 3-70, apresentada no capítulo anterior:

$$L = \frac{36}{7} (2\sqrt{3} - 3) \cdot \frac{(V_i)^2}{\pi^2 \cdot \omega \cdot P} \quad \text{Eq. 3-70}$$

Operando-se os termos numéricos, tem-se a Equação 4-4:

$$L = 3,8489 \times 10^{-2} \cdot \frac{(V_i)^2}{f \cdot P} \quad \text{Eq. 4-4}$$

A corrente em cada um desses indutores terá o aspecto mostrado na Figura 4-3, onde a amplitude máxima ocorre no instante correspondente a  $90^\circ$  e descrita anteriormente no Capítulo 3 pela Tabela 3-3:

$$i(90^\circ) = \frac{2}{7} \left( \frac{V}{\omega \cdot L} \right)$$

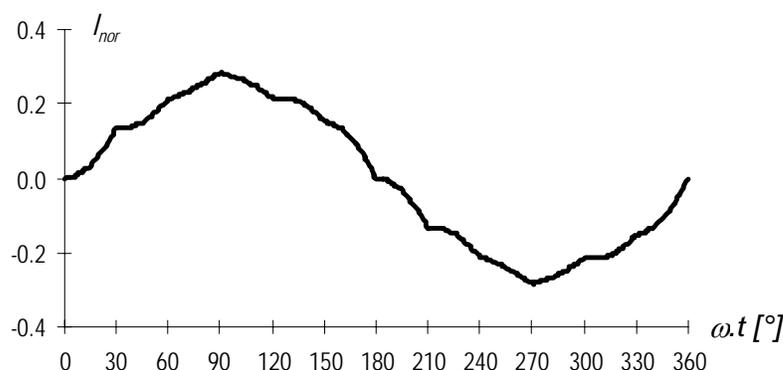


Figura 4-3: Corrente “normalizada” que flui através de cada um dos indutores de entrada.

Os valores do eixo vertical devem ser multiplicados por  $\left( \frac{V}{\omega \cdot L} \right)$ .

Assim, usando-se a tensão de linha da alimentação trifásica, obtém-se a Equação 4-5 para a amplitude máxima da corrente que flui através de cada indutor de entrada do retificador:

$$I_{max(L)} = \frac{2\sqrt{2}}{7\sqrt{3}} \left( \frac{V_i}{\omega \cdot L} \right) \quad \text{Eq. 4-5}$$

Novamente, operando os termos numéricos:

$$I_{max(L)} = 3,7128 \times 10^{-2} \left( \frac{V_i}{f \cdot L} \right) \quad \text{Eq. 4-6}$$

No entanto, para a escolha da bitola dos fios dos enrolamentos dos indutores, é necessário ter-se o valor eficaz da corrente que por eles flui. Tal valor eficaz pode ser calculado, pois obteve-se no capítulo anterior o conjunto de equações que descreve a corrente de entrada, em intervalos de 30°. Ou seja, a Equação 4-7 calcula o valor eficaz da corrente de entrada por meio de uma soma de integrais definidas em intervalos de 30° cada um:

$$I_{rms(L)} = \frac{1}{\pi} \left[ \int_0^{30^\circ} \left[ \frac{V_i \sqrt{2}}{\omega \cdot L \sqrt{3}} (1 - \cos \alpha) \right]^2 d\alpha + \int_{30^\circ}^{60^\circ} \left[ \frac{V_i \sqrt{2}}{\omega \cdot L \sqrt{3}} \left( \frac{9}{7} - \cos \alpha - \frac{12 \cdot \alpha}{7 \cdot \pi} \right) \right]^2 d\alpha + \int_{60^\circ}^{90^\circ} \left[ \frac{V_i \sqrt{2}}{\omega \cdot L \sqrt{3}} \left( \frac{11}{7} - \cos \alpha - \frac{18 \cdot \alpha}{7 \cdot \pi} \right) \right]^2 d\alpha + \int_{90^\circ}^{120^\circ} \left[ \frac{V_i \sqrt{2}}{\omega \cdot L \sqrt{3}} \left( 2 - \cos \alpha - \frac{24 \cdot \alpha}{7 \cdot \pi} \right) \right]^2 d\alpha + \int_{120^\circ}^{150^\circ} \left[ \frac{V_i \sqrt{2}}{\omega \cdot L \sqrt{3}} \left( \frac{10}{7} - \cos \alpha - \frac{18 \cdot \alpha}{7 \cdot \pi} \right) \right]^2 d\alpha + \int_{150^\circ}^{180^\circ} \left[ \frac{V_i \sqrt{2}}{\omega \cdot L \sqrt{3}} \left( \frac{5}{7} - \cos \alpha - \frac{12 \cdot \alpha}{7 \cdot \pi} \right) \right]^2 d\alpha \right] \quad \text{Eq. 4-7}$$

Resolvendo-se as integrais tem-se simplesmente:

$$I_{rms(L)} = 0,1516 \left( \frac{V_i}{\omega \cdot L} \right) \quad \text{Eq. 4-8}$$

Ou então, usando a frequência da rede:

$$I_{rms(L)} = 2,4121 \times 10^{-2} \left( \frac{V_i}{f \cdot L} \right) \quad \text{Eq. 4-9}$$

#### 4.6. Dimensionamento dos Componentes dos Interruptores Bidirecionais

Em cada um dos interruptores bidirecionais só há corrente fluindo nos intervalos entre 0° e 30° e entre 180° e 210°, conforme ilustrado pela Figura 4-4. Nestes intervalos, a corrente cresce a partir de zero segundo a Equação 3-11, apresentada no capítulo anterior.

$$i_s(t) = \frac{V}{\omega \cdot L} [1 - \cos(\omega \cdot t)] \quad \text{Eq. 3-11}$$

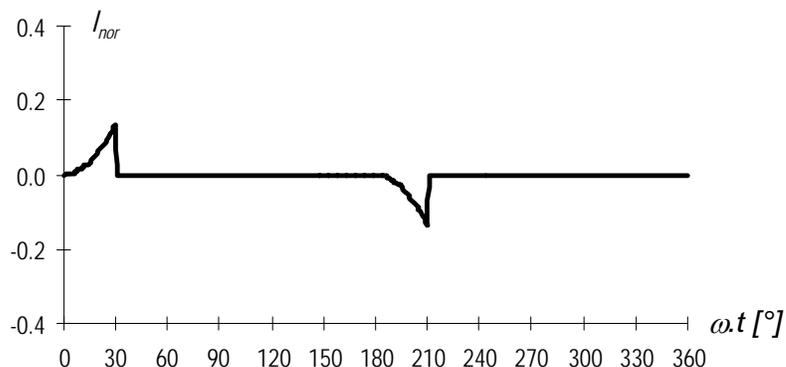


Figura 4-4: Corrente “normalizada” que flui através de cada um dos interruptores bidirecionais. Os valores do eixo vertical devem ser multiplicados por  $\left(\frac{V}{\omega \cdot L}\right)$ .

Também conforme já citado, esta corrente não depende da carga conectada ao retificador. Fazendo-se  $\omega.t = 30^\circ$  na Equação 3-11, tem-se o valor máximo que a corrente atinge, mostrado na Equação 4-10. Este valor é, ao mesmo tempo, a corrente máxima que flui em cada um dos diodos da célula de comutação bidirecional e também a corrente máxima que flui através do MOSFET.

$$I_{max(S)} = \frac{V_i \sqrt{2}}{\omega \cdot L \sqrt{3}} \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \quad \text{Eq. 4-10}$$

Ou, escrevendo de outro modo:

$$I_{max(S)} = I_{max(Ds)} = I_{max(M)} = 1,7410 \times 10^{-2} \cdot \left(\frac{V_i}{f \cdot L}\right) \quad \text{Eq. 4-11}$$

Já no tocante aos valores eficaz e médio, há uma diferença de comportamento entre os diodos e o MOSFET. Na Figura 4-5 mostra-se a corrente que flui pelo MOSFET, que é a própria corrente mostrada na Figura 4-4 devidamente “retificada”; na Figura 4-6, a corrente em um dos diodos da célula de comutação apresenta-se na forma de um “pulso” único a cada período.

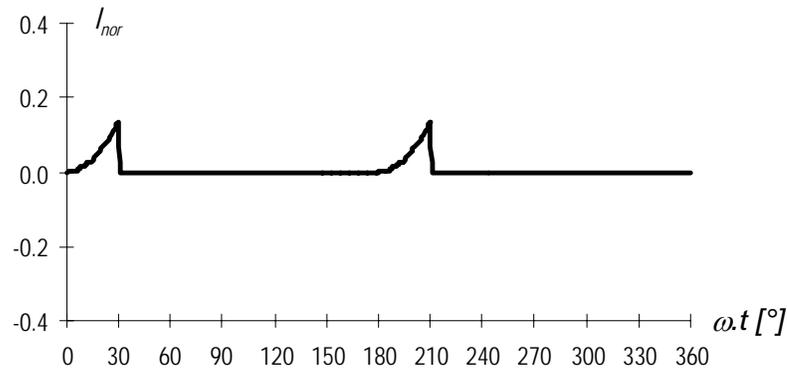


Figura 4-5: Corrente “normalizada” que flui através do MOSFET de cada um dos interruptores bidirecionais. Os valores do eixo vertical devem ser multiplicados por  $\left(\frac{V}{\omega \cdot L}\right)$ .

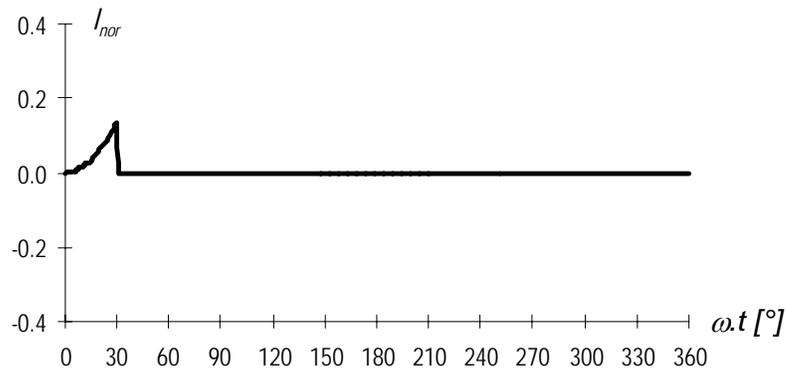


Figura 4-6: Corrente “normalizada” que flui através de um dos diodos existente nos interruptores bidirecionais. Os valores do eixo vertical devem ser multiplicados por  $\left(\frac{V}{\omega \cdot L}\right)$ .

Portanto o valor eficaz da corrente através do MOSFET é calculado pela Equação 4-12:

$$I_{rms(M)} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^{30^\circ} \left[ \frac{V_i \sqrt{2}}{\omega \cdot L \cdot \sqrt{3}} (1 - \cos \alpha) \right]^2 d\alpha} \quad \text{Eq. 4-12}$$

Enquanto que o valor eficaz da corrente através de cada diodo é calculado com a Equação 4-13:

$$I_{rms(M)} = \sqrt{\frac{1}{2 \cdot \pi} \int_0^{30^\circ} \left[ \frac{V_i \sqrt{2}}{\omega \cdot L \cdot \sqrt{3}} (1 - \cos \alpha) \right]^2 d\alpha} \quad \text{Eq. 4-13}$$

O que fornece:

$$I_{rms(M)} = 3,1996 \times 10^{-3} \cdot \left( \frac{V_i}{f \cdot L} \right) \quad \text{Eq. 4-14}$$

e também:

$$I_{rms(Ds)} = 2,2624 \times 10^{-3} \cdot \left( \frac{V_i}{f \cdot L} \right) \quad \text{Eq. 4-15}$$

O mesmo tipo de raciocínio deve ser usado para o cálculo dos valores médios das correntes. Para o MOSFET, o valor médio da corrente que por ele flui é obtido com a Equação 4-16:

$$I_{med(M)} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^{30^\circ} \left[ \frac{V_i \sqrt{2}}{\omega \cdot L \cdot \sqrt{3}} (1 - \cos \alpha) \right] d\alpha} \quad \text{Eq. 4-16}$$

E, para os diodos, o valor médio da corrente vem da Equação 4-17:

$$I_{med(Ds)} = \sqrt{\frac{1}{2 \cdot \pi} \int_0^{30^\circ} \left[ \frac{V_i \sqrt{2}}{\omega \cdot L \cdot \sqrt{3}} (1 - \cos \alpha) \right] d\alpha} \quad \text{Eq. 4-17}$$

A partir das Equações 4-16 e 4-17 obtém-se:

$$I_{med(M)} = 9,7614 \times 10^{-4} \cdot \left( \frac{V_i}{f \cdot L} \right) \quad \text{Eq. 4-18}$$

$$I_{med(Ds)} = 4,8807 \times 10^{-4} \cdot \left( \frac{V_i}{f \cdot L} \right) \quad \text{Eq. 4-19}$$

Além dos valores de corrente, é importante para a escolha dos componentes da célula de comutação bidirecional saber o valor máximo da tensão a que fica submetido o elemento de controle da corrente nos intervalos onde o mesmo acha-se bloqueado. A análise dos estados topológicos mostra que, se um determinado interruptor encontra-se bloqueado, então necessariamente há um dos diodos retificadores daquela fase em estado de condução. Em outras palavras, se num determinado instante o interruptor  $S_a$  está bloqueado, então pode-se afirmar com certeza que  $D_1$  ou  $D_4$  estará em condução. Ou seja, quando um interruptor está bloqueado, existirá nos seus terminais uma tensão igual à tensão de um dos capacitores, que por simetria é a metade do nível de tensão na carga. Supondo os capacitores com capacitância elevada, pode-se concluir que o MOSFET existente na célula de comutação bidirecional estará submetido, nos intervalos de bloqueio, a uma tensão praticamente constante dada pela Equação 4-20:

$$V_{(M)} = \frac{V_o}{2} = 0,6683 \cdot V_i \quad \text{Eq. 4-20}$$

#### 4.7. Dimensionamento dos Diodos Retificadores

A Figura 4-7 mostra a corrente em um dos diodos da “ponte de Graetz” retificadora trifásica. Esta corrente é basicamente um semi—período da corrente de entrada do circuito,

sendo nula no intervalo entre  $0^\circ$  e  $30^\circ$ , já que neste intervalo a condução é feita pelo respectivo interruptor bidirecional.

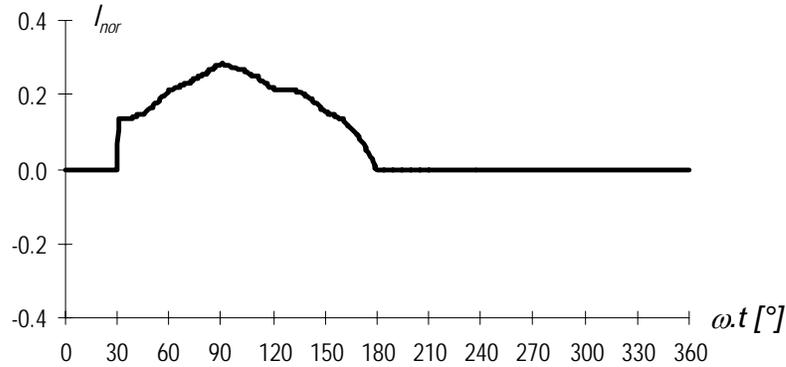


Figura 4-7: Corrente “normalizada” que flui através de um dos diodos retificadores da “ponte de Graetz”. Os valores do eixo vertical devem ser multiplicados por  $\left(\frac{V}{\omega \cdot L}\right)$ .

Portanto a Equação 4-7 pode ser adaptada para o cálculo do valor eficaz da corrente em cada um dos diodos retificadores, retirando-se o termo correspondente ao intervalo de  $0^\circ$  a  $30^\circ$  e usando  $(2 \cdot \pi)$  como o período, obtendo-se a Equação 4-21:

$$I_{rms(D)} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \left\{ \begin{aligned} & \int_{30^\circ}^{60^\circ} \left[ \frac{V_i \sqrt{2}}{\omega \cdot L \sqrt{3}} \left( \frac{9}{7} - \cos \alpha - \frac{12 \cdot \alpha}{7 \cdot \pi} \right) \right]^2 d\alpha + \\ & + \int_{60^\circ}^{90^\circ} \left[ \frac{V_i \sqrt{2}}{\omega \cdot L \sqrt{3}} \left( \frac{11}{7} - \cos \alpha - \frac{18 \cdot \alpha}{7 \cdot \pi} \right) \right]^2 d\alpha + \\ & + \int_{90^\circ}^{120^\circ} \left[ \frac{V_i \sqrt{2}}{\omega \cdot L \sqrt{3}} \left( 2 - \cos \alpha - \frac{24 \cdot \alpha}{7 \cdot \pi} \right) \right]^2 d\alpha + \\ & + \int_{120^\circ}^{150^\circ} \left[ \frac{V_i \sqrt{2}}{\omega \cdot L \sqrt{3}} \left( \frac{10}{7} - \cos \alpha - \frac{18 \cdot \alpha}{7 \cdot \pi} \right) \right]^2 d\alpha + \\ & + \int_{150^\circ}^{180^\circ} \left[ \frac{V_i \sqrt{2}}{\omega \cdot L \sqrt{3}} \left( \frac{5}{7} - \cos \alpha - \frac{12 \cdot \alpha}{7 \cdot \pi} \right) \right]^2 d\alpha + \end{aligned} \right\} \quad \text{Eq. 4-21}$$

De onde se tem:

$$I_{rms(D)} = 1,6905 \times 10^{-2} \cdot \left( \frac{V_i}{f \cdot L} \right) \quad \text{Eq. 4-22}$$

Idêntico raciocínio pode ser seguido para o valor médio da corrente em um dos diodos retificadores. Tem-se a Equação 4-23:

$$I_{med(D)} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \left\{ \int_{30^\circ}^{60^\circ} \left[ \frac{V_i \sqrt{2}}{\omega \cdot L \sqrt{3}} \left( \frac{9}{7} - \cos \alpha - \frac{12 \cdot \alpha}{7 \cdot \pi} \right) \right] d\alpha + \int_{60^\circ}^{90^\circ} \left[ \frac{V_i \sqrt{2}}{\omega \cdot L \sqrt{3}} \left( \frac{11}{7} - \cos \alpha - \frac{18 \cdot \alpha}{7 \cdot \pi} \right) \right] d\alpha + \int_{90^\circ}^{120^\circ} \left[ \frac{V_i \sqrt{2}}{\omega \cdot L \sqrt{3}} \left( 2 - \cos \alpha - \frac{24 \cdot \alpha}{7 \cdot \pi} \right) \right] d\alpha + \int_{120^\circ}^{150^\circ} \left[ \frac{V_i \sqrt{2}}{\omega \cdot L \sqrt{3}} \left( \frac{10}{7} - \cos \alpha - \frac{18 \cdot \alpha}{7 \cdot \pi} \right) \right] d\alpha + \int_{150^\circ}^{180^\circ} \left[ \frac{V_i \sqrt{2}}{\omega \cdot L \sqrt{3}} \left( \frac{5}{7} - \cos \alpha - \frac{12 \cdot \alpha}{7 \cdot \pi} \right) \right] d\alpha + \right\}$$

Eq. 4.23

De onde se obtém:

$$I_{med(D)} = 1,0341 \times 10^{-2} \cdot \left( \frac{V_i}{f \cdot L} \right)$$

Eq. 4-24

Finalmente, a tensão máxima presente nos terminais de cada diodo nos intervalos de bloqueio é, como no caso de uma “ponte de Graetz” convencional, considerada igual a tensão média de saída do conversor. Portanto:

$$V_{max(D)} = V_o = 1,3366 V_i$$

Eq. 4-25

#### 4.8. Considerações quanto aos Capacitores de Saída

À primeira vista, para o dimensionamento dos capacitores  $C_a$  e  $C_b$ , teria que ser levado em conta o aspecto da ondulação máxima da tensão de saída do retificador. Isto porque na análise matemática presumiu-se que tais capacitores teriam capacitâncias que seriam suficientemente elevadas de modo a se ter tensão de saída constante durante todas as etapas de funcionamento do circuito.

Uma análise mais cuidadosa, no entanto, mostra que é mais importante ao projetista verificar as características desses capacitores frente à corrente elétrica. Devido à simetria do circuito, pode-se considerar que, quando um dos interruptores bidirecionais encontra-se acionado, a corrente que flui por tal interruptor divide-se em duas componentes iguais, que percorrem então cada um dos capacitores  $C_a$  e  $C_b$ . Assim, cada um dos capacitores estará submetido a uma corrente com valor eficaz igual à metade daquela calculada para os MOSFETs com a Equação 4-14, ou seja:

$$I_{rms(C)} = 1,5998 \times 10^{-3} \cdot \left( \frac{V_i}{f \cdot L} \right)$$

Eq. 4-26

Em se tratando de capacitores eletrolíticos, o projetista verificará que, de modo geral, tais componentes suportam níveis muito baixos de corrente elétrica, já que tal situação conduz ao aquecimento do eletrólito existente no interior dos mesmos e pode, se não respeitados seus

limites, levar à explosão do capacitor. Como consequência, na prática se verificará a necessidade de serem usados capacitores eletrolíticos de características especiais, indicados para uso em fontes de alimentação chaveadas, que suportem os níveis de corrente calculados e apresentem baixos valores de resistência série—equivalente. Como existe uma relação direta entre o nível de corrente suportado por um capacitor eletrolítico e sua capacitância, o projetista confirmará que, ao escolher um componente comercial levando em conta somente suas características de corrente suportável, estará naturalmente optando por capacitores de capacitância elevada, que garantirão níveis muito baixos de ondulação da tensão de saída do retificador.

Poderia se pensar, frente ao que foi exposto, que a existência de um nível de corrente relativamente alto fluindo através dos capacitores eletrolíticos de saída se constituiria em uma desvantagem do retificador em estudo, em comparação com uma topologia convencional onde tal fato não se verificaria. No entanto, há de se ter em mente que o retificador proposto se destina, à princípio, a servir de estágio de conexão à rede elétrica em fontes de alimentação de alta potência. Neste caso, a carga do circuito retificador será constituída por um ou mais conversores chaveados, os quais tem como característica a presença de correntes de entrada pulsantes. Assim, para alimentar tais conversores chaveados, será necessário que qualquer retificador tenha em sua saída um conjunto de capacitores eletrolíticos com características de alto desempenho e elevada capacitância. Em conclusão, pode-se afirmar que a escolha dos capacitores (ou, provavelmente, do banco de capacitores) para  $C_a$  a  $C_b$  deverá ser muito mais uma preocupação quando do projeto do estágio seguinte da fonte de alimentação completa, do que na etapa de dimensionamento do retificador de entrada, seja com a topologia proposta ou com qualquer outra a ser escolhida.

#### **4.9. Conclusões**

Conforme proposto, foram apresentadas equações que permitem o cálculo de valores limites de corrente e de tensão dos principais componentes do retificador em estudo, bem como a obtenção do valor da indutância dos indutores de entrada.

De posse desses resultados, pode-se partir para a implementação prática de circuitos, com a escolha de componentes comerciais que atendam a tais especificações.