



Aplicação do Modelo Linear de Vorpérian ao Conversor tipo *Buck*

Ewaldo L. M. Mehl

1. Apresentação

Com o uso do conceito do “Interruptor PWM” apresentado por Vorpérian [1,2], torna-se extremamente simples e rápida a simulação de conversores estáticos DC-DC utilizando modulação por largura de pulso. O presente trabalho mostra o uso dessa técnica através de simulações de um conversor tipo *Buck*, usado como exemplo, usando o programa **PSpice**.

2. Exemplo de um Conversor tipo *Buck*

Na Figura 1 tem-se o circuito básico de um conversor DC-DC tipo *Buck* (abaixador de tensão). O interruptor S_1 , mostrado na Figura 1 como um transistor bipolar, pode ser implementado com diversas tecnologias de dispositivos semicondutores, tais como MOSFETs ou IGBTs. A fonte de tensão V_g representa a tensão DC de entrada, sendo a resistência R a carga do conversor.

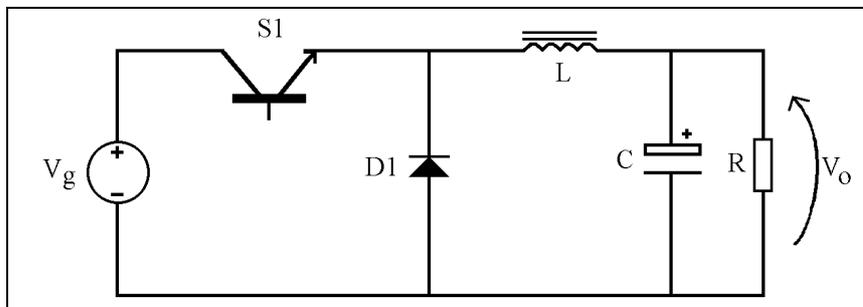


Figura 1:
Circuito de potência de um conversor DC-DC tipo *Buck*

Para efeito de exemplo, supõe-se as seguintes especificações de um conversor DC-DC tipo *Buck*:

Tensão DC de entrada: $V_g = 40 \text{ V}$

Tensão DC de saída: $V_o = 10 \text{ V}$

Potência de saída: $P_o = 100 \text{ W}$

Frequência de chaveamento: $f_s = 50 \text{ kHz}$

Ondulação no Indutor *Buck*: $\Delta I_L = 40\% \text{ de } I_o$

"Ripple" máximo na tensão de saída: $\Delta V_{o(\max)} = \pm 1\% \text{ de } V_o$

A partir destes dados, tem-se a seguir o dimensionamento dos componentes, para simulação com o programa PSpice:

2.1 Cálculo do Resistor de Carga:

Para simulação, a carga é considerada como um resistor. O valor desse resistor é obtido considerando-se o conversor operando na potência nominal de saída:

$$R = \frac{(V_o)^2}{P_o} = \frac{10^2}{100} = 1 \Omega$$

2.2. Cálculo do Ponto de Operação:

De acordo com o modelamento proposto por Vorpérian, considera-se que em um conversor DC-DC há uma “chave PWM” formada por um interruptor “ativo” e outro “passivo”. No caso desse exemplo, o interruptor “ativo” é o transistor S_1 , e o interruptor “passivo” é o diodo D_1 . Como o conversor tipo *Buck* é um conversor abaixador de tensão, a razão-cíclica de trabalho do transistor S_1 é calculada dividindo-se a tensão de entrada pela tensão de saída:

$$D = \frac{V_o}{V_g} = \frac{10}{40} = 0,25$$

Será também útil calcular a razão cíclica de trabalho da “parte passiva” do interruptor PWM, ou seja, do diodo D_1 . É óbvio que quando o transistor acha-se em condução o diodo está bloqueado,

e vice-versa. Assim, a razão cíclica do diodo D_1 é o complemento da razão cíclica do transistor S_1 , ou seja:

$$D' = 1 - D = 0,75$$

2.3. Cálculo do Capacitor de Filtragem:

A corrente nominal de saída do conversor é:

$$I_o = \frac{P_o}{V_o} = \frac{100}{10} = 10 \text{ A}$$

Com o que se calcula o valor mínimo necessário do capacitor de filtragem, de modo a garantir o valor de "ripple" de tensão especificado:

$$C_{(\min)} = \frac{\Delta I_L}{2 \pi \cdot f_s \cdot \Delta V_o} = \frac{0,40 \times 10}{2 \pi (50 \times 10^3) \times (0,01 \times 10)} = 127,3 \mu\text{F}$$

Será adotado o valor comercial $C = 220 \mu\text{F}$, supondo-se para tal capacitor uma resistência "série-equivalente" $R_{se} = 20 \text{ m}\Omega$.

2.4. Cálculo do Indutor Buck:

O valor mínimo do indutor a ser utilizado no conversor tipo *Buck* é obtido com a expressão:

$$L_{\min} = \frac{V_g \cdot D \cdot D'}{f_s \cdot \Delta I_L} = \frac{40 \times 0,25 \times 0,75}{(50 \times 10^3) \times (0,40 \times 10)} = 37,5 \mu\text{H}$$

Na prática, deve-se adotar um indutor com valor muito superior ao que foi calculado com a expressão anterior. Isso é feito de modo a garantir modo de condução contínuo (CCM) em toda a faixa de operação do conversor. Por este motivo, será adotado $L = 150 \mu\text{H}$. Como este valor de indutância é baixo, provavelmente o indutor terá um número reduzido de espiras. Assim, pode-se imaginar que a resistência do indutor é desprezível e utilizar $R_L = \text{zero}$ nas simulações do circuito chaveado e também nas equações do modelo de Vorpérian.

3. Vorpérian: Modelos Lineares para Circuitos Não Lineares

A importância do modelamento proposto por Vorpérian é a possibilidade de se representar um circuito não-linear, como é o caso dos conversores DC-DC, através de uma função linear. Para um conversor de potência, tem-se duas situações básicas a serem analisadas:

- O conversor está operando com uma razão cíclica constante (D), quando ocorre um súbito aumento ou diminuição na tensão de entrada ($V_g + \hat{v}$).
- O conversor está operando com tensão de entrada constante (V_g), quando ocorre um súbito aumento ou diminuição na razão cíclica ($D + \hat{d}$).

Para cada um desses casos é proposto um circuito linear diferente, obtendo-se portanto duas funções de transferência distintas, chamadas de $H(s)$ e $J(s)$, respectivamente. O circuito do conversor pode agora ser representado de modo simplificado como nas Figuras 2 e 3.

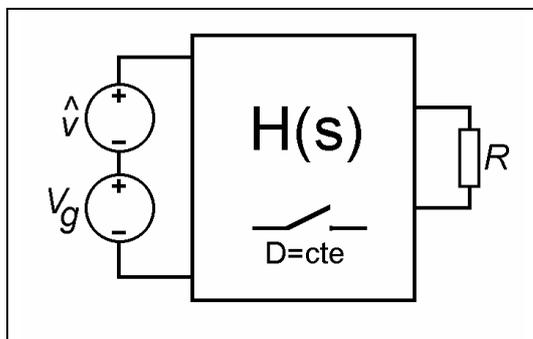


Figura 2: Modelo para variação na tensão de entrada ($V_g + \hat{v}$).

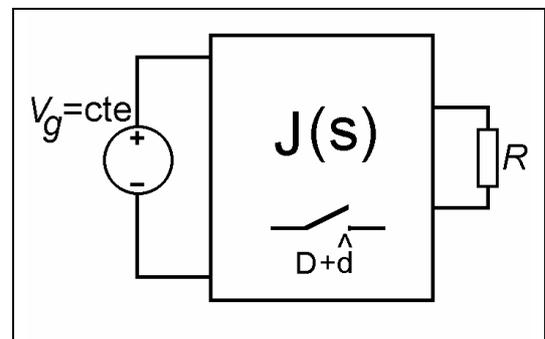


Figura 3: Modelo para variação na razão cíclica ($D + \hat{d}$).

Aplicando-se o modelo da "chave PWM" de Vorpérian ao conversor DC-DC tipo *Buck*, o desenvolvimento teórico [3] conduz a:

a) Função de Transferência do Modelo Linear para Variação na Tensão de Entrada:

$$H(s) = \left[D \cdot \frac{R}{(R + R_{se}) \cdot L \cdot C} \right] \frac{(R_{se} \cdot C) \cdot s + 1}{\left\{ s^2 + \left[\frac{(R \cdot R_L + R \cdot R_{se} + R_L \cdot R_{se}) \cdot C + L}{(R + R_{se}) \cdot L \cdot C} \right] s + \left[\frac{R + R_L}{(R + R_{se}) \cdot L \cdot C} \right] \right\}} \quad \text{Eq.1}$$

b) Função de Transferência do Modelo Linear para Variação na Razão Cíclica:

$$J(s) = \left[V_g \cdot \frac{R}{(R + R_{se}) \cdot L \cdot C} \right] \frac{(R_{se} \cdot C) \cdot s + 1}{\left\{ s^2 + \left[\frac{(R \cdot R_L + R \cdot R_{se} + R_L \cdot R_{se}) \cdot C + L}{(R + R_{se}) \cdot L \cdot C} \right] s + \left[\frac{R + R_L}{(R + R_{se}) \cdot L \cdot C} \right] \right\}} \quad \text{Eq.2}$$

4. Simulação do Conversor-Exemplo para variação na Tensão de Entrada

Para ilustrar a aplicação dos conceitos apresentados, supõe-se que o conversor *Buck* representado na Figura 1 está operando com razão cíclica de chaveamento constante, quando ocorre um súbito aumento da tensão de entrada da ordem de 10%. Pode-se simplesmente simular o circuito completo, aplicando-se tal variação de tensão à entrada, ou utilizar o modelo linear. A título de comparação, mostra-se à seguir as duas possibilidades.

4.1. Simulação do Circuito Chaveado

A variação na tensão de entrada pode ser simulada através de duas fontes de tensão ligadas em série, sendo uma de 40V ativa desde o instante inicial e a outra, com 10% desse valor, que é “ligada” após um intervalo de tempo, conforme ilustrado na Figura 4.

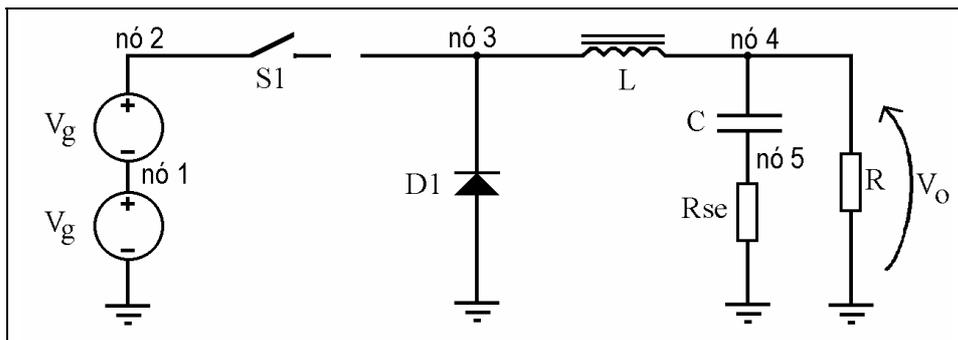


Figura 4: Circuito do conversor *Buck* para simulação com o programa PSpice.

O arquivo de *netlist* para o programa PSpice é:

```
* CONVERSOR BUCK - SIMULACAO PARA VARIACAO NA TENSAO DE ENTRADA
*****
* Circuito Chaveado:
Vg 1 0 40V ; Fonte de Entrada
Vgc 1 2 PULSE(0 4V 3ms 10ns 10ns 3ms 6ms) ; Variacao de +10% = 4V
S1 2 3 6 0 CHAVE ; Interruptor Ativo
D1 0 3 DIODO ; Interruptor Passivo
L 3 4 150u ; Indutor
C 4 5 220u ic=0 ; Capacitor
Rse 5 0 20m ; Rse do Capacitor
R 4 0 1.0 ; Carga
.MODEL CHAVE VSWITCH(Ron=.01 Roff=1E6 Von=1 Voff=0)
.MODEL DIODO D(IS=1E-9)
*
* Fonte para Comando do Interruptor ativo:
VS 6 0 PULSE(0 1 0 10ns 10ns 5us 20us)
*****
.options nopage itl4=60 itl5=0 abstol=1u chgtol=10p reltol=.1 vntol=10u
.tran 4us 6ms 0 4us UIC
.PROBE
.END
```

Observar que, frente ao valor de razão cíclica **D = 0,25** calculado anteriormente, a fonte pulsante utilizada para comandar o interruptor ativo é deixada no estado “alto” durante 5 μ s, para um período total de 20 μ s, correspondente à frequência de chaveamento de 50 kHz.

4.2. Simulação Utilizando o Modelo Linear

Para verificar a influência da variação da tensão de entrada na tensão de saída do conversor, a função linear é $H(s)$ mostrada na Equação 1. Tem-se os seguintes valores numéricos:

$$\begin{aligned} D &= 0,25 & V_g &= 40 & R &= 1 & L &= 150 \times 10^{-6} \\ R_L &= 0 & C &= 220 \times 10^{-6} & R_{se} &= 20 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

Os termos da Equação 1 resultam portanto em:

$$\left[D \cdot \frac{R}{(R + R_{se}) \cdot L \cdot C} \right] = 7,427213 \times 10^6$$

$$(R_{se} \cdot C) = 4,4 \times 10^{-6}$$

$$\left[\frac{(R \cdot R_L + R \cdot R_{se} + R_L \cdot R_{se}) \cdot C + L}{(R + R_{se}) \cdot L \cdot C} \right] = 4,587047 \times 10^3$$

$$\left[\frac{R + R_L}{(R + R_{se}) \cdot L \cdot C} \right] = 2,970885 \times 10^7$$

Isto posto, o conversor *Buck* utilizado como exemplo tem a seguinte função de transferência, sob o ponto de vista de variações na tensão de entrada:

$$H(s) = (7,427213 \times 10^6) \frac{(4,4 \times 10^{-6})s + 1}{s^2 + (4,587047 \times 10^3)s + (2,970885 \times 10^7)}$$

A função de transferência fornecida no domínio da frequência complexa pode ser considerada como uma fonte de tensão controlada, conforme ilustrado na Figura 5.

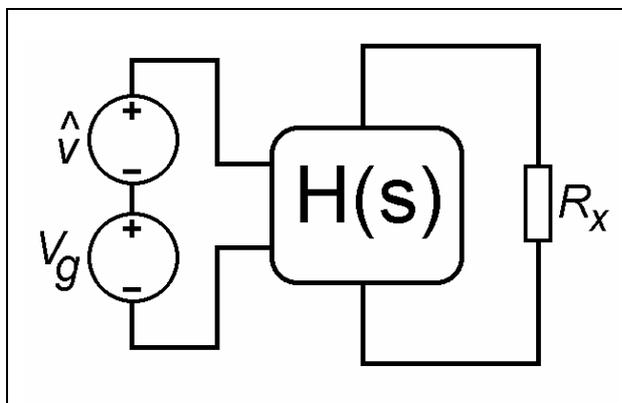


Figura 5:
Fonte controlada
para uso no programa
PSpice

É interessante observar que o resistor R_x representado na Figura 5 **não é o resistor de carga do conversor** e sim um resistor de qualquer valor, usado somente para “fechar” o circuito. A tensão de controle da fonte $H(s)$ é a tensão de entrada do conversor *Buck*.

Por outro lado, o programa PSpice permite que se especifique uma fonte de tensão controlada diretamente com sua função de transferência associada, através do comando LAPLACE. Para efeito de comparação, adicionou-se o circuito da Figura 5 no arquivo de *netlist* para o programa PSpice anteriormente listado. Deste modo, a tensão $V(4)$ refere-se à tensão de saída obtida com o circuito chaveado, enquanto que $V(8)$ é a tensão de saída obtida a partir do modelo linear, usando-se a função de transferência $H(s)$ anteriormente calculada.

```

* CONVERSOR BUCK - SIMULACAO PARA VARIACAO NA TENSAO DE ENTRADA
*****
* Circuito Chaveado:
Vg 1 0 40V ; Fonte de Entrada
Vgc 2 1 PULSE(0 4V 3ms 10ns 10ns 3ms 6ms) ; Variacao de +10% = 4V
S1 2 3 6 0 CHAVE ; Interruptor Ativo
D1 0 3 DIODO ; Interruptor Passivo
L 3 4 150u ; Indutor
C 4 5 220u ic=0 ; Capacitor
Rse 5 0 20m ; Rse do Capacitor
R 4 0 1.0 ; Carga
.MODEL CHAVE VSWITCH(Ron=.01 Roff=1E6 Von=1 Voff=0)
.MODEL DIODO D(IS=1E-9)
*
* Fonte para Comando do Interruptor ativo:
VS 6 0 PULSE(0 1 0 10ns 10ns 5us 20us)
*****
* Modelo Linear:
Eg 8 0 laplace {V(2)} =
+ {7.427213E+6*(4.4E-6*s+1)/(s*s+4.587047E+3*s+2.970885E+7)}
Rx 8 0 10K
*****
.options nopage itl4=60 itl5=0 abstol=1u chgtol=10p reltol=.1 vntol=10u
.tran 4us 6ms 0 4us UIC
.PROBE
.END

```

4.3. Resultados da Simulação

Utilizando-se o arquivo de *netlist* para simulação com o programa PSpice, obteve-se a Figura 6, mostrando o comportamento da tensão de saída, tanto para o circuito chaveado completo como para o modelo linear.

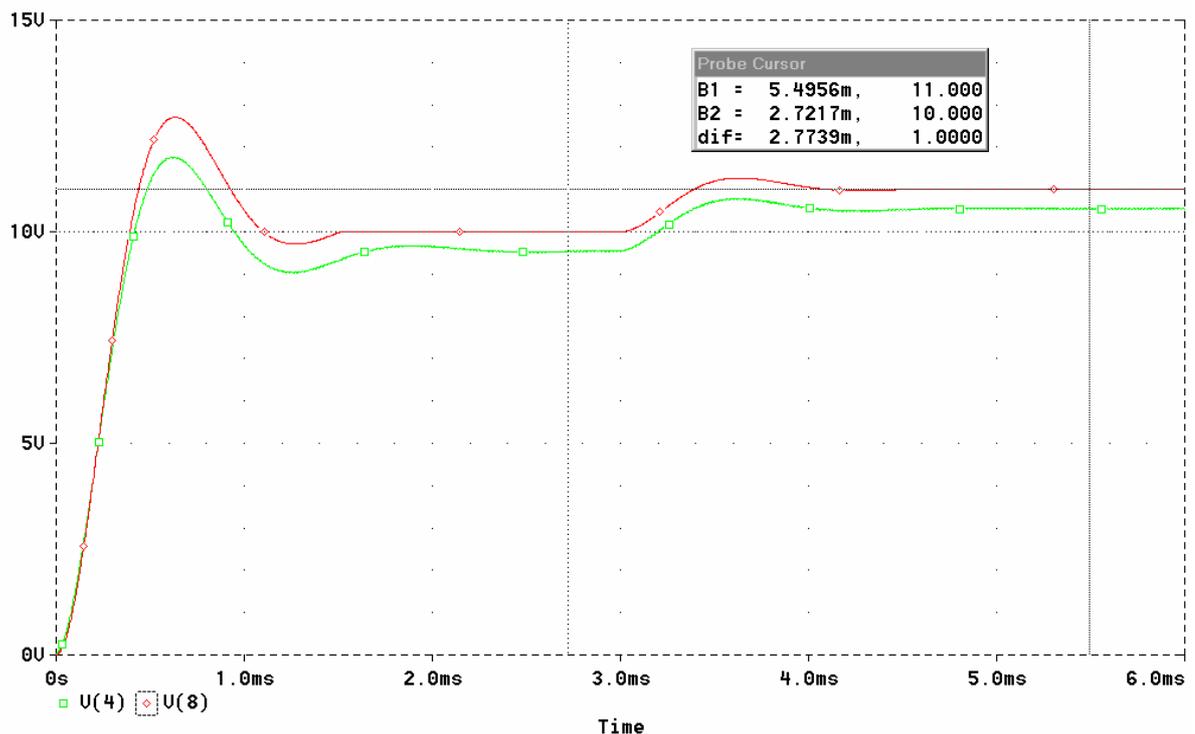


Figura 6: Tensão de saída obtida com o circuito chaveado (traço inferior) e com o modelo linear (traço superior) para o conversor DC-DC tipo *Buck* usado como exemplo.

Observa-se que há uma pequena diferença entre os valores obtidos com as duas estratégias, resumidas na Tabela 1. No entanto, o aspecto mais importante a ser verificado é que o comportamento dinâmico da tensão de saída é reproduzido com grande precisão no modelo linear, existindo até mesmo concordância no tocante aos instantes iniciais de funcionamento do conversor. A partir dessa constatação, é possível utilizar a função de transferência **H(s)** obtida anteriormente para o cálculo e dimensionamento de um circuito de controle com realimentação.

Tabela I: Comparação dos valores obtidos com as simulações do modelo linear e do circuito chaveado do conversor DC-DC tipo *Buck* usado como exemplo.

	Circuito Chaveado	Modelo Linear	Diferença
$V_g = 40 \text{ V}$	$V_o = 9,546 \text{ V}$	$V_o = 10,000 \text{ V}$	0,454 V
$V_g = 44 \text{ V}$	$V_o = 10,540 \text{ V}$	$V_o = 11,000 \text{ V}$	0,460 V
Incremento observado	$\Delta V_o = 0,994 \text{ V}$	$\Delta V_o = 1,000 \text{ V}$	

5. Conclusões

Com o uso do modelo linear proposto por Vorérian para conversores DC-DC PWM, é possível representar o circuito não-linear chaveado por meio de uma função de transferência linear. Usando um conversor tipo *Buck* como exemplo, mostrou-se que o comportamento dinâmico do circuito é modelado com grande aproximação pelo modelo linear. A partir da função de transferência obtida, é possível propor e dimensionar malhas de controle adequadas para a regulação automática do conversor.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Vorérian, Vatché *Simplified Analysis of PWM Converters using Model of PWM Switch – Part I: Continuous Current Mode*. IEEE Transactions on Aerospace and Electronics Systems, vol. 26, no. 3, May 1990.
- [2] Vorérian, Vatché *Simplified Analysis of PWM Converters using Model of PWM Switch – Part II: Discontinuous Current Mode*. IEEE Transactions on Aerospace and Electronics Systems, vol. 26, no. 4, June 1990.
- [3] Mehl, Ewaldo L. M. *Anotações da disciplina “Modelização e Controle de Conversores Estáticos”*. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1993.