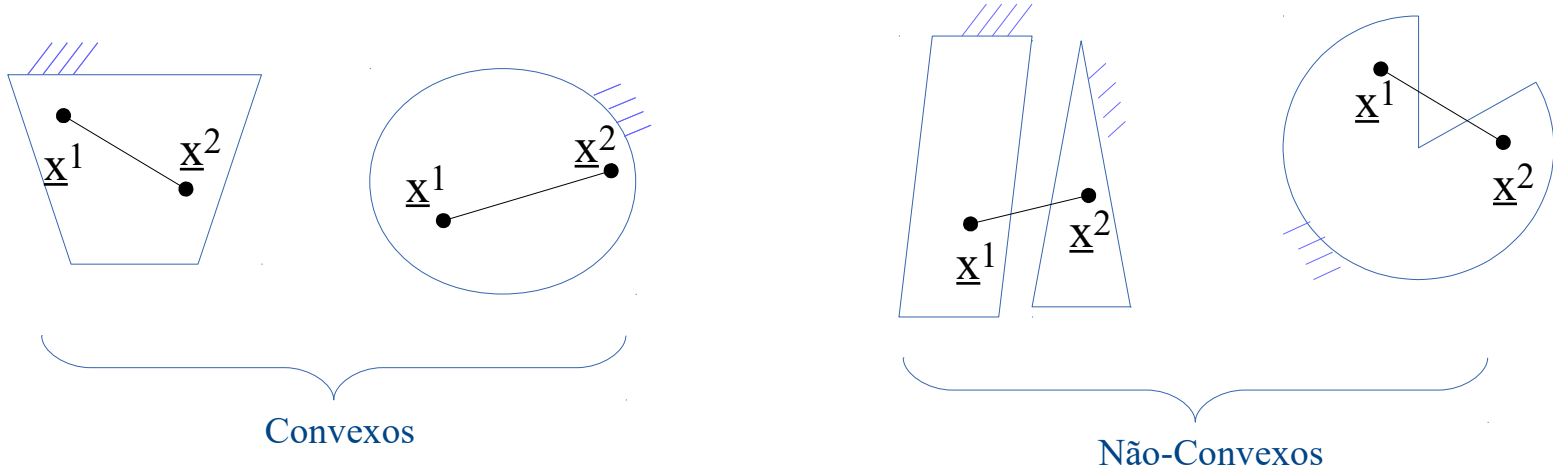


Noções de Convexidade

Conjunto Convexo (S):

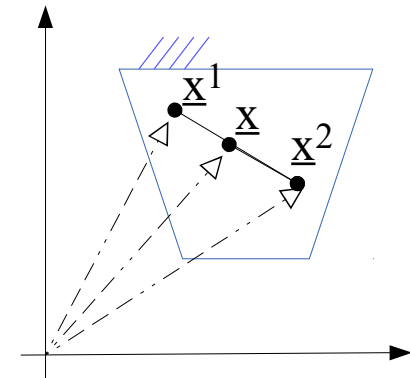
Um segmento ligando quaisquer 2 pontos que pertençam a S, também pertence a S.

Exemplos:



Matematicamente:

$$\forall \underline{x}^1, \underline{x}^2 \in S \Rightarrow [\underbrace{\underline{x} = \alpha \cdot \underline{x}^1 + (1-\alpha) \cdot \underline{x}^2}_{\text{Combinação convexa}}] \in S, 0 \leq \alpha \leq 1$$



Noções de Convexidade

Poliédros Convexos:

- Um sistema de **equações** lineares ($Ax = b$) gera um **HIPERPLANO** ($\mathbb{R}^n$);
- Um sistema de **inequações** lineares ($Ax \leq b$) gera um **SEMI-ESPAÇO**;
- Semi-espacos e Hiperplanos são **Conjuntos Convexos**;
- A intersecção de Semi-espacos e Hiperplanos gera um **POLIEDRO**;
- A intersecção de Conjuntos Convexos é **Convexa**.

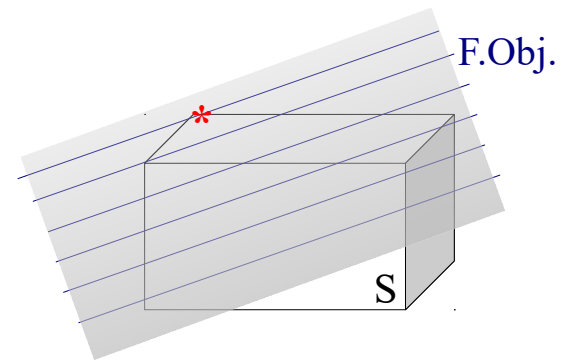
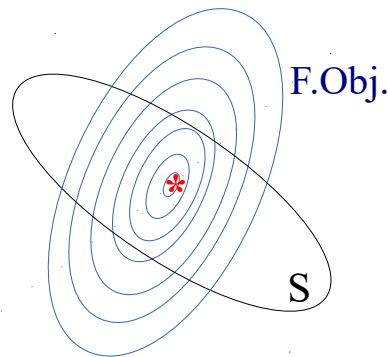
➤ *Logo:* A **Região Factível** de um Problema de Otimização Linear (P.O.L.) constitui-se num **POLIEDRO CONVEXO**

Noções de Convexidade

Então:

O problema de encontrar o valor máximo (ou mínimo) de uma Função (objetivo) Côncava (ou Convexa) sobre um Conjunto Convexo (restrições) constitui-se num **Problema Convexo**.

- Num Problema Convexo, um Máximo (ou mínimo) **Local é também Global**;



- Logo*, o P.O.L. é um **problema convexo**, onde, se existir um ótimo, este será **Global**.

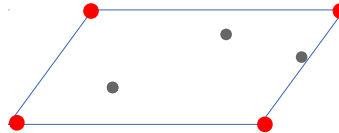
Noções de Convexidade

Pontos Extremos (ou Vértices) de S:

Definição 1:

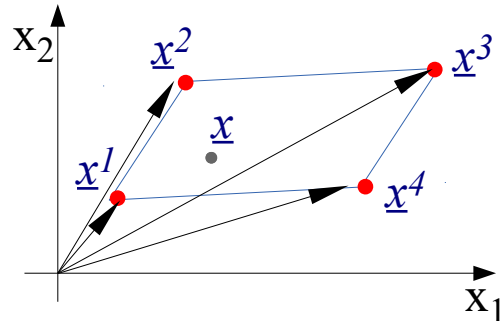
$\underline{x}$ é um vértice de um conjunto convexo S, se não puder ser representado como combinação convexa de outros pontos de S, ou seja:

Não existe segmento de reta entre dois pontos de S que contenha um vértice, a menos que seja o próprio vértice.



Definição 2:

Qualquer ponto do conjunto convexo S pode ser representado como combinação convexa de seus vértices.



$$\underline{x} = \alpha_1 \cdot \underline{x}^1 + \alpha_2 \cdot \underline{x}^2 + \alpha_3 \cdot \underline{x}^3 + \alpha_4 \cdot \underline{x}^4$$

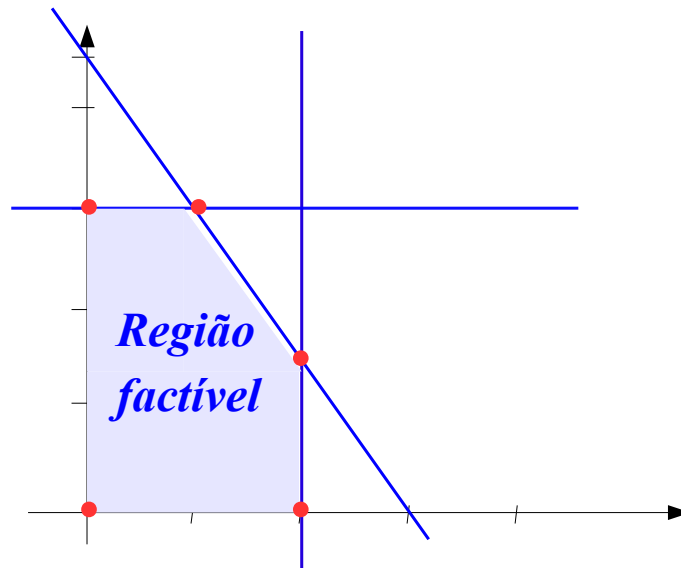
$$\text{onde: } \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = 1$$

$$\text{e: } \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4 \geq 0$$

Otimização Linear

Propriedades Fundamentais de um P.O.L.:

- 1) A solução ótima sempre ocorre num vértice factível;
- 2) Existe um número finito de vértices factíveis;
- 3) Se o valor da F. Obj. num determinado vértice factível for maior ou igual (supondo maximização) ao obtido em todos os vértice factíveis adjacentes, então este vértice factível é a solução ótima do POL.



• Vértices factíveis