

# Método Simplex

Relembrando as particularidades observadas quanto ao *Tableau*:

Do *Tableau* inicial (na Forma Preparada):

$t^0$	$\underline{c}_{[n]}$	$\underline{0}_{[m]}$	$\underline{W}$
$T^0$	$\underline{A}_{[m \times n]}$	$\underline{I}_{[m \times m]}$	$\underline{b}_{[m]}$

*Tableau* Final:

	<i>otimalidade</i>		$FO^*$
$t^*$	$\underline{c} + \underline{y}^* \cdot \underline{A}$	$\underline{y}^*$	$\underline{W} + \underline{y}^* \cdot \underline{b}$
$T^*$	$\underline{S}^* \cdot \underline{A}$	$\underline{S}^*$	$\underline{S}^* \cdot \underline{b}$ <i>factibilidade</i>

Análises Pós-Otimização:

↳ Análise de Sensibilidade

↳ Análise Paramétrica



# Método Simplex

Análise de Sensibilidade:

➤ Mudanças no vetor  $\underline{b}$ :

A nova solução com  $b_2 \rightarrow 7$  fica determinada por:

$$\begin{aligned} \underline{t}^* &= \underline{t}^0 + \underline{y}^* \cdot T^0 \\ &= [ -300 \ -500 \ | \ 0 \ 0 \ 0 \ | \ W ] + [ 0 \ 300 \ 100 ] \left( \begin{array}{ccc|ccc|c} 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 7 \\ 3 & 2 & 0 & 0 & 1 & 18 \end{array} \right) \\ &= [ \equiv \equiv \ | \ \equiv \ \equiv \ \equiv \ | \ W + 300 \cdot 7 + 100 \cdot 18 ] = [ \equiv \equiv \ | \ \equiv \ \equiv \ \equiv \ | \ W + 3900 ] \\ &\qquad\qquad\qquad \underline{y}^* \cdot \underline{b} \end{aligned}$$

# Método Simplex

Análise de Sensibilidade:

➤ Mudanças no vetor  $\underline{b}$ :

A nova solução com  $b_2 \rightarrow 7$  fica determinada por:

$$\begin{aligned}
 T^* &= S^* \cdot T^0 \\
 &= \begin{pmatrix} 1 & 4/3 & -2/3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2/3 & 1/3 \end{pmatrix} \left( \begin{array}{cc|ccc|c} 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 7 \\ 3 & 2 & 0 & 0 & 1 & 18 \end{array} \right) \\
 &= \begin{pmatrix} \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & 8 + 7 \cdot 4/3 - 18 \cdot 2/3 \\ \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & 7 \\ \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & -7 \cdot 2/3 + 18 \cdot 1/3 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & 16/3 \\ \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & 7 \\ \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & 4/3 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

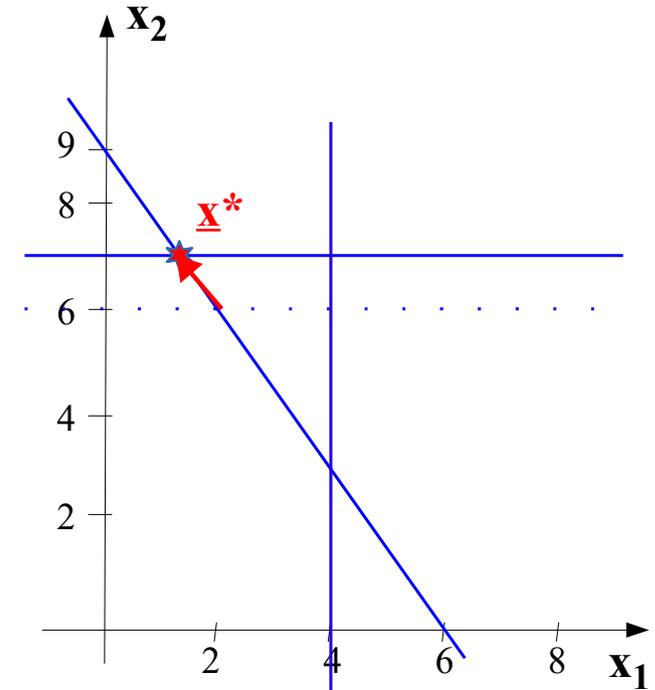
# Método Simplex

Análise de Sensibilidade:

➤ Mudanças no vetor  $\underline{b}$ :

Assim, a nova solução com  $b_2 \rightarrow 7$  fica:

$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	
0	0	0	300	100	W+3900
0	0	1	4/3	-2/3	16/3
0	1	0	1	0	7
1	0	0	-2/3	1/3	4/3



**Solução ótima:**

$$x_1^* = 4/3 \quad s_1^* = 16/3$$

$$x_2^* = 7 \quad s_2^* = 0$$

$$s_3^* = 0$$

$$W^* = -3900 \quad Z^* = +3900$$

# Método Simplex

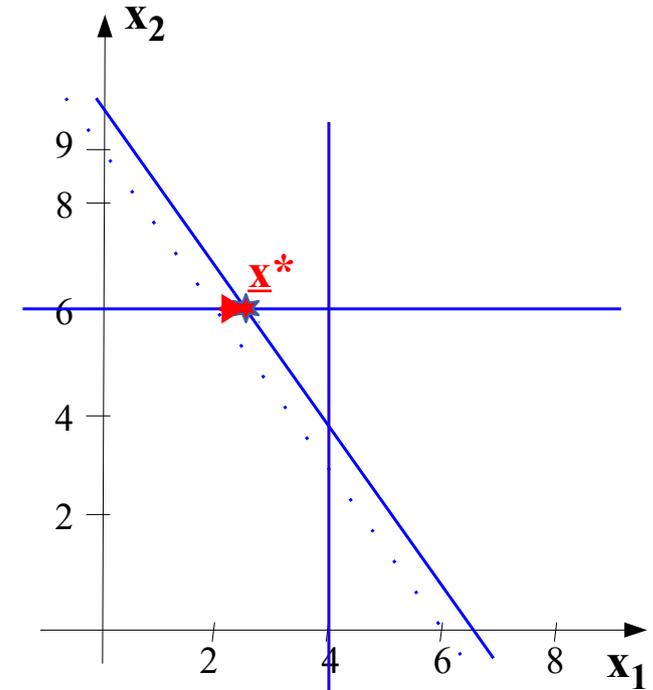
Análise de Sensibilidade:

➤ Mudanças no vetor  $\underline{b}$ :

Nova solução, caso  $b_3 \rightarrow 19$  ficaria:

$$= \left( \begin{array}{cc|cc|c} \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & W + 300.6 + 100.19 \\ \hline \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & 8 + 6.4/3 - 19.2/3 \\ \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & 6 \\ \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & -6.2/3 + 19.1/3 \end{array} \right)$$

$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	
0	0	0	300	100	$W+3700$
0	0	1	$4/3$	$-2/3$	$10/3$
0	1	0	1	0	6
1	0	0	$-2/3$	$1/3$	$7/3$



**Solução ótima:**

$$x_1^* = 7/3 \quad s_1^* = 10/3$$

$$x_2^* = 6 \quad s_2^* = 0$$

$$s_3^* = 0$$

$$W^* = -3700 \quad Z^* = +3700$$

# Método Simplex

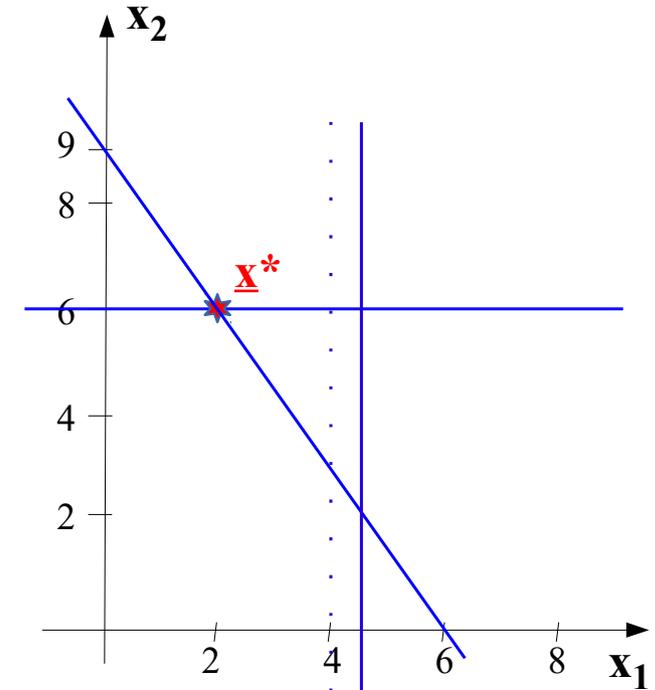
Análise de Sensibilidade:

➤ Mudanças no vetor  $\underline{b}$ :

Nova solução, caso  $b_1 \rightarrow 9$  ficaria:

$$= \left( \begin{array}{cc|cc|c} \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & W + 300.6 + 100.18 \\ \hline \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & 9 + 6.4/3 - 18.2/3 \\ \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & 6 \\ \equiv & \equiv & \equiv & \equiv & -6.2/3 + 18/3 \end{array} \right)$$

$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	
0	0	0	300	100	W+3600
0	0	1	4/3	-2/3	5
0	1	0	1	0	6
1	0	0	-2/3	1/3	2



**Solução ótima:**

$$x_1^* = 2 \quad s_1^* = 5$$

$$x_2^* = 6 \quad s_2^* = 0$$

$$s_3^* = 0$$

$$W^* = -3600 \quad Z^* = +3600$$

# Método Simplex

Análise de Sensibilidade:

➤ Mudanças no vetor  $\underline{b}$ :

Observando a solução ótima:

$$\underline{y}^* \cdot (\underline{b} + \underline{\Delta b}) = \underline{y}^* \cdot \underline{b} + \underline{y}^* \cdot \underline{\Delta b} = Z^* + \Delta Z^*$$

Assim, no exemplo, se:

$$\Delta Z^* = \underline{y}^* \cdot [1 \ 1 \ 1]' = 0 + 300 + 100$$

$\underline{y}^* \rightarrow$  'shadow price' ou **Custo Marginal** do Problema

(indica o quanto o valor da F.O. é modificado quando coeficientes de  $\underline{b}$  variam *na margem*)

# Método Simplex

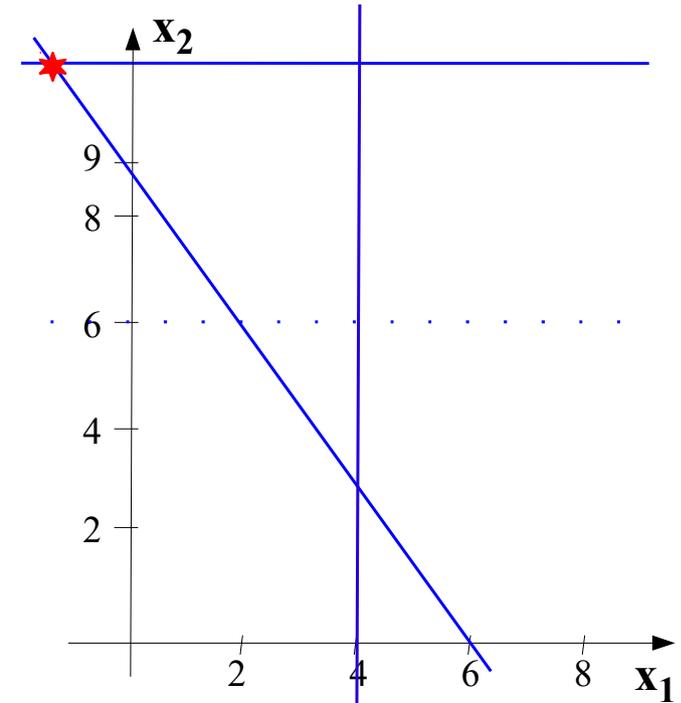
Análise de Sensibilidade:

➤ Mudanças no vetor  $\underline{b}$ :

E, se  $b_2 \rightarrow 12$  ?

$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	
0	0	0	300	100	$W+5400$
0	0	1	$4/3$	$-2/3$	12
0	1	0	1	0	12
1	0	0	$-2/3$	$1/3$	-2

infactível



# Método Simplex

Análise de Sensibilidade:

➤ Margens de variação de  $\underline{b}$  para manter factibilidade:

Para garantir factibilidade  $\mathbf{b}^* \geq 0$ , logo:

$$\mathbf{S}^* \cdot (\underline{\mathbf{b}} + \underline{\Delta \mathbf{b}}) = \underline{\mathbf{b}}^* + \underline{\Delta \mathbf{b}}^* \geq 0$$

Assim, buscando limites para variação de  $b_2$ :

$$\underline{\Delta \mathbf{b}} = \begin{pmatrix} 0 \\ \Delta b_2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\Delta \mathbf{b}}^* = \begin{pmatrix} 1 & 4/3 & -2/3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2/3 & 1/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \Delta b_2 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \Delta b_1^* = 4/3 \Delta b_2 \\ \Delta b_2^* = 1 \Delta b_2 \\ \Delta b_3^* = -2/3 \Delta b_2 \end{cases}$$

Então:

$$\begin{cases} 4 + 4/3 \Delta b_2 \geq 0 \\ 6 + \Delta b_2 \geq 0 \\ 2 - 2/3 \Delta b_2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta b_2 \geq -3 \\ \Delta b_2 \geq -6 \\ \Delta b_2 \leq +3 \end{cases} \Rightarrow \boxed{-3 \leq \Delta b_2 \leq +3}$$

# Método Simplex

Análise de Sensibilidade:

➤ Margens de variação de  $\underline{b}$  para manter factibilidade:

Para garantir factibilidade  $\underline{b}^* \geq 0$ , logo:

$$S^* \cdot (\underline{b} + \underline{\Delta b}) = \underline{b}^* + \underline{\Delta b}^* \geq 0$$

Assim, os limites para variação de  $b_2$ :  $-3 \leq \Delta b_2 \leq +3 \Rightarrow 3 \leq b_2 \leq 9$

