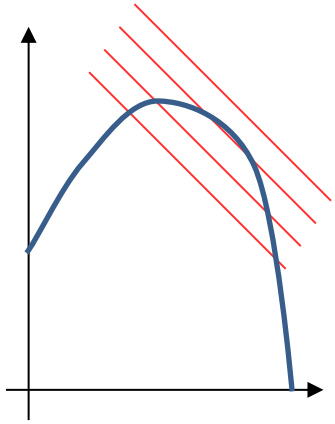
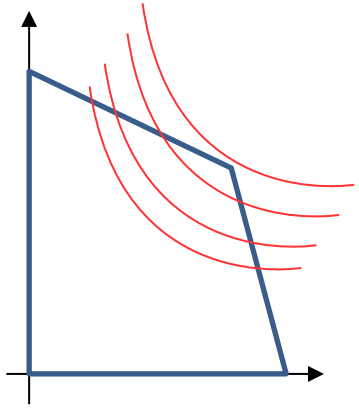
Otimização Não-Linear

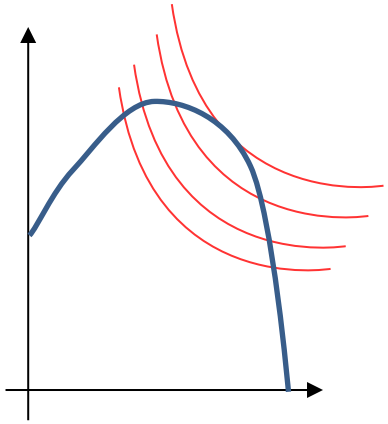
Associada a problemas de otimização que contenham pelo menos uma expressão não-linear (Função Objetivo e/ou Restrições)



Função Objetivo Linear
Restrições não-lineares



Função Objetivo Não-linear
Restrições Lineares

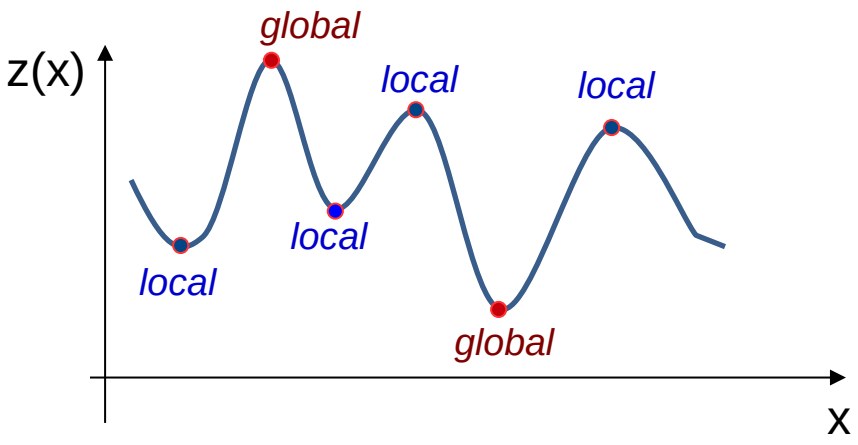


Função Objetivo Não-linear
Restrições Não-lineares

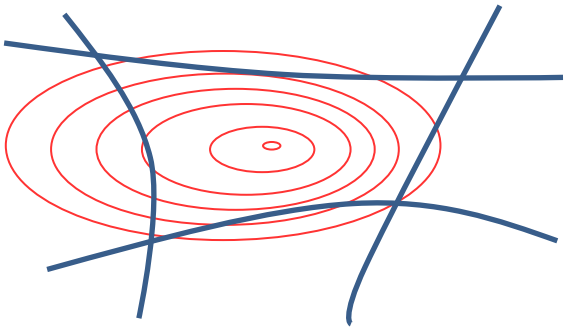
Otimização Não-Linear

Características dos Problemas Não-Lineares:

1) Dificuldade em determinar-se um *ótimo global*



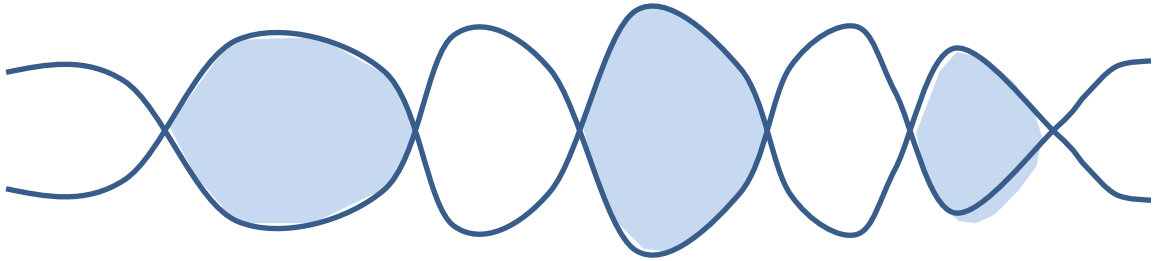
2) O ótimo (local ou global) não é restrito aos extremos da região factível



Otimização Não-Linear

Características dos Problemas Não-Lineares:

3) Podem existir múltiplas regiões factíveis



4) Dificuldade na determinação do resultado

- Ótimo global/local/ilimitado
- Ponto de partida factível não trivial $\Rightarrow$ infactível ?

Otimização Não-Linear

<u>Características dos Problemas Não-Lineares</u>:

5) Diferentes pontos de partida podem proporcionar diferentes soluções

6) Diferentes algoritmos podem levar a diferentes soluções

7) Diferentes formulações do mesmo problema podem levar a diferentes soluções

Ex.:

(i) $x^2 + y^2 \leq 25$

(ii) $a + b \leq 25$

$a = x^2 \;\; ; \;\; b = y^2$

Otimização Não-Linear

Tipos de Problemas de Otimização Não-Linear:

- Otimização Irrestrita: região factível = $\Re^n$
  - Busca Unidimensional (*Line Search*)
  - Busca Multidimensional

- Otimização com Restrições
  - Quadrática: Função Objetivo Quadrática
  - Convexa: Função Objetivo convexa (ou côncava) e restrições convexas
  - Não-convexa
  - Geométrica

Otimização Não-Linear Irrestrita

Conceitos Fundamentais:

- Condição necessária para ótimo:

$f'(x) = 0 \quad \rightarrow$ monovariável

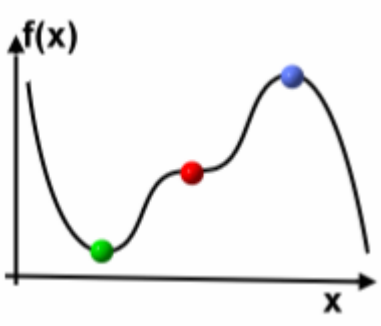
$\nabla f(\underline{x}) = 0 \quad \rightarrow$ multivariável

- Condição suficiente :

$f''(x) > 0 \quad \rightarrow$ **ponto de mínimo**

$f''(x) = 0 \quad \rightarrow$ **ponto de sela**

$f''(x) < 0 \quad \rightarrow$ **ponto de máximo**



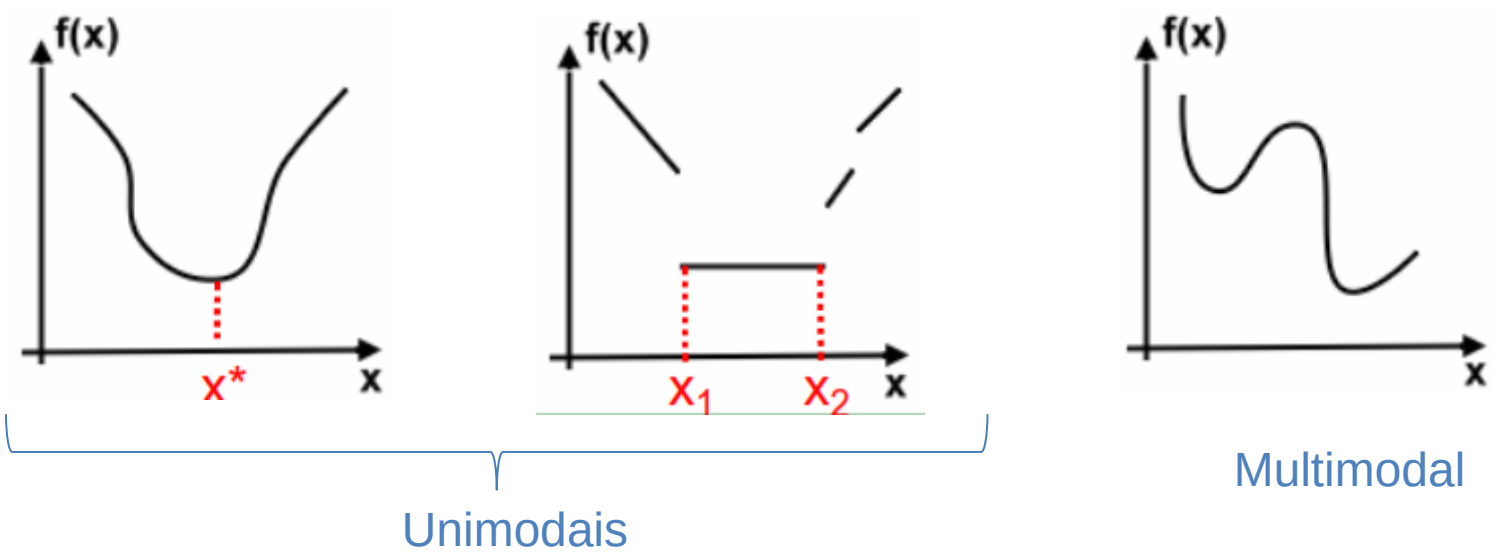
Otimização Não-Linear Irrestrita

Conceitos Fundamentais:

- Função Unimodal

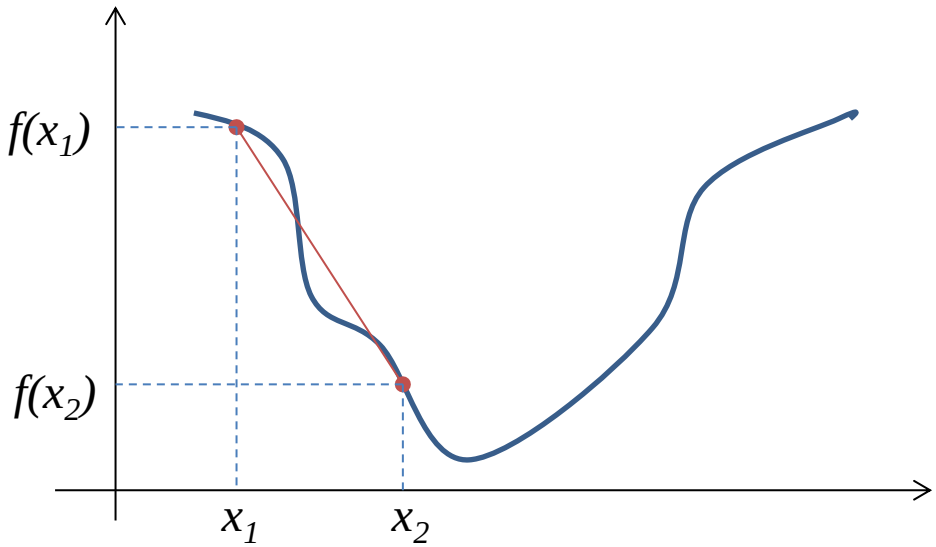
Uma função f de uma variável x definida no intervalo [a, b] é dita unimodal se existem λ_1 e $\lambda_2 \in$ [a, b] tal que:

a) f(x) é estritamente decrescente em $x < \lambda_1$;
b) f(x) é estritamente crescente em $x > \lambda_2$;
c) f(x) é constante no intervalo $[\lambda_1 , \lambda_2]$



Otimização Não-Linear Irrestrita

Conceitos Fundamentais:

- Função Unimodal

$$\forall\, x_1 \neq x_2 \in [a,b], f\underbrace{\big((1-\alpha)x_1 + \alpha x_2\big)}_{\text{Combinação convexa}} \leq \text{máx}\{f(x_1), f(x_x)\}$$