EELT 7027
Métodos de Otimização para Engenharia Elétrica

Prof. Odilon Luís Tortelli
odilon@eletrica.ufpr.br
Gabinete 6

Otimização

- É uma área dos **métodos numéricos** que visa encontrar a **melhor solução** de um problema a partir de um conjunto de alternativas, sem ter de enumerar explicitamente e avaliar todas as alternativas possíveis.

- É o processo matemático de encontrar as condições que proporcionam o valor **máximo** ou **mínimo** de uma função.

- Métodos de otimização também são conhecidos como técnicas de **Programação ("planejamento") Matemática** e são geralmente estudados no âmbito da Pesquisa Operacional.

- **Pesquisa Operacional** é um ramo da matemática associado a problemas de **tomada de decisão**.

Otimização

"Otimização é o processo de obter o **melhor** resultado em dadas circunstâncias. Em várias fases de projeto, construção e manutenção de sistema de engenharia, os engenheiros têm de tomar diversas **decisões** tecnológicas e gerenciais. O objetivo final de todas estas decisões é sempre o de **minimizar** o esforço necessário ou **maximizar** o benefício desejado."
Engineering Optimization – Rao – Wiley 2009

"O processo de otimização está na **raiz da engenharia**, já que a função clássica do engenheiro é a de conceber novos, **melhores**, **menos** caros e **mais** eficientes sistemas, bem como elaborar planos e procedimentos para a **melhoria** do funcionamento dos sistemas existentes."
Engineering Optimization – Ravindra, Ragsdell e Reklaitis – Wiley 2006

Otimização – Breve Histórico

1600s - 1800s - Fundamentos do cálculo

Newton (1642-1727)

Leibnitz (1646-1716)

Euler (1707-1783)

Lagrange (1736-1813)

Cauchy (1789-1857)

"Independente do modo como o comportamento humano se manifesta, ele normalmente reflete padrões de **maximização** e **minimização**. *Assim, não há dúvidas de que fenômenos naturais podem ser explicados por meio dos métodos de* **maximização** ou **minimização**."

Leonhard Euler, 1744

1800s - 1900s – Modelos econômicos

Quesnay (1694-1774) – "*Tableau économique*" (1758)

Walras (1834-1910) – Teoria do Equilibrio Geral (1870)

Pareto (1848 -1923) – Ótimo de Pareto ()

von Neumann (1903-1957) – Modelo de Equilíbrio econômico (1937)
Teoria de Jogos (1944)

Leontief (1905-1999) - Modelo *Input-Output* ou Matriz de Leontief (1941)

Kantorovich (1912-1986) – Precursor da Programação Linear (1939)

Otimização – Breve Histórico

1935-1945 - 2ª Guerra Mundial

Surgimento da Pesquisa Operacional (*Operations Research*) inicialmente orientado ao estudo do uso de radares para defesa aérea britânica e aprimoramento de outras estratégias militares.

1946 – Primeiro computador digital

ENIAC (*Electronic Numerical Integrator and Computer*)

1947 - Método Simplex (Programação Linear)

George Dantzig (1914-2005)

1951 (1939) - Condições Gerais de Otimalidade (KKT)

William ***K***arush (1917-1997),

Harold William ***K***uhn (1925-2014)

Albert William ***T***ucker (1905-1995)

1984 – Método dos Pontos Interiores

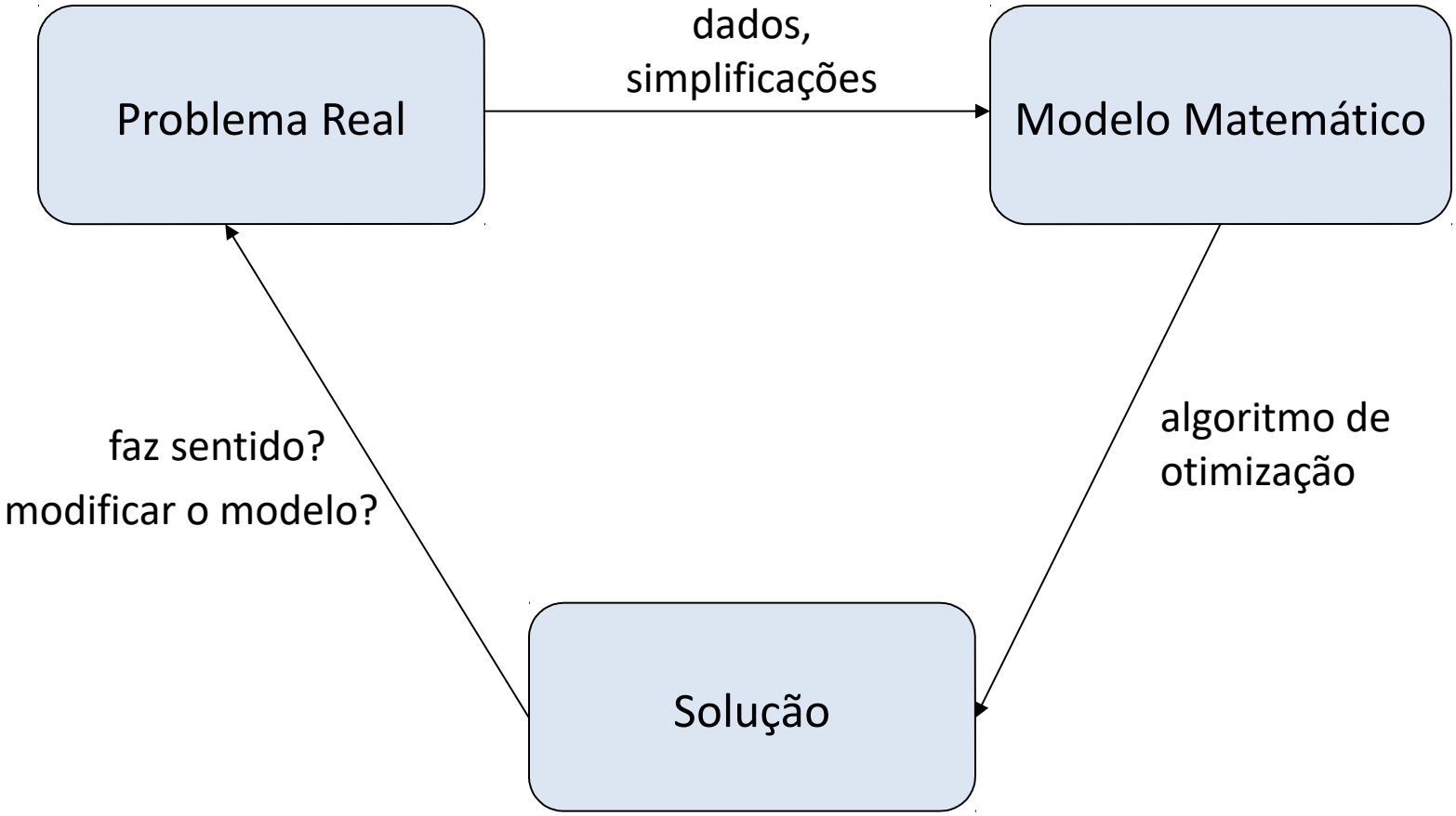
Narendra Karmarkar (1957-)

Exemplos de aplicação

Otimização no seu sentido mais amplo pode ser aplicada para resolver inúmeros problema de engenharia:

- Maximização do benefício e/ou minimização dos custos do produto em processos de transformação e da construção;
- Alocação de recursos ou serviços entre várias atividades para maximizar o benefício;
- Planejamento da operação e expensão do sistema elétrico de potência;
- Projeto de equipamentos para máxima eficiência e/ou menor peso/custo;
- Determinação do traçado ideal de redes elétricas, estradas, dutos, cargas;
- Planejamento de manutenção e substituição de equipamentos para redução dos custos operacionais;
- Minimização do tempo de processamento em sistemas de produção;
- Projeto de mínimo peso de estruturas sujeitas a terremoto, vento e outros tipos de carregamento;
- Otimização de sistemas de controle.

Processo de Otimização



Estrutura do problema de otimização

Forma geral:

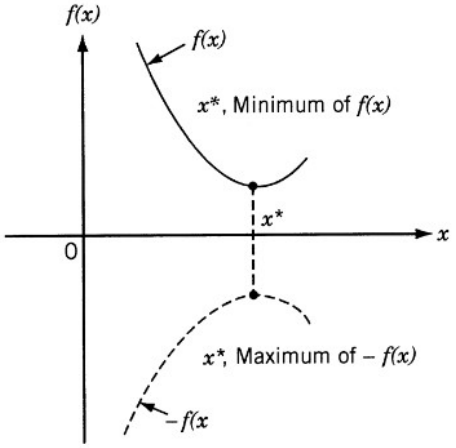
Minimizar (ou Maximizar)

f(x1,…,xn) (função objetivo)

sujeito a:

hi(x1,…,xn) = 0 (restrições de igualdade)

gj(x1,…,xn) ≥ 0 (restrições de desigualdade)



Solução:

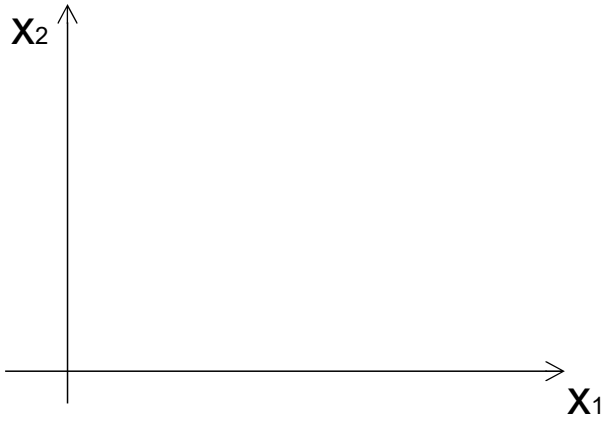
encontrar os valores das variáveis de otimização (*x1,…,xn)* que:

- Satisfaçam as restrições impostas e;
- atinjam o valor mínimo (ou máximo) da função objetivo

Estrutura do problema de otimização

Componentes fundamentais:

- **Variáveis de decisão** (*x*): Conjunto de incógnitas ou variáveis que controlam o valor da função objetivo.

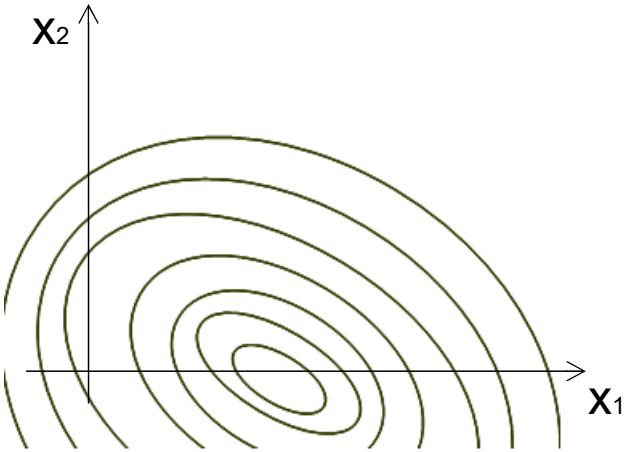


Estrutura do problema de otimização

Componentes fundamentais:

- **Variáveis de decisão** (*x*): Conjunto de incógnitas ou variáveis que controlam o valor da função objetivo.

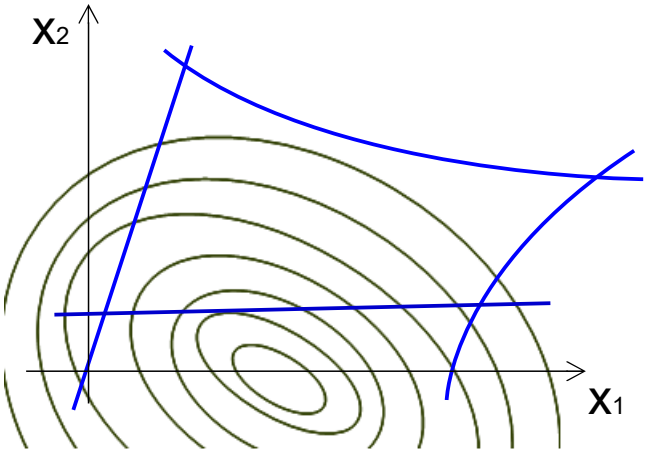
- **Função objetivo** (*f(x)*): critério quantitativo com base no qual determina-se a melhor solução.



Estrutura do problema de otimização

Componentes fundamentais:

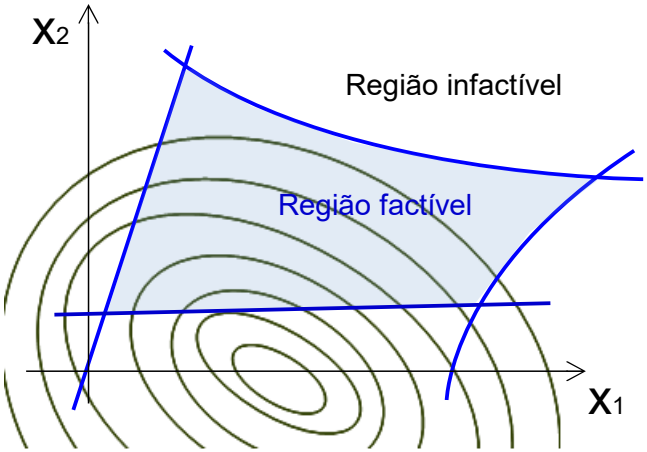
- **Variáveis de decisão** (*x*): Conjunto de incógnitas ou variáveis que controlam o valor da função objetivo.
- **Função objetivo** (*f(x)*): critério quantitativo com base no qual determina-se a melhor solução.
- **Restrições** (*h(x) e g(x)*): delimitam o espaço do sistema a ser otimizado, definindo a *região factível* para a solução do problema.



Estrutura do problema de otimização

Componentes fundamentais:

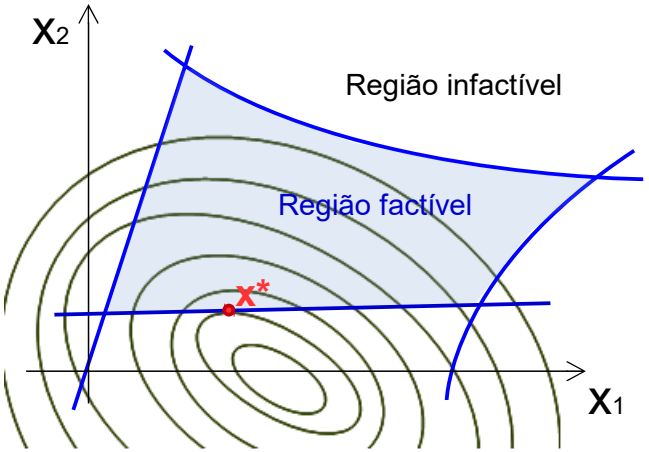
- **Variáveis de decisão** (*x*): Conjunto de incógnitas ou variáveis que controlam o valor da função objetivo.
- **Função objetivo** (*f(x)*): critério quantitativo com base no qual determina-se a melhor solução.
- **Restrições** (*h(x) e g(x)*): delimitam o espaço do sistema a ser otimizado, definindo a *região factível* para a solução do problema.



Estrutura do problema de otimização

Componentes fundamentais:

- **Variáveis de decisão** (*x*): Conjunto de incógnitas ou variáveis que controlam o valor da função objetivo.
- **Função objetivo** (*f(x)*): critério quantitativo com base no qual determina-se a melhor solução.
- **Restrições** (*h(x) e g(x)*): delimitam o espaço do sistema a ser otimizado, definindo a *região factível* para a solução do problema.



Classificação dos problemas de otimização

Baseada na existência de **restrições**:

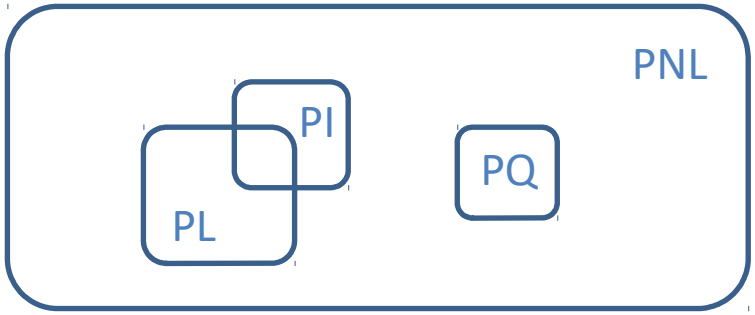
- Otimização restrita
- Otimização irrestrita

Baseada na **natureza das equações** envolvidas:

- Programação linear (PL): f.o. e todas as restrições são lineares
- Programação não-linear (PNL): f.o. e/ou alguma restrição é não linear
  - Programação quadrática (PQ): f.o. é quadrática e as restrições são lineares

Baseada nos valores admitidos para as **variáveis de decisão**:

- Programação com números reais
- Programação Inteira (PI): variáveis são números inteiros
- Programação Inteira-mista (PIM): algumas variáveis são reais e outras inteiras



Bibliografia

- F. S. HILLIER – *Introdução à Pesquisa Operacional*. McGraw Hill, 2013.
- D. G. LUENBERGER - *Linear and nonlinear programming.* Springer, 2008.
- H. A. TAHA - *Pesquisa operacional*. Pearson Prentice Hall, 2008.
- J. NOCEDAL - *Numerical Optimization*. Springer, 2006.
- D. BERTSEKAS - Nonlinear programming. Athena Scientific, 1999.
- S. RAO - *Engineering optimization: theory and practice.* Wiley-Interscience, 1996.
- M. S. BAZARAA - *Nonlinear programming: theory and algorithms*. J. Wiley, 1993.
- M. S. BAZARAA - *Linear programming and network flows*. J.Wiley, 1990.
- R. FLETCHER - *Practical methods of optimization.* Wiley, 1987.

Código: TE854

Disciplina- Métodos de Otimização para Engenharia Elétrica

Carga Horária: 60 horas/aula

Créditos: 04 créditos.

Ementa:

Fundamentos de otimização; Otimização linear: Método simplex, Teoria da Dualidade, Análise de Sensibilidade, Pontos Interiores; Programação Inteira; Otimização não-linear irrestrita; Algoritmos de descida e busca unidimensional; Otimização com restrições.