

TE940

# Técnicas de Otimização para Engenharia

*Prof. Odilon Luís Tortelli*

*odilon@eletrica.ufpr.br*

*Gabinete 6*

# Otimização - Definições

- É uma área dos métodos numéricos que visa encontrar a **melhor solução** de um problema a partir de um conjunto de alternativas, sem ter de enumerar explicitamente e avaliar todas as alternativas possíveis.
- É o **processo matemático** de encontrar as condições que proporcionam o valor **máximo** ou **mínimo** de uma função.
- Métodos de otimização também são conhecidos como técnicas de **Programação (“planejamento”) Matemática** e são geralmente estudados no âmbito da Pesquisa Operacional.

# Otimização e Engenharia

“Otimização é o processo de obter o **melhor** resultado em dadas circunstâncias. Em várias fases de projeto, construção e manutenção de sistema de engenharia, os engenheiros têm de tomar diversas **decisões** tecnológicas e gerenciais. O objetivo final de todas estas decisões é sempre o de **minimizar** o esforço necessário ou **maximizar** o benefício desejado.”

*Engineering Optimization – Rao – Wiley 2009*

“O processo de otimização está na **raiz da engenharia**, já que a função clássica do engenheiro é a de conceber novos, **melhores**, **menos** caros e **mais** eficientes sistemas, bem como elaborar planos e procedimentos para a **melhoria** do funcionamento dos sistemas existentes.”

*Engineering Optimization – Ravindra, Ragsdell e Reklaitis – Wiley 2006*

# Exemplos de aplicação

Otimização no seu sentido mais amplo pode ser aplicada para resolver inúmeros problema de engenharia:

- Planejamento da operação e expansão do sistema elétrico de potência
- Projeto de equipamentos para máxima eficiência e/ou menor peso/custo
- Determinação do traçado ideal de redes elétricas, estradas, dutos, cargas
- Planejamento de manutenção e substituição de equipamentos para redução dos custos operacionais
- Minimização do tempo de processamento em sistemas de produção
- Otimização de sistemas de controle
- Minimização dos custos do produto em processos de transformação e da construção

# Otimização e Engenharia

## Aplicações da pesquisa operacional

| Organização                            | Natureza da aplicação  | Economia anual (US\$)     |
|--|--|---------------------------|
| Federal Express                        | Planejamento logístico de despachos  | Não estimada              |
| Continental Airlines                   | Otimizar a realocação de tripulações quando ocorrem desajustes nos horários de voo         | 40 milhões                |
| Swift & Company                        | Aumentar as vendas e melhorar o desempenho na fabricação                                   | 12 milhões                |
| Memorial Sloan-Kettering Cancer Center | Procedimentos de tratamentos radioterápicos  | 459 milhões               |
| United Airlines                        | Programar turnos de trabalho nas centrais de reserva e nos balcões em aeroportos           | 6 milhões                 |
| Welch's                                | Otimizar o uso e a movimentação de matéria-prima   | 150 mil                   |
| Samsung Electronics                    | Desenvolver métodos de redução de tempo de fabricação e níveis de estoque                  | 200 milhões mais receitas |
| Pacific Lumber Company                 | Gestão de ecossistemas florestais a longo prazo  | 398 milhões VPL*          |
| Procter & Gamble                       | Redesenho do sistema de produção e distribuição  | 200 milhões               |
| Canadian Pacific Railway               | Planejamento de rotas para frete ferroviário   | 100 milhões               |
| United Airlines                        | Realocação de aeronaves quando ocorrem problemas   | Não estimada              |
| U.S. Military                          | Planejamento logístico das Operações Tempestade no Deserto                                 | Não estimada              |
| Air New Zealand                        | Alocação de tripulação de voo  | 6,7 milhões               |
| Taco Bell                              | Programar a escala de funcionários nas lojas da rede                                       | 13 milhões                |
| Waste Management                       | Desenvolvimento de um sistema de gerenciamento de rotas para coleta e eliminação de lixo   | 100 milhões               |
| Bank Hapoalim Group                    | Desenvolvimento de um sistema de apoio à tomada de decisão para analistas de investimentos | 31 milhões mais receitas  |
| Sears                                  | Programação e rotas de veículos para as frotas de entrega e de atendimento domiciliar      | 42 milhões                |
| Conoco-Phillips                        | Avaliação de projetos de exploração petrolífera  | Não estimada              |
| Workers' Compensation                  | Gestão de pedidos de benefícios por invalidez e reabilitação de alto risco                 | 4 milhões                 |
| Westinghouse                           | Avaliar projetos de pesquisa e desenvolvimento   | Não estimada              |
| Merrill Lynch                          | Gestão de riscos de liquidez para linhas de crédito rotativo                               | 4 bilhões mais liquidez   |
| PSA Peugeot Citroën                    | Orientar o processo de projeto para plantas de montagem de veículos eficientes             | 130 milhões mais lucros   |
| KeyCorp                                | Aumentar a eficiência do serviço dos caixas de banco                                       | 20 milhões                |
| General Motors                         | Aumentar a eficiência das linhas de produção   | 90 milhões                |
| Deere & Company                        | Controle de estoques por meio de uma cadeia de suprimentos                                 | 1 bilhão menos estoque    |
| Time Inc.                              | Gerenciamento dos canais de distribuição para revistas                                     | 3,5 milhões mais lucros   |
| Bank One Corporation                   | Gestão de linhas de crédito e taxas de juros para cartões de crédito                       | 75 milhões mais lucros    |
| Merrill Lynch                          | Análise para estabelecimento de preços para o fornecimento de serviços financeiros         | 50 milhões mais receitas  |
| AT&T                                   | Projeto e operação de <i>call centers</i>  | 750 milhões mais lucros   |

\* VPL: Valor Presente Líquido.

# Otimização – Breve Histórico

## **1600s - 1800s - Fundamentos do cálculo:**

Newton (1642-1727), Euler (1707-1783), Lagrange (1736-1813), Cauchy (1789-1857) . . .

*“Independente do modo como o comportamento humano se manifesta, ele normalmente reflete padrões de **maximização** e **minimização**. Assim, não há dúvidas de que fenômenos naturais podem ser explicados por meio dos métodos de **maximização** ou **minimização**.”*

*Leonhard Euler, 1744*

## **1800s - 1900s – Modelos econômicos:**

*“Tableau économique”* (1758)

Modelo de Equilíbrio econômico (1937)

Teoria de Jogos (1940)

## **1900s -**

Pesquisa Operacional (*Operations Research* - 2ª Guerra Mundial)

Primeiro computador digital (ENIAC – 1946)

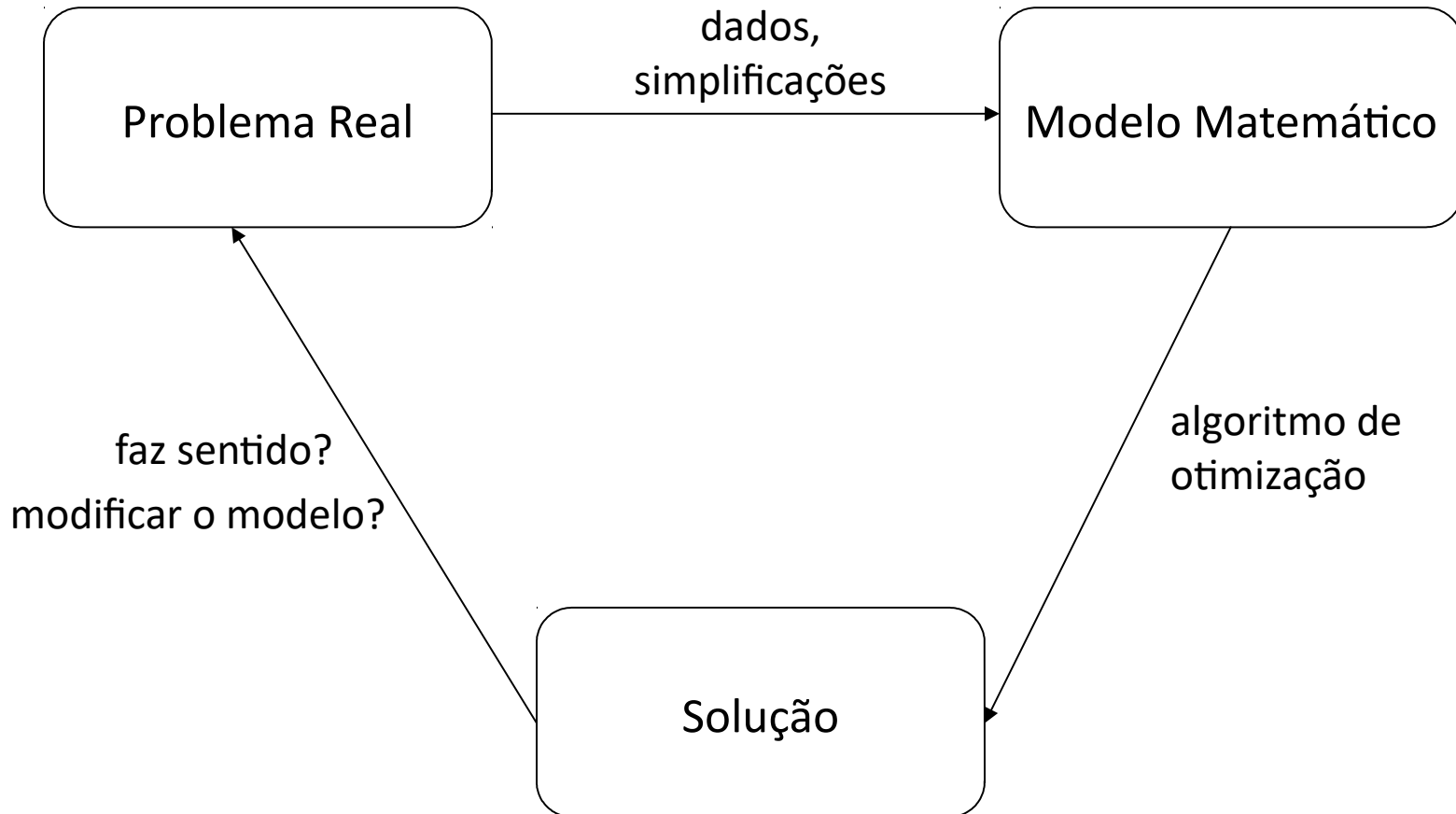
Método Simplex (Dantzig – 1947)

Condições Gerais de Otimalidade (KKT – 1951)

Método dos Pontos Interiores (Karmarkar – 1984)

Métodos Heurísticos (GA, TS, SA ... - 1970s em diante)

# Fundamentos - Processo de Otimização



# Fundamentos - Estrutura do problema

Forma geral de um problema de otimização:

*Minimizar (ou Maximizar)*

$$f(x_1, \dots, x_n)$$

(função objetivo)

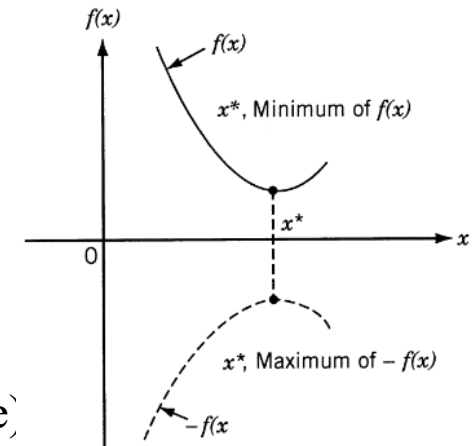
*sujeito a:*

$$h_i(x_1, \dots, x_n) = 0$$

(restrições de igualdade)

$$g_j(x_1, \dots, x_n) \geq 0$$

(restrições de desigualdade)



Solução:

encontrar os valores das variáveis de otimização  $(x_1, \dots, x_n)$  que:

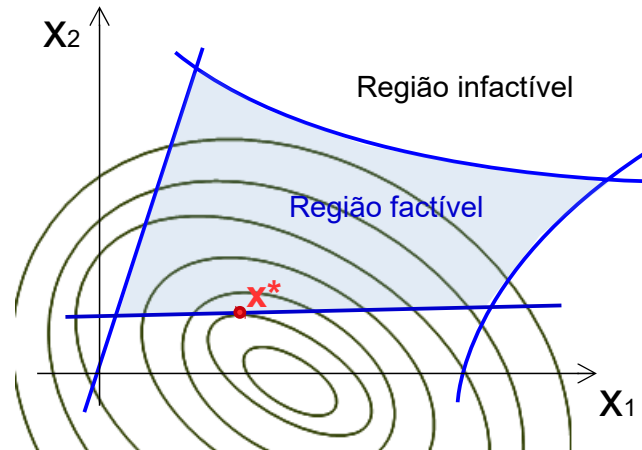
- Satisfaçam as restrições impostas e;
- atinjam o valor mínimo (ou máximo) da função objetivo



# Fundamentos - Estrutura do problema

Componentes fundamentais:

- **Variáveis de decisão** ( $x$ ): Conjunto de incógnitas ou variáveis que controlam o valor da função objetivo.
- **Função objetivo** ( $f(x)$ ): critério quantitativo com base no qual determina-se a melhor solução.
- **Restrições** ( $h(x)$  e  $g(x)$ ): delimitam o espaço do sistema a ser otimizado, definindo a *região factível* para a solução do problema.



# Classificação dos problemas de otimização

## Baseada na existência de restrições:

- Otimização restrita
- Otimização irrestrita

## Baseada na natureza das equações envolvidas:

- Programação linear (PL): f.o. e todas as restrições são lineares
- Programação não-linear (PNL): f.o. e/ou alguma restrição é não linear
  - Programação quadrática (PQ): f.o. é quadrática e as restrições são lineares

## Baseada nos valores admitidos para as variáveis de decisão:

- Programação com números reais
- Programação Inteira (PI): variáveis são números inteiros
- Programação Inteira-mista (PIM): algumas variáveis são reais e outras inteiras

