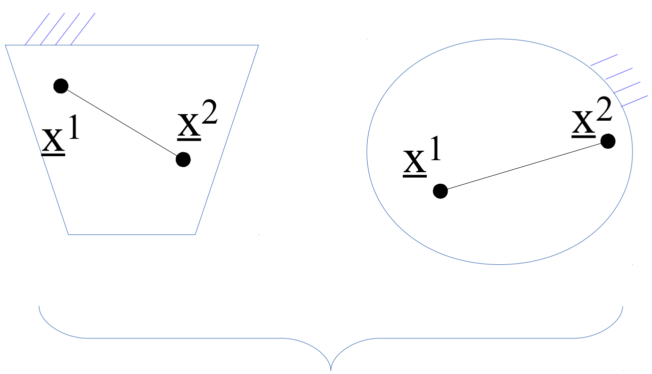
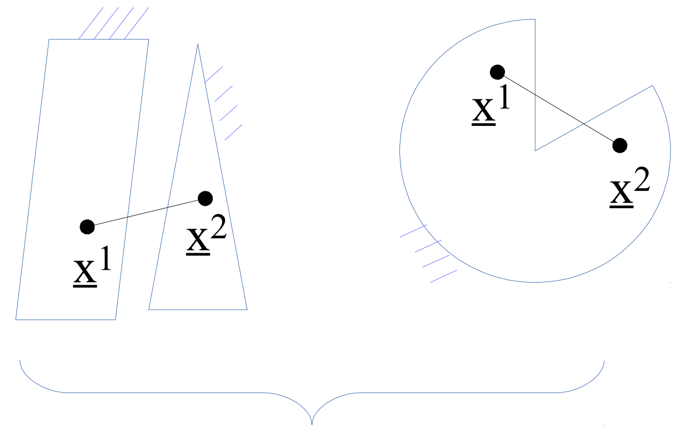
Noções de Convexidade

Conjunto Convexo (S):
Um segmento ligando quaisquer 2 pontos que pertençam a S, também pertence a S.

Exemplos:



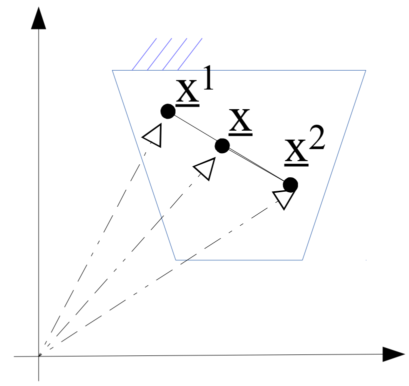
Convexos



Não-Convexos

Matematicamente:

$$\forall\ \underline{x}^1, \underline{x}^2 \in S \Rightarrow \underbrace{[\underline{x} = \alpha.\underline{x}^1 + (1-\alpha).\underline{x}^2]}_{\text{Combinação convexa}} \in S,\ \ 0 \leq \alpha \leq 1$$



Noções de Convexidade

Poliédros Convexos:

- Um sistema de equações lineares ($Ax = b$) gera um HIPERPLANO ($\Re^n$);
- Um sistema de inequações lineares ($Ax \leq b$) gera um SEMI-ESPAÇO;
- Semi-espaços e Hiperplanos são Conjuntos Convexos;
- A intersecção de Semi-espaços e Hiperplanos gera um POLIEDRO;
- A intersecção de Conjuntos Convexos é Convexa.

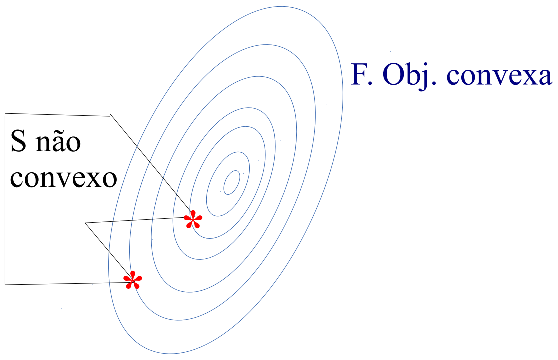
➢ *Logo*: A Região Factível de um Problema de Otimização Linear (P.O.L.) constitui-se num POLIEDRO CONVEXO

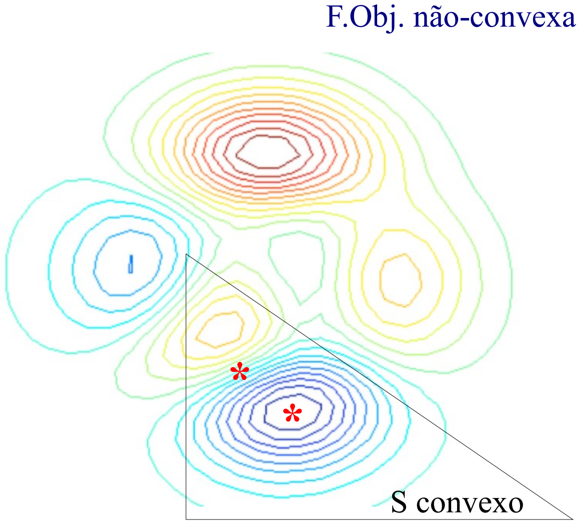
Noções de Convexidade

Então:

O problema de encontrar o valor máximo (ou mínimo) de uma Função (objetivo) Côncava (ou Convexa) sobre um Conjunto Convexo (restrições) constitui-se num Problema Convexo.

- Contra-exemplo:



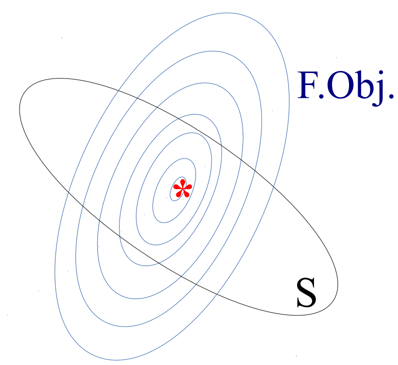


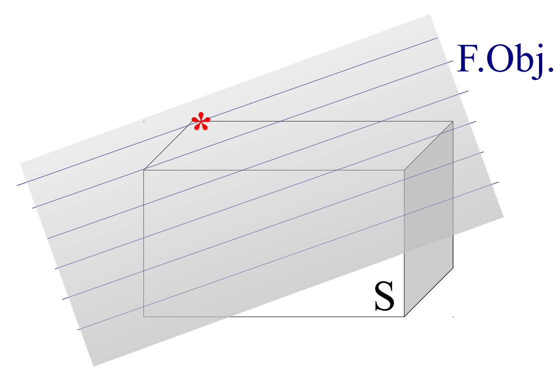
Noções de Convexidade

Então:

O problema de encontrar o valor máximo (ou mínimo) de uma Função (objetivo) Côncava (ou Convexa) sobre um Conjunto Convexo (restrições) constitui-se num Problema Convexo.

- Num Problema Convexo, um Máximo (ou mínimo) Local é também Global;





- *Logo*, como o P.O.L. é um problema convexo, se existir um ótimo, este será Global.

Otimização Linear

Propriedades Fundamentais de um P.O.L.:

1) A solução ótima sempre ocorre num vértice factível;

2) Existe um número finito de vértices factíveis;

3) Se o valor da F. Obj. num determinado vértice factível for maior ou igual (supondo maximização) ao obtido em todos os vértice factíveis adjacentes, então este vértice factível é a solução ótima do POL.

» E, como o P.O.L. é um problema convexo, a solução ótima é global.