

---

## Montagem da Matriz Jacobiana para o Fluxo de Carga pelo Método Newton-Raphson

---

### 1. Dimensão da Matriz Jacobiana (J)

$$\begin{aligned} (nPQ + nPV) \times (nPQ + nPV) &\rightarrow \begin{bmatrix} \frac{\partial(\Delta P)}{\partial \theta} & \frac{\partial(\Delta P)}{\partial V} \\ \frac{\partial(\Delta Q)}{\partial \theta} & \frac{\partial(\Delta Q)}{\partial V} \end{bmatrix} \rightarrow (nPQ + nPV) \times nPQ \\ nPQ \times (nPQ + nPV) &\rightarrow \begin{bmatrix} \frac{\partial(\Delta P)}{\partial \theta} & \frac{\partial(\Delta P)}{\partial V} \\ \frac{\partial(\Delta Q)}{\partial \theta} & \frac{\partial(\Delta Q)}{\partial V} \end{bmatrix} \rightarrow nPQ \times nPQ \end{aligned}$$

Sendo  $nPQ$  o número de barras  $PQ$  e  $nPV$  o número de barras  $PV$ .

### 2. Submatrizes de J definidas por:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{M} & \mathbf{L} \end{bmatrix}$$

### 3. Componentes das submatrizes H, M, N e L:

$$\begin{aligned} H &\begin{cases} H_{km} = \partial P_k / \partial \theta_m = V_k V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \\ H_{kk} = \partial P_k / \partial \theta_k = -V_k^2 B_{kk} - V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \end{cases} \\ N &\begin{cases} N_{km} = \partial P_k / \partial V_m = V_k (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \\ N_{kk} = \partial P_k / \partial V_k = V_k G_{kk} + \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \end{cases} \\ M &\begin{cases} M_{km} = \partial Q_k / \partial \theta_m = -V_k V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \\ M_{kk} = \partial Q_k / \partial \theta_k = -V_k^2 G_{kk} + V_k \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \end{cases} \\ L &\begin{cases} L_{km} = \partial Q_k / \partial V_m = V_k (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \\ L_{kk} = \partial Q_k / \partial V_k = -V_k B_{kk} + \sum_{m \in K} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \end{cases} \end{aligned}$$

### 4. Os elementos $H_{kk}$ , $N_{kk}$ , $M_{kk}$ e $L_{kk}$ podem ser colocados em função das injeções de potência ativa e reativa na barra $k$ :

$$\begin{aligned} H_{kk} &= -Q_k - V_k^2 B_{kk} \\ N_{kk} &= V_k^{-1} (P_k + V_k^2 G_{kk}) \\ M_{kk} &= P_k - V_k^2 G_{kk} \\ L_{kk} &= V_k^{-1} (Q_k + V_k^2 B_{kk}) \end{aligned}$$

Obs:

- Se  $Y_{km} = G_{km} + jB_{km}$  for nulo, então os elementos  $H_{km}$ ,  $N_{km}$ ,  $M_{km}$  e  $L_{km}$  também serão nulos. Assim, as submatrizes  $H$ ,  $M$ ,  $N$  e  $L$  terão a mesma característica de esparsidade de  $Y$ .

---

*Referências Bibliográficas:*

- Monticelli, A. J. "Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica". Editora E. Blucher, Centro de Pesquisas de Energia Elétrica, Rio de Janeiro, 1983.
- Monticelli, A. J.; Garcia, A. "Introdução a Sistemas de Energia Elétrica". Editora UNICAMP, 1ª. Edição, Campinas, 2003.