TE 339 – Sistemas Elétricos de Potência I

Fluxo de Potência Linear

Prof. Mateus Duarte Teixeira

Fluxo de Potência Linearizado

- Permite calcular (estimar) com baixo custo computacional e precisão aceitável para algumas aplicações, a distribuição dos fluxo de potência ativa em redes de transmissão (extra-alta tensão e ultra-alta-tensão);
- Baseia-se no acoplamento entre as variáveis P-θ (potência ativa-ângulo de tensão);
- Tal modelo tem encontrado muitas aplicações na análise de sistemas elétricos, tanto em planejamento como na operação do sistema;
- Quanto maior o nível de tensão, melhores serão os resultados;
- Não é aplicável em sistemas de distribuição e em sistemas com relação X/R baixa (por exemplo X/R << 1).

Linearização

- Hipóteses simplificadoras:
  - Considera apenas as equações de potência ativa (P);
  - As perdas ativas do sistema de transmissão são desprezadas:

$$P_{km} = g_{km} V_k^2 - V_k V_m (g_{km} \cos\theta_{km} + b_{km} \operatorname{sen}\theta_{km})$$

$$P_{km} = - V_k V_m \, b_{km} \operatorname{sen}\theta_{km}$$

  - As tensões eficazes são consideradas iguais a 1 pu:

$$P_{km} = - \, b_{km} \operatorname{sen}\theta_{km}$$

  - Por fim, considerando θ tão pequeno que senθ ≈ $(\theta_k - \theta_m)$ temos:

$$P_{km} = - \, b_{km} \, \theta_{km} = - \, b_{km} \, (\theta_k - \theta_m)$$

$$P_{km} = - \left(- \frac{1}{x_{km}}\right) \theta_{km} = \frac{1}{x_{km}} \, (\theta_k - \theta_m)$$

Linearização

- Equação Geral do fluxo de potência linearizado:

$$P_{km} = -\ b_{km}\ \theta_{km} = -\ b_{km}\ (\theta_k - \theta_m)$$

$$P_{km} = -\ (-\frac{1}{x_{km}})\ \theta_{km} = \frac{1}{x_{km}}\ (\theta_k - \theta_m)$$

- A partir da expressão de fluxo de potência, podemos calcular a injeção de potência líquida em cada barra como:

$$P_k = \sum_{m \in \Omega_k} P_{km}$$

Linearização

- Em termos matriciais, a equação geral do fluxo de potência linearizado pode ser representado por:

$$\underline{P} = B' \cdot \underline{\theta}$$

- onde: *P* é o vetor das injeções líquidas de potência ativa; *B*' é uma matriz de susceptância nodal; e é o vetor dos ângulos das tensões.

Linearização

- Cada termo de B' pode ser calculado como::

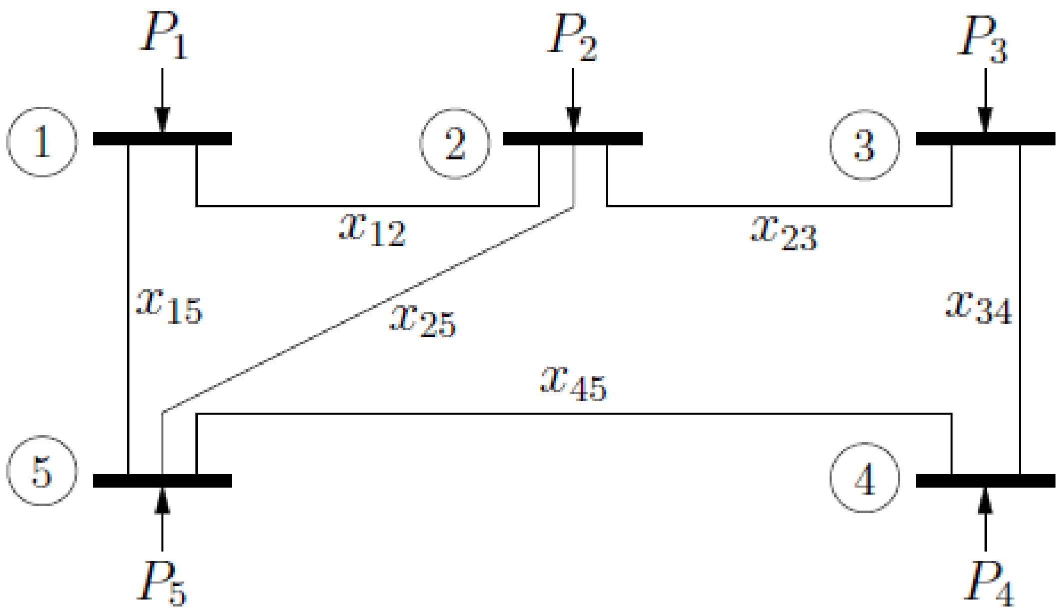
$$\begin{cases} B'_{kk} & = & \sum_{m \in \Omega_k} x_{km}^{-1} \\ B'_{km} & = & -x_{km}^{-1} \\ B'_{mk} & = & -x_{km}^{-1} \end{cases}$$

Linearização

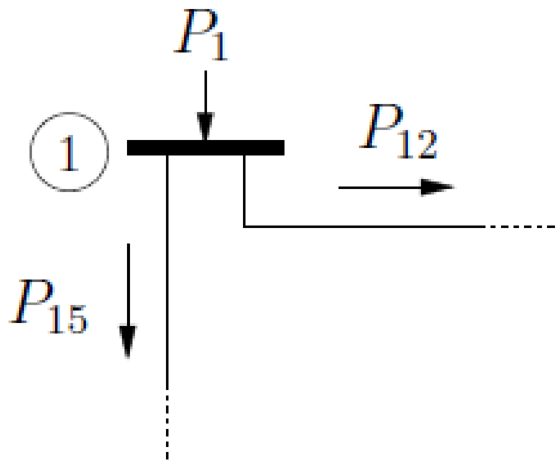
- Deve-se adotar uma das barras da rede como referência angular. Esta barra terá seu ângulo de fase conhecido (normalmente igual a 0).
- O sistema passa a ter (NB -1) incógnitas e (NB -1) equações.
- A matriz B' terá dimensão [(NB - 1) x (NB – 1)].
- A equação de injeção de potência ativa referente na barra de referência é eliminada e o valor da injeção é determinado através da aplicação da lei das correntes de Kirchhoff após o estado da rede (vetor θ) ter sido obtido.

Exemplo

- Obtenha o sistema de equações de fluxo de carga linearizado para a rede mostrada a seguir, considerando a barra 5 como referência angular.



- Inicialmente deve-se aplicar a lei das correntes de Kirchhoff para todas as barras da rede, como por exemplo:



- Resultando em:

$$P_1 = P_{12} + P_{15}$$
$$P_2 = P_{21} + P_{23} + P_{25}$$
$$P_3 = P_{32} + P_{34}$$
$$P_4 = P_{43} + P_{45}$$
$$P_5 = P_{51} + P_{52} + P_{54}$$

- Utilizando:

$$P_{km} = x_{km}^{-1} \left(\theta_k - \theta_m\right) = b_{km} \left(\theta_k - \theta_m\right)$$

- para os fluxos nos ramos e rearranjando os termos, obtém-se o seguinte sistema de equações:

$$P_1 = (b_{12} + b_{15}) \cdot \theta_1 + (-b_{12}) \cdot \theta_2 + (-b_{15}) \cdot \theta_5$$
$$P_2 = (-b_{12}) \cdot \theta_1 + (b_{12} + b_{23} + b_{25}) \cdot \theta_2 + (-b_{23}) \cdot \theta_3 + (-b_{25}) \cdot \theta_5$$
$$P_3 = (-b_{23}) \cdot \theta_2 + (b_{23} + b_{34}) \cdot \theta_3 + (-b_{34}) \cdot \theta_4$$
$$P_4 = (-b_{34}) \cdot \theta_3 + (b_{34} + b_{45}) \cdot \theta_4 + (-b_{45}) \cdot \theta_5$$
$$P_5 = (-b_{15}) \cdot \theta_1 + (-b_{25}) \cdot \theta_2 + (-b_{45}) \cdot \theta_4 + (b_{15} + b_{25} + b_{45}) \cdot \theta_5$$

- Colocando o sistema de equações na forma matricial tem-se:

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (b_{12}+b_{15}) & -b_{12} & 0 & 0 & -b_{15} \\ -b_{12} & (b_{12}+b_{23}+b_{25}) & -b_{23} & 0 & -b_{25} \\ 0 & -b_{23} & (b_{23}+b_{34}) & -b_{34} & 0 \\ 0 & 0 & -b_{34} & (b_{34}+b_{45}) & -b_{45} \\ -b_{15} & -b_{25} & 0 & -b_{45} & (b_{15}+b_{25}+b_{45}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \end{bmatrix}$$

- ou, em uma forma compacta:

$$\boldsymbol{P} = \mathrm{B}' \cdot \boldsymbol{\theta}$$

- Os ângulos de fase das barras devem obtidos através de:

$$\theta = (\mathrm{B}')^{-1} \cdot P$$

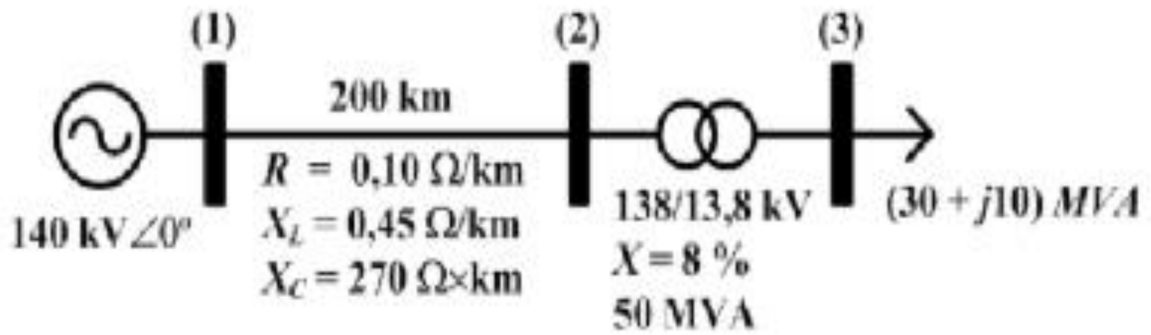
- No entanto, verifica-se que não é possível obter a inversa de B', pois ela é singular.
- Deve-se atribuir a uma das barras a função de referência angular, como por exemplo a barra 5 (conforme o enunciado do problema). Assim, o ângulo de fase da barra 5 torna-se conhecido, não sendo mais uma incógnita do problema.
- Deve-se também retirar a equação correspondente à barra 5 do sistema de equações para que o número de equações seja igual ao número de incógnitas.

- Tem-se então o novo sistema de equações:

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{12}+b_{15} & -b_{12} & 0 & 0 \\ -b_{12} & b_{12}+b_{23}+b_{25} & -b_{23} & 0 \\ 0 & -b_{23} & b_{23}+b_{34} & -b_{34} \\ 0 & 0 & -b_{34} & b_{34}+b_{45} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \end{bmatrix}$$

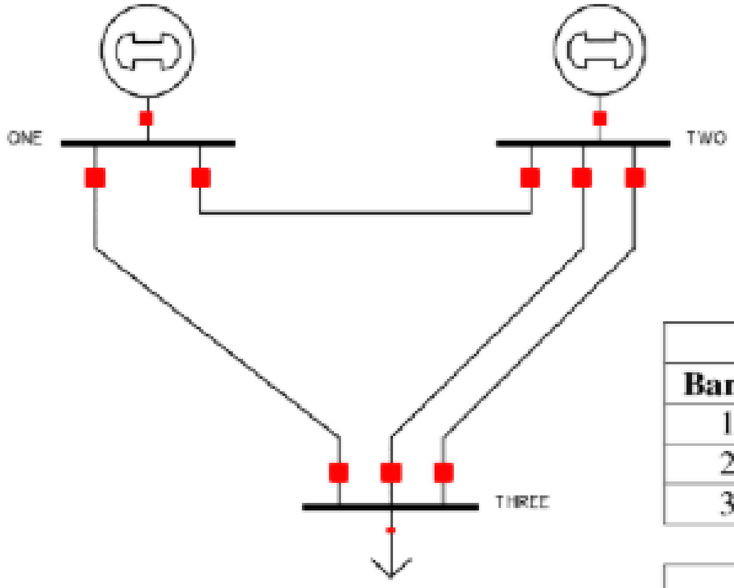
Exercícios

1 – Determinar o defasamento angular na barra 3 e a potência que flui da barra 2 para a barra 3 usando fluxo linear. Considerar Sb=100 MVA e Vb=138 kV



Exercícios

2 – Adotando-se a barra 1 como referência, encontre a potência ativa gerada por esta barra

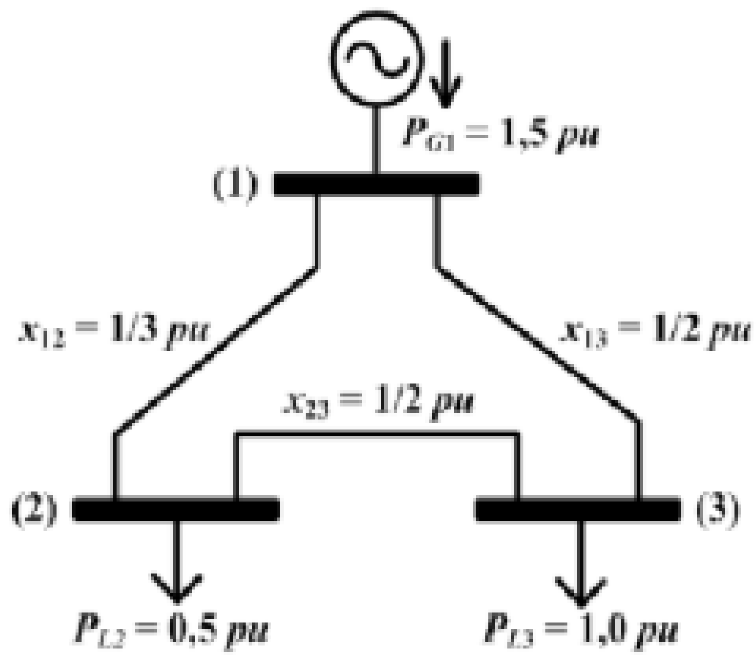


Dados de Barra		
Barra	**Módulo Tensão [pu]**	**Potência**
1	1,02	—
2	1,02	PG = 50 MW
3	—	PC = 100 MW, QC = 60 MVAr

Dados de linha	
Linha	**Impedância [pu]**
1 – 2	0,02 + j0,04
1 – 3	0,02 + j0,06
2 – 3	0,02 + j0,04 (ambas as linhas)

Exercícios

3 – Uma concessionária de energia pretende analisar o comportamento dos fluxos de potência ativa em seu sistema, tendo em vista a previsão de carga para um horizonte de 10 anos. Para isso, como engenheiro da Divisão de Planejamento, você foi encarregado de estudar o problema. A figura abaixo mostra as cargas futuras do sistema:



Exercícios

a) Calcule os fluxos ativos nas linhas de transmissão, considerando a barra 1 como a referência angula do sistema;

b) Supondo que o fluxo de potência máximo permitido na linha 1-2 seja 0,5 pu, determine analiticamente a reatância em pu do menor banco de capacitores que deverá ser instalado em série com a linha 1-3, de modo que o limite máximo da linha 1-2 não seja ultrapassado.