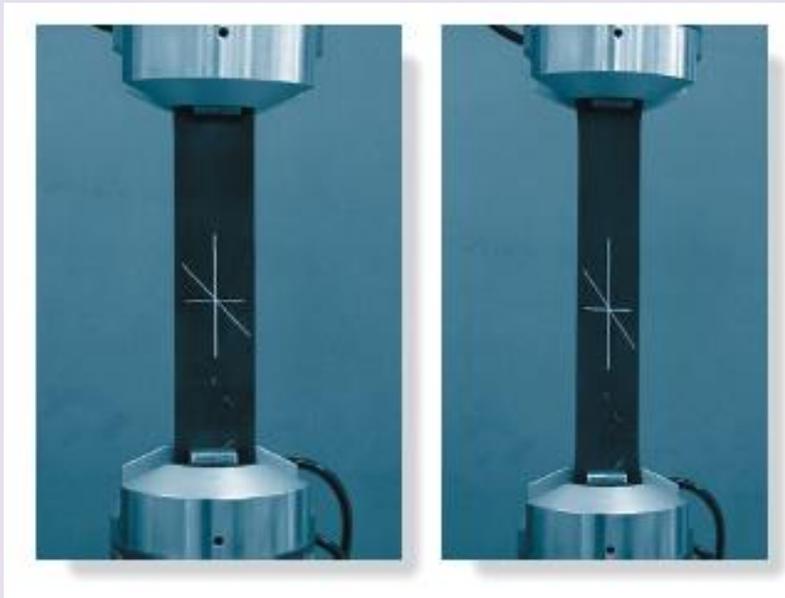


# Deformação

- Sempre que uma força é aplicada a um corpo, esta **tende a mudar a forma** e o **tamanho** dele.
- Essas mudanças são denominadas ***deformações***.



Note as posições antes e depois de três segmentos de reta, onde o material está submetido à tensão.

## Deformação normal

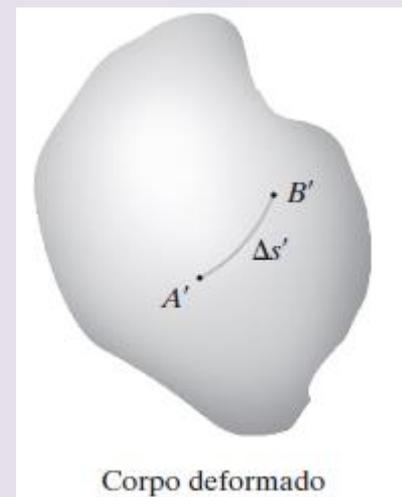
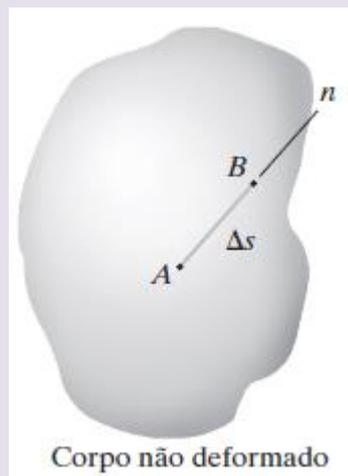
- O alongamento ou contração de um segmento de reta **por unidade de comprimento** é denominado **deformação normal**.
- A deformação normal média é definida como

$$\varepsilon_{\text{méd}} = \frac{\Delta s' - \Delta s}{\Delta s}$$

- Se a deformação normal for conhecida, então o comprimento final é

$$\Delta s' \approx (1 + \varepsilon) \Delta s$$

$+\varepsilon \rightarrow$  reta se alonga  
 $-\varepsilon \rightarrow$  reta se contrai

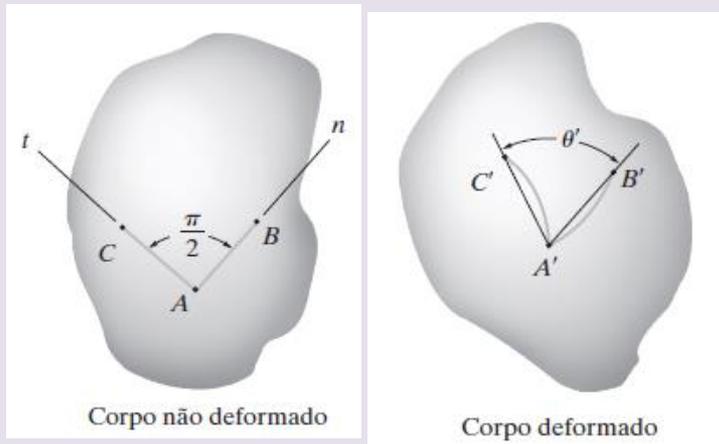


## Unidades

- A deformação normal é uma *quantidade adimensional*, visto que é uma razão entre dois comprimentos.

## Deformação por cisalhamento

- A *mudança que ocorre no ângulo* entre dois segmentos de reta que eram *perpendiculares* um ao outro é denominada *deformação por cisalhamento*.



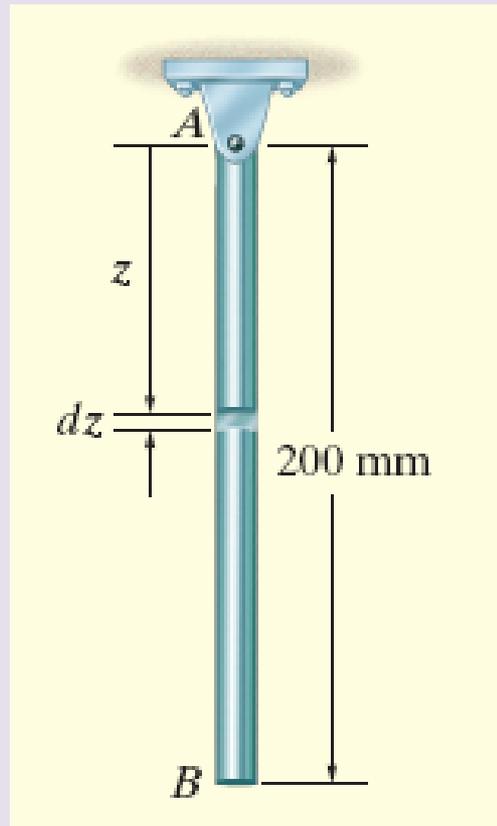
$$\gamma_{nt} = \frac{\pi}{2} - \lim_{\substack{B \rightarrow A \text{ ao longo de } n \\ C \rightarrow A \text{ ao longo de } t}} \theta'$$

$\theta < 90^\circ$  → Deformação por cisalhamento positiva

$\theta > 90^\circ$  → Deformação por cisalhamento negativa

## Exemplo 1

A temperatura cria uma deformação normal na haste de  $\varepsilon_z = 40(10^{-3})z^{1/2}$ , onde  $z$  é dado em metros. Determine (a) o deslocamento da extremidade  $B$  devido ao aumento de temperatura e (b) a deformação normal média na haste.



## Solução:

### Parte (a)

Visto que a deformação normal é dada em cada ponto ao longo da haste, um  $dz$  terá um comprimento deformado de:

$$dz' = \left[ 1 + 40(10^{-3})z^{1/2} \right] dz$$

A soma total desses segmentos ao longo do eixo dá como resultado o *comprimento deformado* da haste, isto é:

$$z' = \int_0^{0,2} \left[ 1 + 40(10^{-3})z^{1/2} \right] dz = 0,20239 \text{ m}$$

Portanto, o deslocamento da extremidade da haste é:

$$\Delta_B = 0,20239 - 0,2 = 0,00239 \text{ m} = 2,39 \text{ mm} \downarrow$$

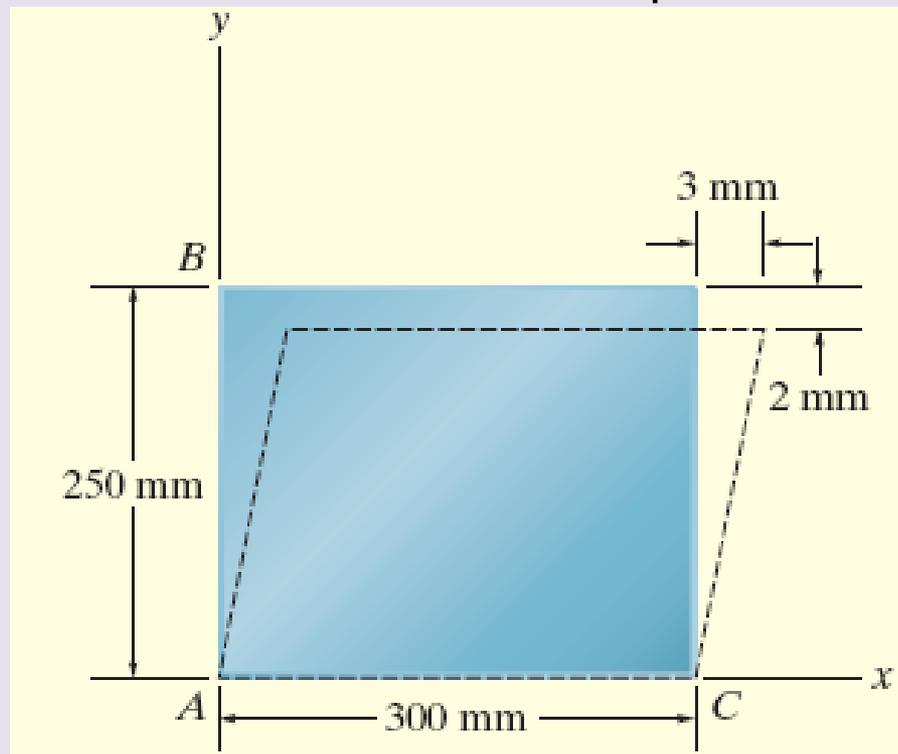
## Parte (b)

Considerando que a haste tem um comprimento original de 200 mm e há uma mudança no comprimento de 2,39 mm,

$$\varepsilon_{\text{méd}} = \frac{\Delta s' - \Delta s}{\Delta s} = \frac{2,39}{200} = 0,0119 \text{ mm/mm}$$

## Exemplo 2

Uma chapa é deformada até a forma representada pelas linhas tracejadas mostradas na figura. Se, nessa forma deformada, as retas horizontais na chapa permanecerem horizontais e seus comprimentos não mudarem, determine (a) a **deformação normal média** ao longo do lado  $AB$  e (b) a **deformação por cisalhamento média** da chapa em relação aos eixos  $x$  e  $y$ .



## Solução:

### Parte (a)

A reta  $AB$ , coincidente com o eixo  $y$ , torna-se a reta  $AB'$  após a deformação.

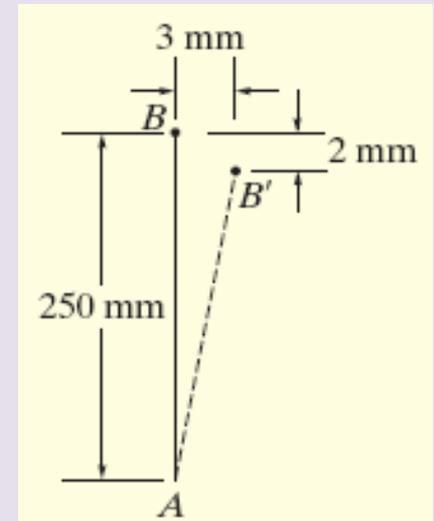
Logo, o comprimento da reta é:

$$AB' = \sqrt{(250 - 2)^2 + 3^2} = 248,018 \text{ mm}$$

Portanto, a **deformação normal média** para  $AB$  é:

$$(\varepsilon_{AB})_{\text{méd}} = \frac{AB' - AB}{AB} = \frac{248,018 - 250}{250} = -7,93(10^{-3}) \text{ mm/mm (Resposta)}$$

O sinal negativo indica que a deformação causa uma contração de  $AB$ .

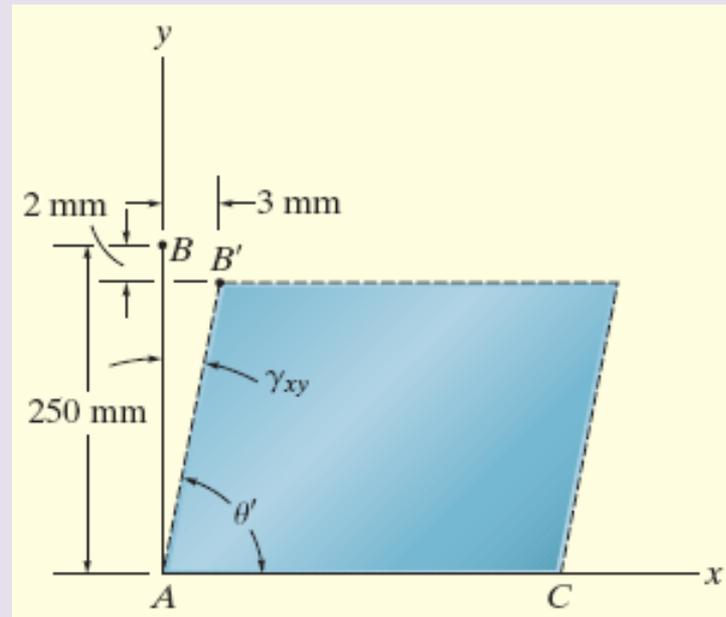


## Parte (b)

Como observado, o ângulo  $BAC$  entre os lados da chapa, em relação aos eixos  $x, y$ , que antes era  $90$ , muda para  $\theta'$  devido ao deslocamento de  $B$  para  $B'$ .

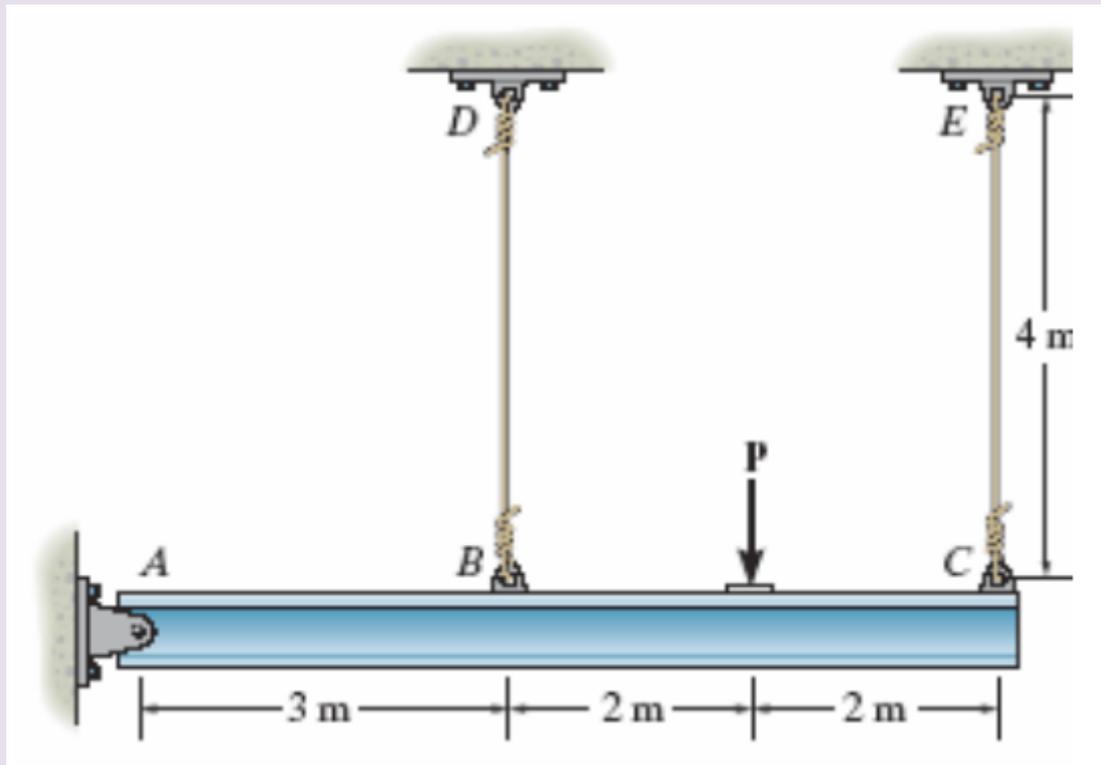
Visto que  $\gamma_{xy} = \frac{\pi}{2} - \theta'$ , então  $\gamma_{xy}$  é o ângulo mostrado na figura. Assim,

$$\gamma_{xy} = \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{3}{250-2}\right) = 0,0121 \text{ rad}$$

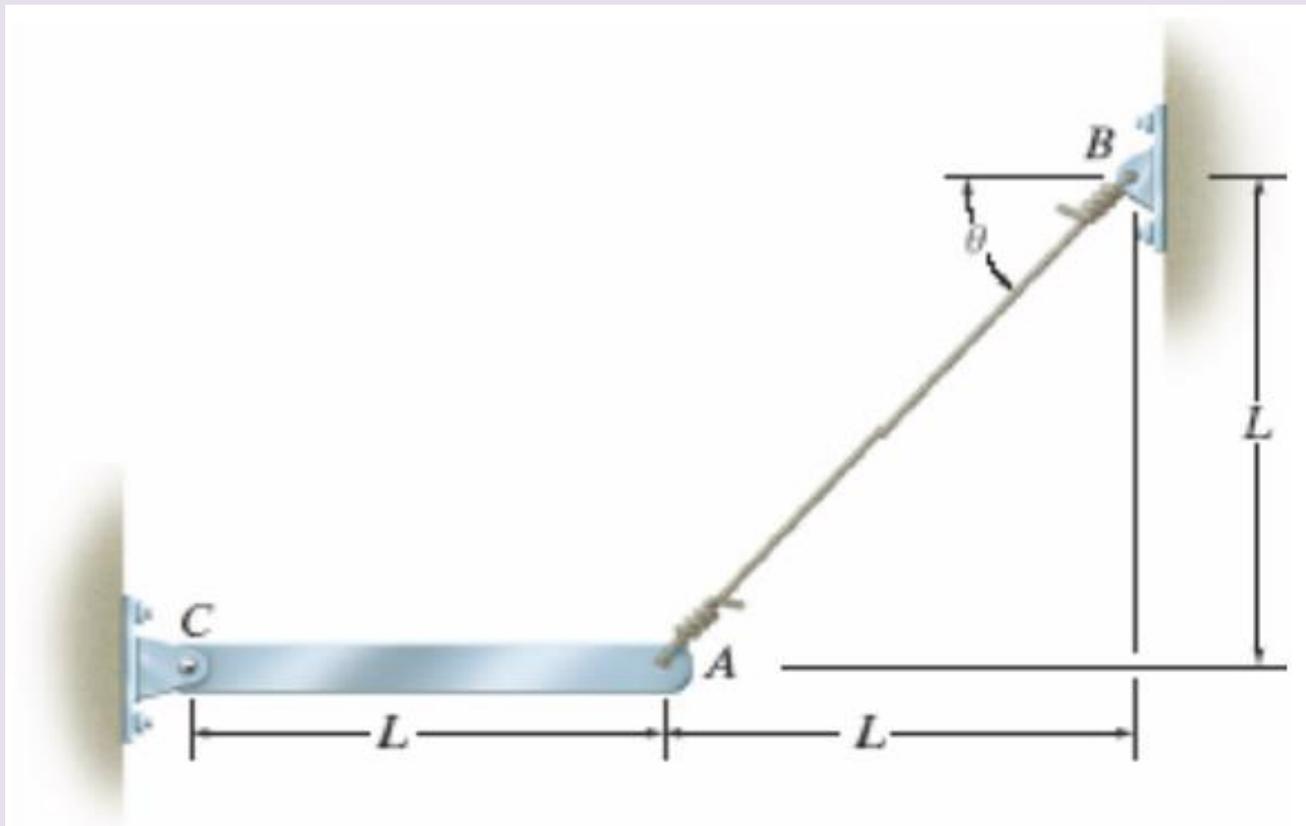


## Exercícios

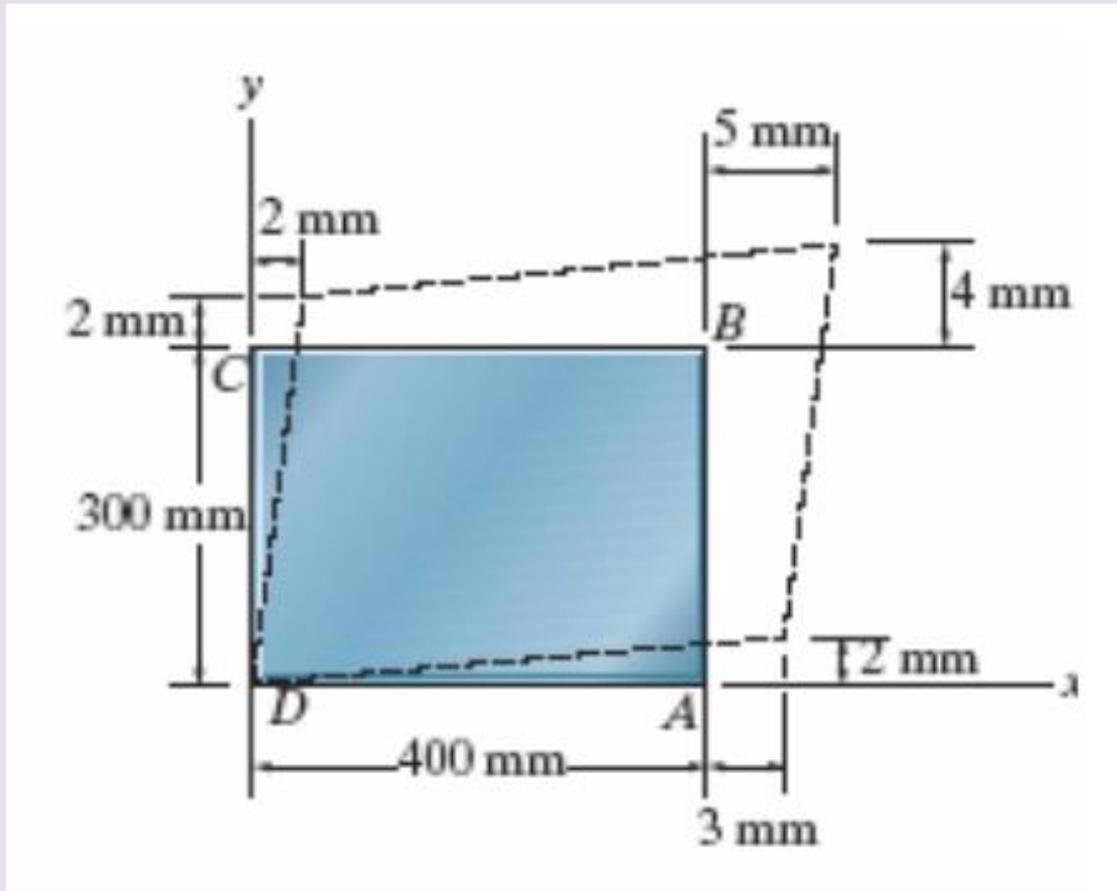
1. A barra rígida é sustentada por um pino em A e pelos cabos BC e CE. Se a carga aplicada à viga provocar um deslocamento de 10 mm para baixo na extremidade C determine a deformação normal desenvolvida nos cabos CE e BD (2.3)



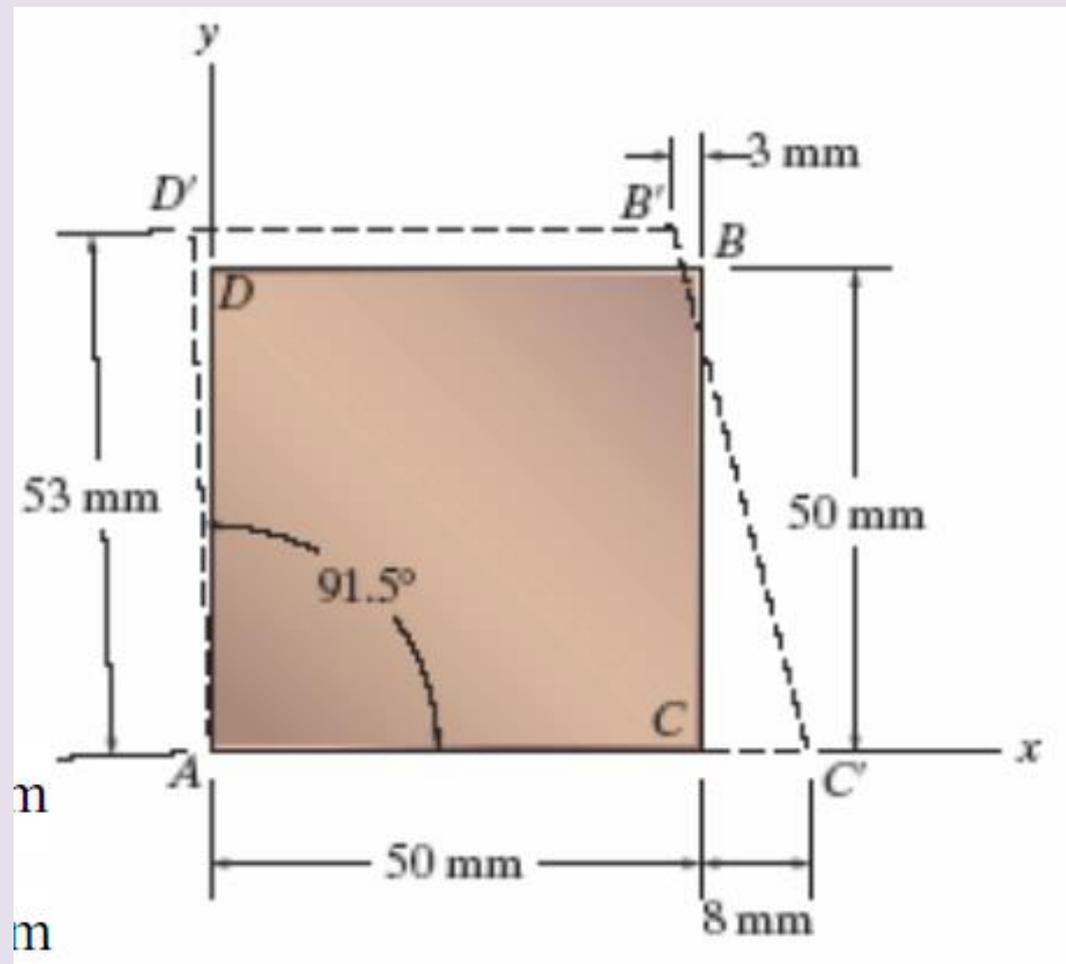
**2.** O cabo AB não está esticado quando  $\theta=45^\circ$ . Se uma carga vertical for aplicada à barra AC e provocar a mudança de ângulo para  $47^\circ$ , determine a deformação normal no cabo. (2.10)



3. A forma original de uma peça de plástico é retangular. Determine a deformação normal média que ocorre ao longo das diagonais AC e DB. (2.14)



4. A peça quadrada deforma-se até chegar à forma mostrada pelas linhas tracejadas. Determine a deformação por cisalhamento que ocorre em cada um de seus cantos, A, B, C e D. O lado  $D'B'$  (e o  $AC'$ ) permanecem horizontais. (2.19)



**5.** A chapa retangular é submetida à deformação mostrada pelas linhas tracejadas. Determine a deformação por cisalhamento média  $\gamma_{xy}$  da chapa e as deformações normais médias ao longo da diagonal AC e do lado AB. (2.22, 2.23)

