Gabarito da Lista de Exercícios Aula 6 – Trabalho e Energia Cinética de FSE

Lista de Exercícios Aula 6 – Trabalho e Energia Cinética de FSE

•1 Em 10 de agosto de 1972 um grande meteorito atravessou a atmosfera sobre o oeste dos Estados Unidos e do Canadá como uma pedra que ricocheteia na água. A bola de fogo resultante foi tão forte que pôde ser vista à luz do dia, e era mais intensa que o rastro deixado por um meteorito comum. A massa do meteorito era aproximadamente de 4×10^6 kg; sua velocidade, cerca de 15 km/s. Se tivesse entrado verticalmente na atmosfera terrestre ele teria atingido a superfície da Terra com aproximadamente a mesma velocidade. (a) Calcule a perda de energia cinética do meteorito (em joules) que estaria associada ao impacto vertical. (b) Expresse a energia como um múltiplo da energia explosiva de 1 megaton de TNT, que é $4{,}2 \times 10^{15}$ J. (c) A energia associada à explosão da bomba atômica de Hiroshima foi equivalente a 13 quilotons de TNT. A quantas bombas de Hiroshima o impacto do meteorito seria equivalente?

a) A variação da energia cinética pode ser determinada por:

$$\Delta K = K_f - K_i$$

Ao colidir com o solo, a velocidade final do meteorito será nula, implicando em energia cinética final nula. Assim:

$$\Delta K = K_f - \frac{mv_i^2}{2} = 0 - \frac{4.10^6.(15.10^3)^2}{2} = -5.10^{14}\ \text{J}$$

b)

$$-\Delta K = (5.10^{14}\ \text{J}).\left(\frac{1\,\text{MtonTNT}}{4{,}2.10^{15}\,J}\right) = 0{,}1\,\text{MtonTNT}$$

c) Sendo N o número de bombas/

$$N = \frac{0{,}1.10^6\,tonTNT}{13.10^3\,tonTNT} = 7{,}7 = 8\,\text{bombas}$$

•3 Um próton (massa $m = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg) está sendo acelerado em linha reta a $3{,}6 \times 10^{15}$ m/s^2 em um acelerador de partículas. Se o próton tem uma velocidade inicial de $2{,}4 \times 10^7$ m/s e se desloca 3,5 cm, determine (a) sua velocidade e (b) o aumento em sua energia cinética.

a) **Observe que a partícula segue um MRUV. Assim pode-se determinar a velocidade diretamente pela equação:**

$$v^2 = v_0^2 + 2.\alpha.\Delta x \Rightarrow v = \sqrt{(2{,}4.10^7)^2 + 2..(3{,}6.10^{15}).(0{,}035)} = 2{,}9.10^7 \text{ m/s}$$

b) A variação da energia cinética deve-se ao aumento da velocidade da partícula. Assim:

$$\Delta K = K_f - K_i$$

$$\Delta K = \frac{mv_f^2}{2} - \frac{mv_i^2}{2} = \frac{1{,}67.10^{-27}}{2}\left((2{,}9.10^7)^2 - \left(2{,}4.10^7\right)^2\right) = 2{,}2.10^{-13} \text{ J}$$

••15 Uma força de 12,0 N e orientação fixa realiza trabalho sobre uma partícula que sofre um deslocamento $\vec{d} = (2{,}00\hat{\imath} - 4{,}00\hat{\jmath} + 3{,}00\hat{k})$ m. Qual é o ângulo entre a força e o deslocamento se a variação da energia cinética da partícula é (a) +30,0 J e (b) −30,0 J?

Deve-se lembrar que o teorema do trabalho afirma que:

$$\Delta K = W \Rightarrow W = \vec{F} \bullet \vec{d} = F.d.\cos\theta$$

a) F= 12,0 N e $d = \sqrt{4 + 16 + 9} = 5{,}39\,\text{m}$

$$\Delta K = F.d.\cos\theta \Rightarrow 30{,}0 = 12{,}0.5{,}39.\cos\theta \Rightarrow \theta = \arccos 0{,}46 \Rightarrow \theta = 62{,}3^0$$

b)

$$\Delta K = F.d.\cos\theta \Rightarrow -30{,}0 = 12{,}0.5{,}39.\cos\theta \Rightarrow \theta = \arccos(-0{,}46) \Rightarrow \theta = 117{,}4^0$$

••16 A Fig. 7-30 mostra uma vista superior de três forças horizontais atuando sobre uma caixa que estava inicialmente em repouso e passou a se mover sobre um piso sem atrito. Os módulos

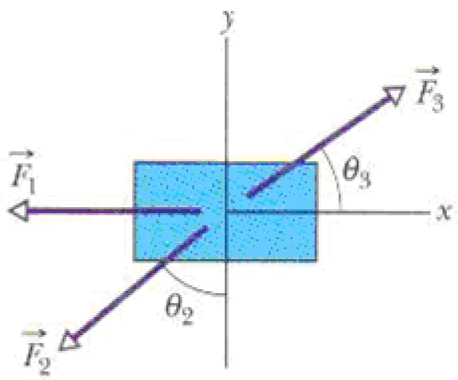


FIG. 7-30 Problema 16.

O trabalho realizado por forças constantes pode ser determinado por $W = \sum F.\Delta x$**. Devido a disposição das forças apresentadas na figura, a força resultante será dada por** $\sum \vec{F} = \sum \vec{F}_x \hat{i} + \sum \vec{F}_y \hat{j}$ **.**

$$\sum F_x = -F_1 - F_2 sen 50{,}0^0 + F_3 \cos 35{,}0^0 = -3{,}00 - (4{,}00) sen 50{,}0^0 + (10{,}0)\cos 35{,}0^0 = 2{,}13N$$

$$\sum F_y = -F_2 \cos 50{,}0^0 + F_3 sen 35{,}0^0 = -(4{,}00)\cos 50{,}0^0 + (10{,}0) sen 35{,}0^0 = 3{,}17N$$

$$\sum F = \sqrt{\sum F_x + \sum F_y} = \sqrt{(2{,}13)^2 + (3{,}17)^2} = 3{,}82N$$

Assim o trabalho será:

$$W = \sum F.\Delta x \Rightarrow 3{,}82.4{,}00 = 15{,}3J$$

••21 Na Fig. 7-32, uma força constante $\vec{F}_a$ de módulo 82,0 N é aplicada a uma caixa de sapatos de 3,00 kg a um ângulo $\phi = 53{,}0°$, fazendo com que a caixa se mova para cima ao longo de uma rampa sem atrito com velocidade constante. Qual é o trabalho realizado sobre a caixa por $\vec{F}_a$ após ela ter subido uma distância vertical $h = 0{,}150$ m?

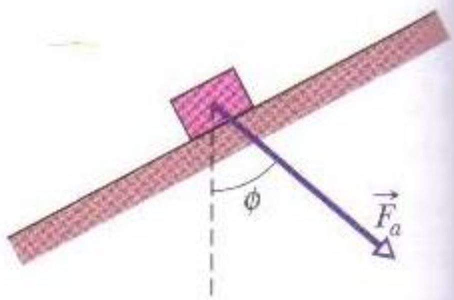


FIG. 7-32 Problema 21.

Como a velocidade é constante, tem-se que a variação da energia cinética é nula. Assim o trabalho realizado pela força corresponde com trabalho realizado pela força gravitacional, porém, com o sinal trocado. Assim:

$$W_a = -W_g = -\vec{F}_g \bullet \vec{d} = -F_g.d.\cos 180^0 = F_g.d = F_g.h, \text{ pois d = h}$$

$$W_a = m.g.h = 3{,}00.9{,}80.0{,}150 = 4{,}41J$$

••23 Na Fig. 7-34 um bloco de gelo escorrega para baixo em uma rampa sem atrito com $\theta = 50°$ enquanto um operário puxa o bloco (através de uma corda) com uma força $\vec{F}_r$ que tem um módulo de 50 N e aponta para cima ao longo da rampa. Quando o bloco desliza uma distância $d = 0{,}50$ m ao longo da rampa, sua energia cinética aumenta 80 J. Quão maior seria a energia cinética se o bloco não estivesse sendo puxado por uma corda?

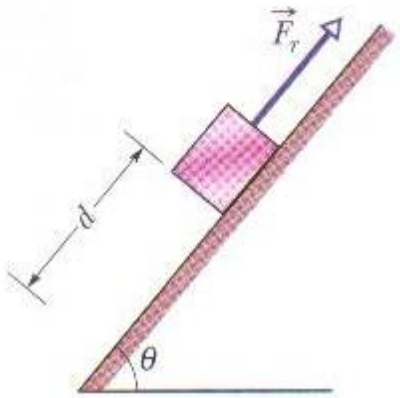


FIG. 7-34 Problema 23.

Deve-se lembrar que o teorema do trabalho afirma que:

$$\Delta K = W$$

$$\Delta K = \vec{F}_a \bullet \vec{d} = F_a d.\cos\theta = 50.0{,}50.\cos 180^0 = -25J$$

Assim a energia cinética seria 25 J maior. Observe que o sinal de menos deve-se ao ângulo entre a força e o deslocamento.

•27 Uma mola e um bloco são montados como na Fig. 7-11. Quando o bloco é puxado para o ponto $x = +4,0$ cm devemos aplicar uma força de 360 N para mantê-lo nessa posição. Puxamos o bloco para o ponto $x = 11$ cm e o liberamos. Qual é o trabalho realizado pela mola sobre o bloco quando este se desloca de $x_i = +5,0$ cm para (a) $x = +3,0$ cm, (b) $x = -3,0$ cm, (c) $x = -5,0$ cm e (d) $x = -9,0$ cm?

O trabalho realizado por uma mola é dado por:

$$W_S = \frac{1}{2}k(x_i^2 - x_f^2)$$

A constante elástica da mola pode ser calculada pela lei do Hooke

$$k = \frac{F}{x} = \frac{360}{0,040} = 9000 N/m$$

a)

$$W_S = \frac{1}{2}k(x_i^2 - x_f^2) = \frac{1}{2}9000((0,050)^2 - (0,030)^2 = 7,2 J$$

b)

$$W_S = \frac{1}{2}k(x_i^2 - x_f^2) = \frac{1}{2}9000((0,050)^2 - (-0,030)^2) = 7,2 J$$

c)

$$W_S = \frac{1}{2}k(x_i^2 - x_f^2) = \frac{1}{2}9000((0,050)^2 - (-0,050)^2 = 0 J$$

d)

$$W_S = \frac{1}{2}k(x_i^2 - x_f^2) = \frac{1}{2}9000((0,050)^2 - (-0,090)^2 = -25 J$$

••29 A única força que age sobre um corpo de 2,0 kg enquanto ele se move no semi-eixo positivo de um eixo x tem uma componente $F_x = -6x$ N, com x em metros. A velocidade do corpo em x = 3,0 m é 8,0 m/s. (a) Qual é a velocidade do corpo em x = 4,0 m? (b) Para que valor positivo de x o corpo tem uma velocidade de 5,0 m/s?

Como o problema fornece a força aplicada sobre o corpo em função de x, durante um certo deslocamento e pede velocidade, este problema pode ser resolvido usando-se a definição do teorema do trabalho, onde tem-se que a variação da energia cinética corresponde ao trabalho realizado. Assim:

a)

$$\Delta K = W$$

$$\frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$$

$$\frac{1}{2}(2,0)(v_f^2 - (8,0)^2\ ) = \int_{3,0}^{4,0} (-6x)dx$$

$$(v_f^2 - 64) = -3x^2]_{3,0}^{4,0}$$

$$(v_f^2 - 64) = -48 + 27 \rightarrow v_f = \sqrt{43} = 6,6\ m/s$$

b)

$$\frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$$

$$\frac{1}{2}(2,0)((5,0)^2\ - (8,0)^2\ ) = \int_{3,0}^{x} (-6x)dx$$

$$(25 - 64) = -3x^2]_{3,0}^{x}$$

$$-39 = -3x^2 + 27$$

$$3x^2 = 66$$

$$x = 4,7\ m$$

••41 Uma força $\vec{F} = (cx - 3{,}00x^2)\hat{\imath}$ age sobre uma partícula enquanto a partícula se desloca ao longo de um eixo x, com $\vec{F}$ em newtons, x em metros e c uma constante. Em $x = 0$, a energia cinética da partícula é 20,0 J; em $x = 3{,}00$ m, é 11,0 J. Determine o valor de c.

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$$

$$W = \int_{0}^{3,0} (cx - 3,00x^2) dx$$

$$W = \left(\frac{c}{2}x^2 - x^3\right)_0^{3,0} = \frac{c}{2}(3,00)^2 - (3,00)^2 = 4,50c - 27,0$$

Para a variação de energia cinética $\Delta K = 11,0 - 20,0 = -9,00\ J$ correspondente ao intervalo onde se calculou o trabalho, tem-se:

$$\Delta K = W$$

$$-9,00 = 4,50c - 27,0$$
$$c = 4,00\ N/m$$

•45 Uma força de 5,0 N age sobre um corpo de 15 kg inicialmente em repouso. Calcule o trabalho realizado pela força (a) no primeiro, (b) no segundo e (c) no terceiro segundo, assim como (d) a potência instantânea da força no fim do terceiro segundo.

Sabe-se que a potência instantânea é dada por:

$$p = \frac{dW}{dt} \rightarrow W = \int_{t_0}^{t} p dt$$

Mas a potência instantânea também é dada por $p = Fv$, assim:

$$W = \int_{t_0}^{t} Fv dt$$

Sabe-se a força e a velocidade inicial, como a potência depende da velocidade instantânea, deve-se determinar esta velocidade em cada instante. Esta velocidade pode ser obtida por:

$$v(t) = v_0 + at \rightarrow v(t) = v_0 + \left(\frac{F}{m}\right)t$$

Com este resultado na equação do trabalho vem:

$$W = \int_{t_0}^{t} F\left(v_0 + \left(\frac{F}{m}\right)t\right)dt = \int_{t_0}^{t}\left(Fv_0 + \left(\frac{F^2}{m}\right)t\right)dt$$

$$W = \left[Fv_0 t + \left(\frac{F^2}{m}\right)\frac{t^2}{2}\right]_{t_0}^{t} = Fv_0(t - t_0) + \left(\frac{F^2}{m}\right)\frac{(t-t_0)^2}{2}$$

Substituindo os dados do problema:

a)

$$W = (5,0)(0,0)(1,0-0) + \left(\frac{(5,0)^2}{15}\right)\frac{(1,0-0)^2}{2} = 0,83\,J$$

b)

$$W = (5,0)(0,0)(2,0-1,0) + \left(\frac{(5,0)^2}{15}\right)\frac{(2,0-1,0)^2}{2} = 2,5\,J$$

c)

$$W = (5,0)(0,0)(3,0-2,0) + \left(\frac{(5,0)^2}{15}\right)\frac{(3,0-2,0)^2}{2} = 4,2\,J$$

d) A potência instantânea será:

$$p = Fv \text{ e } v(t) = v_0 + at \rightarrow v(t) = v_0 + \left(\frac{F}{m}\right)t$$

$$p = F\left[v_0 + \left(\frac{F}{m}\right)t\right]$$

Substituindo os dados do problema:

$$p = (5,0)\left[(0,0) + \left(\frac{5.0}{15}\right)(3,0)\right] = 5,0\,W$$

••48 (a) Em um certo instante, um objeto que se comporta como uma partícula sofre a ação de uma força $\vec{F} = (4{,}0\ \text{N})\hat{\text{i}} - (2{,}0\ \text{N})\hat{\text{j}} + (9{,}0\ \text{N})\hat{\text{k}}$ quando sua velocidade é $\vec{v} = -(2{,}0\ \text{m/s})\hat{\text{i}} + (4{,}0\ \text{m/s})\hat{\text{k}}$. Qual é a taxa instantânea com a qual a força realiza trabalho sobre o objeto? (b) Em outro instante, a velocidade tem apenas a componente y. Se a força não muda e a potência instantânea é -12 W, qual é a velocidade do objeto nesse instante?

a) A potência instantânea também é dada por $p = \vec{F}.\vec{v}$, assim:

$$p = [(4,0)\hat{\imath} - (2,0)\hat{\jmath} + (9,0)\hat{k}].[(-2,0)\hat{\imath} + (4,0)\hat{k}] = -8,0 + 36 = 28\,W$$

b) De $p = \vec{F}.\vec{v}$ com a componente $(v_y)\hat{\jmath}$ para a velocidade procurada vem:

$$-12 = [(4,0)\hat{\imath} - (2,0)\hat{\jmath} + (9,0)\hat{k}].[(v_y)\hat{\jmath}] = -12,0 = -2,0(v_y)\hat{\jmath}$$

$$v_y = (6,0\ m/s)\hat{\jmath}$$

55 Qual é o trabalho realizado por uma força $\vec{F} = (2x\ \text{N})\hat{\text{i}} + (3\ \text{N})\hat{\text{j}}$, com x em metros, ao deslocar uma partícula de uma posição $\vec{r}_i = (2\ \text{m})\hat{\text{i}} + (3\ \text{m})\hat{\text{j}}$ para uma posição $\vec{r}_f = -(4\ \text{m})\hat{\text{i}} - (3\ \text{m})\hat{\text{j}}$?

Como os vetores dados são bidimensionais, para estes vetores o trabalho pode ser calculado por:

$$W = \int_{x_0}^{x} F_x dx + \int_{y_0}^{y} F_y dy$$

$$W = \int_{2}^{-4} (2x)dx + \int_{3}^{-3} (3)dy$$

$$W = [x^2]_2^{-4} + [3x]_3^{-3} = 12 + (-18) = -6\,J$$

60 Um objeto de 2,0 kg inicialmente em repouso acelera uniformemente na horizontal até uma velocidade de 10 m/s em 3,0 s. (a) Nesse intervalo de 3,0 s, qual é o trabalho realizado sobre o objeto pela força que o acelera? Qual é a potência instantânea desenvolvida pela força (b) no final do intervalo e (c) no fim da primeira metade do intervalo?

a) **Sabe-se que o trabalho é dado por:**

$\boldsymbol{W = \vec{F}.\vec{d} = F.d.cos\theta = F.d}$, **pois a aceleração ocorre na direção do deslocamento, segundo o enunciado (horizontal).**

$$W = F.d = m.a.d = m.\left(\frac{v - v_0}{t}\right)d = .m\left(\frac{v - v_0}{t}\right)\left(d_0 + v_0 t + \frac{a}{2}t^2\right)$$

$$W = m\left(\frac{v - v_0}{t}\right)\left(d_0 + v_0 t + \frac{\left(\frac{v - v_0}{t}\right)}{2}t^2\right) = m\left(\frac{v - v_0}{t}\right)\left(d_0 + v_0 t + \frac{(v - v_0)}{2}t\right)$$

$$W = 2,0\left(\frac{10 - 0,0}{3,0}\right).\left(0.0 + (0,0)(3,0) + \frac{(10 - 0,0)}{2}(3,0)\right) = 100\,J$$

b) **Sabe-se que a potencia é dada por**

$$p = \vec{F}.\vec{v}\ que\ em\ módulo\ é\ p = F.v$$

$$p = m.a.v = m\left(\frac{v - v_0}{t}\right).v = 2,0\left(\frac{10 - 0,0}{3,0}\right).10 = 67\,W$$

c)

$$p = m.a.v = m\left(\frac{v - v_0}{t}\right).v = 2,0\left(\frac{5,0 - 0,0}{1,5}\right).5,0 = 33\,W$$

65 Um caixote de 230 kg está pendurado na extremidade de uma corda de comprimento $L = 12{,}0$ m. Você puxa o caixote horizontalmente com uma força variável $\vec{F}$, deslocando-o para o lado de uma distância $d = 4{,}00$ m (Fig. 7-45). (a) Qual é o módulo de $\vec{F}$ quando o caixote está na posição final? Neste deslocamento, quais são (b) o trabalho total realizado sobre o caixote, (c) o trabalho realizado pela força gravitacional sobre o caixote e (d) o trabalho realizado pela corda sobre o caixote? (e) Sabendo que o caixote está em repouso antes e depois do deslocamento, use as respostas dos itens (b), (c) e (d) para determinar o trabalho que sua força $\vec{F}$ realiza sobre o caixote. (f) Por que o trabalho da sua força não é igual ao produto do deslocamento horizontal pela resposta do item (a)?

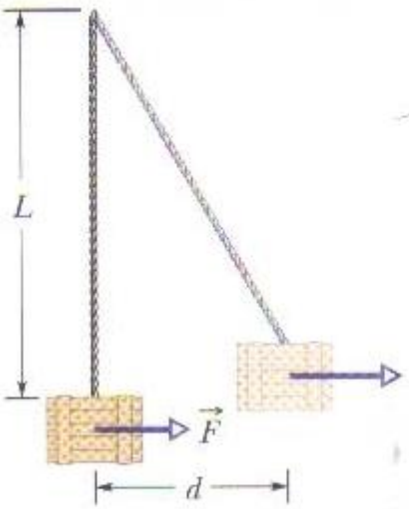
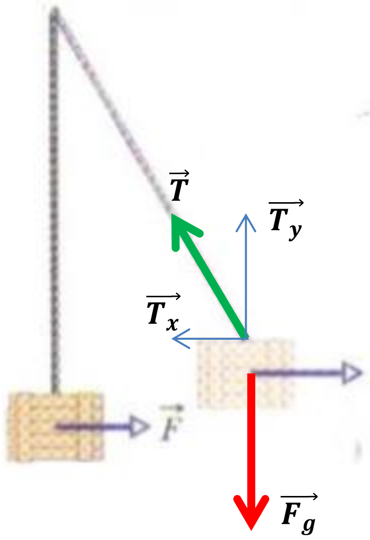


FIG. 7-45 Problema 65.

Marcando as forças que atuam no corpo na posição final:



Observando o desenho, verifica-se que as únicas forças que atuam no eixo x são:

$$F - T_x = 0 \rightarrow F = T_x$$

Do eixo y vem que:

$$-F_g + T_y = 0 \rightarrow F_g = T_y \rightarrow T_y = 230.9{,}80 = 2254\ N$$

Para se determinar a componente da tensão na corda no eixo x é necessário o ângulo, assim:

$$F = T_x = Tsen\theta \rightarrow F = T\left(\frac{d}{L}\right) \rightarrow T = \frac{FL}{d}$$

Mas

$T_y = Tcos\theta$
$T_y = Tcos\theta \rightarrow T_y = \left(\frac{FL}{d}\right).cos\left(arcsen\frac{d}{L}\right)$

$$2254 = \left(\frac{F.(12,0)}{4,00}\right).cos(arcsen(\frac{1}{3})$$

$$2254 = 2,83F \rightarrow F = 797\ N$$

b)Pelo teorema do trabalho, o trabalho realizado corresponde à variação da energia cinética. Como as velocidades inicial e final são nulas, não ocorreu variação de eenrgia cinética, assim não houve trabalho realizado, sendo este nulo portanto.

c) O trabalho realizado pela gravidade é dado por:

$$W_g = \overrightarrow{F_g}.\vec{d} = -mgh = -mg\big(L(1-cos\theta)\big) = -mg\left(L\left(1-cos\left(arcsen\frac{d}{L}\right)\right)\right)$$

$$W_g = -230.9,80\left(12,0\left(1-cos\left(arcsen\frac{4.00}{12,0}\right)\right)\right) = -1542\ J$$

d)Observe que o vetor tensão na corda é perpendicular à direção do movimento, assim:

$$W \quad = \overrightarrow{T\ }.\vec{d} = Tdco\theta = Tdcos90^0 = 0\ J$$

- e) **Dos resultados das letras a, b e c tem-se que o trabalho da força F é igual ao trabalho gravitacional com sinal trocado. Assim $W_F = -W_g = 1542\ J$**
- f) **Pois a força aplicada não é contante.**