Gabarito 8ª Lista de Exercícios de Física I 2019

•1 Uma partícula de 2,00 kg tem coordenadas xy ($-1{,}20$ m, 0,500 m) e uma partícula de 4,00 kg tem coordenadas xy (0,600 m, $-0{,}750$ m). Ambas estão em um plano horizontal. Em que coordenada (a) x e (b) y deve ser posicionada uma terceira partícula de 3,00 kg para que o centro de massa do sistema de três partículas tenha coordenadas ($-0{,}500$ m, $-0{,}700$ m)?

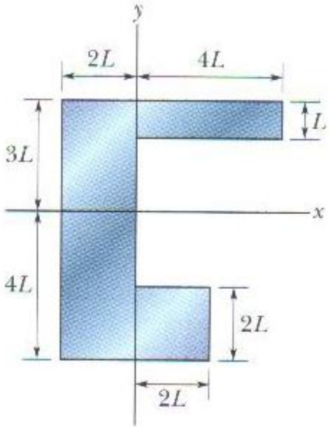
Para se resolver esta questão deve-se lembrar de que as coordenadas do centro de massa devem ser dadas por:

$$x_{CM} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3} \text{ e } y_{CM} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

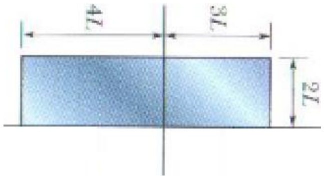
$$(-0{,}500) = \frac{(2{,}00).(-1{,}20) + (4{,}00).(-0{,}750) + (3{,}00).x_3}{2{,}00 + 4{,}00 + 3{,}00} \Rightarrow x_3 = -1{,}50 \text{ m}$$

$$(-0{,}700) = \frac{(2{,}00).(0{,}500) + (4{,}00).(0{,}600) + (3{,}00)y_3}{2{,}00 + 4{,}00 + 3{,}00} \Rightarrow y_3 = -1{,}43 \text{ m}$$

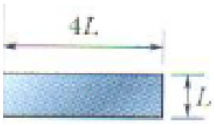
••3 Quais são (a) a coordenada x e (b) a coordenada y do centro de massa da placa uniforme da Fig. 9-38 se $L = 5{,}0$ cm?



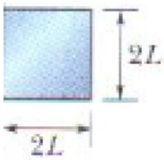
Como a placa é uniforme, convém dividi-la em três placas, onde a massa de cada placa será proporcional à sua área.



O comprimento da placa acima é 4.(5,0)+3.(5,0)= 35 cm e a largura é 10,0 cm. Assim seu centro será 17, 5 cm e 5,00 cm.



O comprimento da placa acima é 4.(5,0)= 20 cm e a largura é 5,00 cm. Assim seu centro será 10,0 cme2,50 cm.



O comprimento da placa acima é 2.(5,0)= 10 cm e a largura é2.(5,0)=10,0 cm. Assim seu centro será 5,00 cme5,00 cm.

A área total será (35,0.10,0)+(20,0.5,00)+(10,0.10,0)=550 cm^2, onde a primeiro placa terá 350/550=0,636M, a segunda placa terá 100/550=0,182 M e a terceira placa terá 100/550=0,182M.

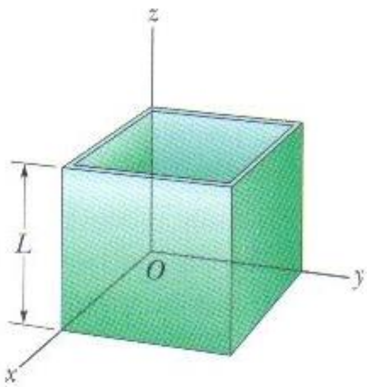
$$x_{CM} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{0{,}636M.(-5{,}00) + 0{,}182M.(10{,}0) + 0{,}182M.((5{,}00)}{0{,}636M + 0{,}182M + 0{,}182M}$$

$$x_{CM} = \frac{-3{,}18M + 1{,}82M + 0{,}91M}{1M} = -0{,}45\ \text{cm}$$

$$y_{CM} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{0{,}636M.(-2{,}50) + 0{,}182M.(12{,}5) + 0{,}182M.((-15{,}0)}{0{,}636M + 0{,}182M + 0{,}182M}$$

$$y_{CM} = \frac{-1{,}59M + 2{,}27M - 2{,}73M}{1M} = -2{,}05\ \text{cm}$$

••6 A Fig. 9-41 mostra uma caixa cúbica que foi construída com placas metálicas uniformes de espessura desprezível. A caixa não tem tampa e tem uma aresta L = 40 cm. Determine (a) a coordenada x, (b) a coordenada y e (c) a coordenada z do centro de massa da caixa.



O primeiro passo é determinar a coordenada do centro de massa de cada placa. Assim Face 1 (plano yOz) (0,20,20), Face 2(plano xOz) (20,0,20), Face 3 (plano xOy) (20,20,0) Face 4 (paralela ao plano yOz) (40,20,20) Face 5 (paralela ao plano xOz) (20,40,20). Como todas as faces são uniformes, possuem a mesma massa m. Assim:

$$x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + m_4 x_4 + m_5 x_5}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5} = \frac{m.0 + m.20 + m.20 + m.40 + m.20}{5m} = 20cm$$

$$y_{CM} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3 + m_4 y_4 + m_5 x_5}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5} = \frac{m.20 + m.0 + m.20 + m.20 + m.40}{5m} = 20cm$$

$$z_{CM} = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2 + m_3 z_3 + m_4 z_4 + m_5 z_5}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5} = \frac{m.20 + m.20 + m.0 + m.20 + m.20}{5m} = 16cm$$

•9 Uma grande azeitona (m = 0,50 kg) está na origem de um sistema de coordenadas xy e uma grande castanha-do-pará (M = 1,5 kg) está no ponto (1,0, 2,0) m. Em t = 0 uma força $\vec{F}_o = (2{,}0\hat{\mathrm{i}} + 3{,}0\hat{\mathrm{j}})$ N começa a agir sobre a azeitona e uma força $\vec{F}_n = (-3{,}0\hat{\mathrm{i}} - 2{,}0\hat{\mathrm{j}})$ N começa a agir sobre a castanha. Em termos dos vetores unitários, qual é o deslocamento do centro de massa do sistema azeitona-castanha em t = 4,0 s em relação à sua posição em t = 0?

Considerando o sistema azeitona-castanha, sabe-se que a força resultante que atua no sistema será:

$$\sum \vec{F} = M\vec{a}_{CM}$$

$$(2,0\hat{\imath} + 3,0\hat{\jmath}) + (-3,0\hat{\imath} - 2,0\hat{\jmath}) = 2,0\vec{a}_{CM}$$

$$(-1,0\hat{\imath} + 1,0\hat{\jmath}) = 2,0\vec{a}_{CM} \rightarrow \vec{a}_{CM} = -0,5\hat{\imath} + 0,5\hat{\jmath}$$

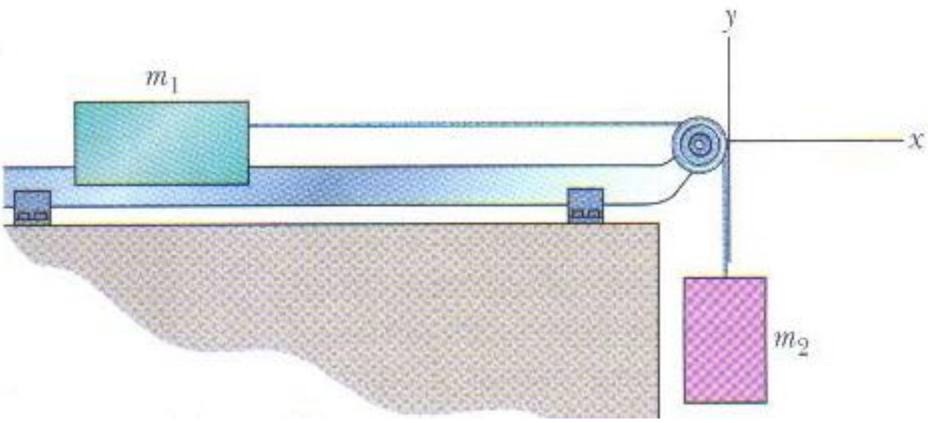
A posição do centro de massa pode ser obtida por:

$$\overrightarrow{r_{CM}} = \overrightarrow{r_0} + \overrightarrow{v_0}t + \frac{1}{2}\overrightarrow{a_{CM}}.t^2$$

$$\overrightarrow{r_{CM}} = \vec{0} + \vec{0}(4,0) + \frac{1}{2}(-0,5\hat{\imath} + 0,5\hat{\jmath}).16$$

$$\overrightarrow{r_{CM}} = (-4,0\hat{\imath} + 4,0\hat{\jmath})m$$

••13 A Fig. 9-44 mostra um arranjo com um trilho de ar no qual um carrinho está preso por uma corda a um bloco pendurado. O carrinho tem massa $m_1 = 0,600$ kg e seu centro está inicialmente nas coordenadas xy ($-0,500$ m, 0 m); o bloco tem massa $m_2 = 0,400$ kg e seu centro está inicialmente nas coordenadas xy (0, $-0,100$ m). As massas da corda e da polia são desprezíveis. O carrinho é liberado a partir do repouso e o carrinho e o bloco se movem até que o carrinho atinge a polia. O atrito entre o carrinho e o trilho de ar e o atrito da polia são desprezíveis. (a) Em termos dos vetores unitários, qual é a aceleração do centro de massa do sistema carrinho-bloco? (b) Qual é o vetor velocidade do CM em função do tempo t? (c) Plote a trajetória do CM. (d) Se a trajetória for curva, determine se apresenta um desvio para cima e para a direita ou para baixo e para a esquerda em direção a uma linha reta; se for retilínea, determine o ângulo da trajetória com o eixo x.



A aceleração do centro de massa é:

$$\overrightarrow{a_{CM}} = \frac{m_1\overrightarrow{a_1} + m_2\overrightarrow{a_2}}{M}$$

As acelerações do corpo 1 e 2 serão iguais em módulo, que pode ser obtido usando a segunda lei de Newton (aula 5 e aula 6). Assim:

$$a = \frac{g(m_2)}{m_1 + m_2} = \frac{9,80.0,400}{0,600 + 0,400} = 3,92\ m/s^2$$

Assim:

$$\overrightarrow{a_{CM}} = \frac{(0,600)(3,92\hat{\imath}) + (0,400).(-3,92\hat{\jmath})}{1,00} = (2,35\hat{\imath} - 1,57\hat{\jmath})m/s^2$$

O vetor velocidade pode ser obtido pela integral da aceleração do centro de massa em relação ao tempo:

$$\overrightarrow{a_{CM}} = \frac{d\overrightarrow{v_{CM}}}{dt} = (2,35\hat{\imath} - 1,57\hat{\jmath})$$

$$\overrightarrow{v_{CM}} = \int_{0}^{t} (2,35\hat{\imath} - 1,57\hat{\jmath})dt$$

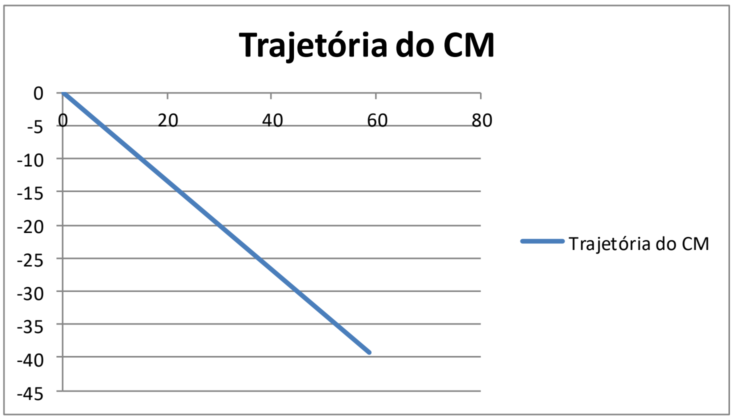
$$\overrightarrow{v_{CM}} = (2,35\hat{\imath} - 1,57\hat{\jmath})t$$

Para se fazer o gráfico da trajetória xy deve-se obter a equação da posição em função do tempo, dada pela integral da equação vetorial da velocidade do centro de massa. Assim:

$$\overrightarrow{r_{CM}} = \int_{0}^{t} (2,35\hat{\imath} - 1,57\hat{\jmath})t dt$$

$$\overrightarrow{r_{CM}} = (2,35\hat{\imath} - 1,57\hat{\jmath})t^2$$

t	x(CM)	y(CM)
0	0	0
1	2,35	-1,57
2	9,4	-6,28
3	21,15	-14,13
4	37,6	-25,12
5	58,75	-39,25



O ângulo será dado por:

$$\boldsymbol{\theta = arctg\frac{-39,25}{58,75} \rightarrow \theta = -33,74^0}$$

•18 Uma bola de 0,70 kg está se movendo horizontalmente com uma velocidade de 5,0 m/s quando se choca com uma parede vertical e ricocheteia com uma velocidade de 2,0 m/s. Qual é o módulo da variação do momento linear da bola?

A variação do momento linear de uma partícula unidimensional é dado por:

$$\Delta p = |mv_i - mv_f|$$

Considerando que antes da colisão a velocidade era positiva, após a colisão se moverá em sentido oposto, sendo portanto a velocidade negativa. Assim:

$$\Delta p = |mv_i - mv_f| = |(0,70.(5,0) - (0,70.(-2,0)| = 4,9 \text{ kg.m/s}$$

•24 Em uma brincadeira comum, mas muito perigosa, alguém puxa uma cadeira quando uma pessoa está prestes a se sentar, fazendo com que a vítima se estatele no chão. Suponha que a vítima tem 70 kg, cai de uma altura de 0,50 m e a colisão com o piso dura 0,082 s. Quais são os módulos (a) do impulso e (b) da força média aplicada pelo piso sobre a pessoa durante a colisão?

Incialmente, deve-se calcular a velocidade com que a pessoa colide com o solo. Assim aplicando o princípio da conservação da energia mecância, a energia potencial gravitacional da pessoa derá convertida totalmente em energia cinética ao colidir com o solo. Assim:

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh \Rightarrow v = \sqrt{2.9{,}80.0{,}50} = 3{,}1\,\text{m/s}$$

a) Pelo teorema do impulso unidimensional tem-se que:

$$|\Delta p| = J \Rightarrow J = |m\Delta v| = (70).(3{,}1) = 220\,N.s$$

b) Sabe-se que o impulso unidimensional é dado por:

$$J = \overline{F}.\Delta t \Rightarrow \overline{F} = \frac{220}{0{,}082} = 2.700\,N$$

•27 Uma bola de 1,2 kg cai verticalmente em um piso com uma velocidade de 25 m/s e ricocheteia com uma velocidade inicial de 10 m/s. (a) Qual é o impulso recebido pela bola durante o contato com o piso? (b) Se a bola fica em contato com o piso por 0,020 s, qual é a força média exercida pela bola sobre o piso?

a) Considerando o versor $\hat{j}$ tem-se na queda -25 m/s e no retorno 10 m/s. Assim:

$$\vec{J} = m.(\vec{v}_f - \vec{v}_i) = (1{,}2).[(10) - (-25)] = 42\,kg.m/s$$

b)

$$J = \overline{F}.\Delta t \Rightarrow \overline{F} = \frac{42}{0{,}020} = 2.100\,N$$

••35 Um jogador de futebol chuta uma bola com massa de 0,45 kg que se encontra em repouso. O pé do jogador fica em contato com a bola por $3{,}0 \times 10^{-3}$ s e a força do chute é dada por

$$F(t) = [(6{,}0 \times 10^6)t - (2{,}0 \times 10^9)t^2]\ \mathrm{N}$$

para $0 \leq t \leq 3{,}0 \times 10^{23}$ s, onde t está em segundos. Determine o módulo (a) do impulso sobre a bola devido ao chute, (b) da força média do pé do jogador sobre a bola durante o contato, (c) da força máxima exercida pelo pé do jogador sobre a bola durante o contato e (d) da velocidade da bola imediatamente após perder o contato com o pé do jogador.

a) **O impulso pode ser neste caso como tem-se a função da força em função do tempo, ser determinado por:**

$$\vec{J} = \int_0^{3.10^{-3}} \left[(6{,}0{,}10^6)t - (2{,}0.10^9)t^2\right]dt = \left[\frac{1}{2}(6{,}0{,}10^6)t^2 - \frac{1}{3}(2{,}0.10^9)t^3\right]_0^{3.10^{-3}} = 9{,}0 N.s$$

$$J = \overline{F}.\Delta t \Rightarrow \overline{F} = \frac{9{,}0}{3{,}0.10^{-3}} = 3{,}0.10^3\, N$$

b) **Para se determinar a força máxima devem-se determinar as raízes da função da força. Assim:**

$$\frac{dF}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{d\left[(6{,}0{,}10^6)t - (2{,}0.10^9)t^2\right]}{dt} = 0 \Rightarrow 6{,}0.10^6 - 4{,}0.10^9 t = 0 \Rightarrow t = 1{,}5.10^{-3} s$$

c) **Voltando à equação da força:**

$$F_{\max} = (6{,}0{,}10^6)t - (2{,}0.10^9)t^2 = (6{,}0{,}10^6)(1{,}5.10^{-3}) - (2{,}0.10^9)(1{,}5.10^{-3})^2 = 4500\, N$$

d) **Usando a equação do momento tem-se:**

$$\vec{p} = m.\vec{v} = \vec{J} \Rightarrow \vec{v} = \frac{\vec{J}}{m}$$

Em uma dimensão:

$$v = \frac{J}{m} = \frac{9.0}{0{,}45} = 20 m/s$$

••37 A Fig. 9-56 mostra um gráfico aproximado do módulo da força F em função do tempo t para uma colisão de uma superbola de 58 g com uma parede. A velocidade inicial da bola é 34 m/s, perpendicular à parede; ela ricocheteia praticamente com a mesma velocidade escalar, também perpendicular à parede. Quanto vale $F_{máx}$, o módulo máximo da força exercida pela parede sobre a bola durante a colisão?

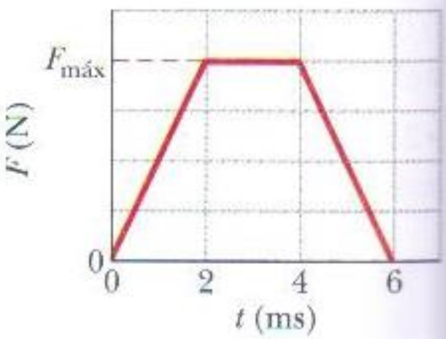


FIG. 9-56 Problema 37.

Para resolver o problema, deve-se lembrar que o impulso corresponde a variação do momento linear da partícula.

$$\vec{J} = \Delta\vec{p}$$

Mas como é dada a força como uma função de t pode-se escrever a equação anterior como:

$$\int \vec{F}dt = \Delta\vec{p} \Rightarrow \int \vec{F}dt = m\vec{v}_f - m\vec{v}_i$$

Como a força no gráfico tem 3 comportamentos distintos F(0 a 2 ms), F(2 ms a 4 ms) e F(4 ms a 6 ms) e a velocidade somente muda de sentido, tem-se:

$$\int \vec{F}dt = m\vec{v}_f - m\vec{v}_i \Rightarrow \int_0^{0,002} Fdt + \int_{0,002}^{0,004} Fdt + \int_{0,004}^{0,006} Fdt = m(v) - m(-v)$$

Sabe-se que a área sob a curva do gráfico dado onde tem-se F(t) corresponde a cada uma das três integrais. Assim:

$$\int_0^{0,002} Fdt = \frac{1}{2}F_{\max}.(0,002-0) = 0,001F_{\max}$$

$$\int_{0,002}^{0,004} Fdt = F_{\max}.(0,004-0,002) = 0,002F_{\max}$$

$$\int_{0,004}^{0,006} Fdt = \frac{1}{2}F_{\max}.(0,006-0,004) = 0,001F_{\max}$$

Assim:

$$\int \vec{F}dt = m\vec{v}_f - m\vec{v}_i \Rightarrow 0,001F_{\max} + 0,002F_{\max} + 0,001F_{\max} = 2mv$$

$$\int \vec{F}dt = m\vec{v}_f - m\vec{v}_i \Rightarrow 0,004F_{\max} = 2(0,058)(34) \Rightarrow F_{\max} = 990N$$

•40 Uma nave espacial está se movendo a 4300 km/h em relação à Terra quando, após ter queimado todo o combustível, o motor do foguete (de massa $4m$) é desacoplado e ejetado para trás com uma velocidade de 82 km/h em relação ao módulo de comando (de massa m). Qual é a velocidade do módulo de comando em relação à Terra imediatamente após a separação?

Consideramos que a massa do motor é M e do módulo é m. A velocidade inicial do sistema (M+m) é v_0, sendo v_r a velocidade relativa do módulo e o motor, e v a velocidade relativa do módulo e a terra após a separação. Pelo princípio da conservação do momento linear tem-se:

$$(M+m).v_0 = m.v + M(v - v_r)$$

Fazendo as simplificações e isolando-se v tem-se:

$$v = \frac{Mv_0 + mv_0 + Mv_r}{M+m} = \frac{4m.4300 + m.4300 + 4m.82}{4m+m} = 4365{,}6 km/h$$

•••48 Uma partícula A e uma partícula B são empurradas uma contra a outra, comprimindo uma mola colocada entre elas. Quando são liberadas, a mola as arremessa em sentidos opostos. A massa de A é 2,00 vezes a massa de B, e a energia armazenada na mola era de 60 J. Suponha que a mola tenha massa desprezível e que toda a energia armazenada seja transferida para as partículas. Depois de terminada essa transferência, qual é a energia cinética (a) da partícula A e (b) da partícula B?

Neste problema deve se aplicar o princípio da conservação da energia, onde a energia potencial elástica da mola deverá ser convertida em energia cinética para as duas partículas. Assim:

$$U_S = K_A + K_B = 60 \Rightarrow \frac{1}{2}2m_B v_{Af}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{Bf}^2 = 60$$

Pelo princípio da conservação do momento linear, o momento antes deve ser igual ao momento linear depois. Assim:

$$m_A v_{Ai} + m_B v_{Bi} = m_A v_{Af} + m_B v_{Bf} \Rightarrow 0 = m_A v_{Af} + m_B v_{Bf}$$

Mas m_A=2.m_B

$$0 = 2m_B v_{Af} + m_B v_{Bf} \Rightarrow v_{Bf} = -2v_{Af}$$

$$\frac{1}{2}2m_B(-\frac{1}{2}v_{Bf})^2 + \frac{1}{2}m_B v_{Bf}^2 = 60 \Rightarrow \frac{3}{4}m_B v_{Bf}^2 = 60 \Rightarrow \frac{1}{2}m_B v_{Bf}^2 = 40J$$

Assim,

$$\frac{1}{2}m_A v_{Af}^2 = 20J$$

•50 Uma bala de 5,20 g a 672 m/s atinge um bloco de madeira de 700 g inicialmente em repouso sobre uma superfície sem atrito. A bala atravessa o bloco e emerge, viajando no mesmo sentido, com sua velocidade reduzida para 428 m/s. (a) Qual é a velocidade final do bloco? (b) Qual é a velocidade do centro de massa do sistema bala-bloco?

a) **Considerando o movimento segundo o eixo x positivo, e aplicando o princípio da conservação do momento vem:**

$$m_p\overrightarrow{v_{pi}} + m_b\overrightarrow{v_{bi}} = m_p\overrightarrow{v_{pf}} + m_b\overrightarrow{v_{bf}}$$

$$(5,2).(672\hat{\imath}) + (700).(0\hat{\imath}) = (5,2).(428\hat{\imath}) + (700)\overrightarrow{v_{bf}}$$

$$\overrightarrow{v_{bf}} = \frac{1268,8\hat{\imath}}{700} = 1,81\hat{\imath}\ m/s$$

b) **Aplicando o princípio da conservação do momento ao centro de massa, vem:**

$$(m_p + m_b)\overrightarrow{v_{CM}} = m_p\overrightarrow{v_{pi}} + m_b\overrightarrow{v_{bi}}$$

$$\overrightarrow{v_{CM}} = \frac{(5,2).(672\hat{\imath}) + (700).(0\hat{\imath})}{700 + 5,2}$$

$$\overrightarrow{v_{CM}} = \frac{3494,4\hat{\imath}}{705,2} = 4,96\hat{\imath}\ m/s$$

••53 Na Fig. 9-61*a* uma bala de 3,50 g é disparada horizontalmente contra dois blocos inicialmente em repouso sobre uma mesa sem atrito. A bala atravessa o bloco 1 (com 1,20 kg de massa) e fica alojada no bloco 2 (com 1,80 kg de massa). Os blocos terminam com velocidades $v_1 = 0{,}630$ m/s e $v_2 = 1{,}40$ m/s (Fig. 9-61*b*). Desprezando o material removido do bloco 1 pela bala, encontre a velocidade da bala (a) ao sair do bloco 1 e (b) ao entrar no bloco 1.

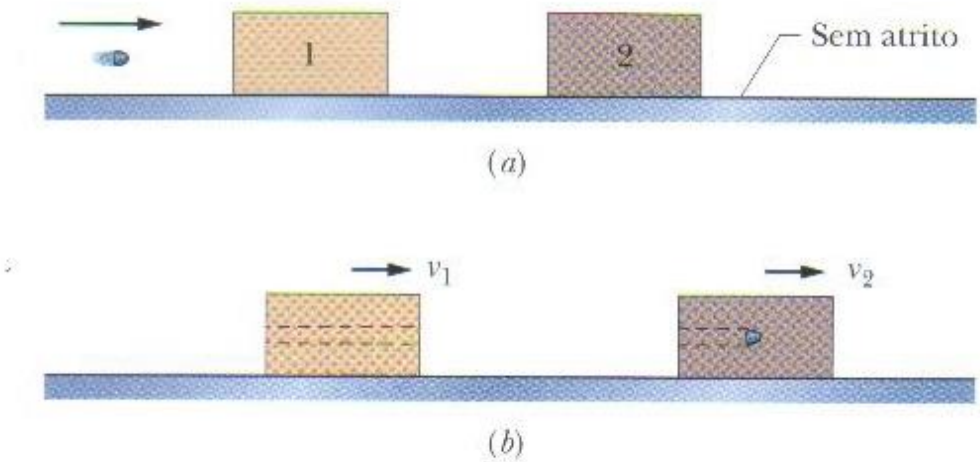


FIG. 9-61 Problema 53.

a) **Considerando o movimento segundo o eixo x positivo, e aplicando o princípio da conservação do momento vem:**

$$m_p\overrightarrow{v_{pi}} + m_{b1}\overrightarrow{v_{b1i}} + m_{b2}\overrightarrow{v_{b2i}} = (m_p + m_{b2})\overrightarrow{v_2} + m_{b1}\overrightarrow{v_{b1f}}$$

Para se determinar a velocidade com que a bala sai do bloco 1 deve-se considerar somente a velocidade final do bloco 2 mais a bala. Assim:

$$(3,50.10^{-3})\overrightarrow{v_{pf}} + 0 + 0 = (1,80 + 3,50.10^{-3}).1,40\hat{\imath} + 0$$

$$\overrightarrow{v_{pf}} = (1,80 + 3,50.10^{-3}).1,40\hat{\imath}$$

$$\overrightarrow{v_{pf}} = 721\hat{\imath}\ m/s$$

b) **Ao entrar no bloco 1 deve-se considerar a velocidade inicial da bala v_{pi} e a velocidade de saída do bloco 1. Assim:**

$$m_p\overrightarrow{v_{pi}} + m_{b1}\overrightarrow{v_{b1i}} + m_{b2}\overrightarrow{v_{b2i}} = (m_p + m_{b2})\overrightarrow{v_2} + m_{b1}\overrightarrow{v_{b1f}}$$

$$(3,50.10^{-3})\overrightarrow{v_{pi}} + 0 + 0 = (1,80 + 3,50.10^{-3}).1,40\hat{\imath} + (3,50.10^{-3})(721\hat{\imath})$$

$$\overrightarrow{v_{pi}} = (937\hat{\imath})\ m/s$$

•••59 Na Fig. 9-65, o bloco 1 (com uma massa de 2,0 kg) está se movendo para a direita a 10 m/s e o bloco 2 (com uma massa de 5,0 kg) está se movendo para a direita a 3,0 m/s. A superfície não tem atrito, e uma mola com uma constante elástica de 1120 N/m está presa no bloco 2. Quando os blocos colidem, a compressão da mola é máxima no instante em que os blocos têm a mesma velocidade. Determine a máxima compressão da mola.

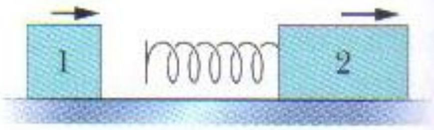


FIG. 9-65 Problemas 59 e 126.

a) **Considerando o movimento segundo o eixo x positivo, e aplicando o princípio da conservação do momento vem:**

$$\boldsymbol{m_1\overrightarrow{v_{1i}} + m_2\overrightarrow{v_{2i}} = (m_1+m_2)\vec{v}}$$

$$(2,0).(10\hat{i}) + (5,0).(3,0\hat{i}) = (2,0+5,0).\vec{v} \Rightarrow \vec{v} = \frac{35\vec{i}}{7,0} = (5,0\hat{i})m/s$$

Considerando a conservação da energia mecânica tem-se:

$$\Delta E_{mec} = 0$$

$$\Delta U_S + \Delta K = 0 \Rightarrow -\Delta U_S = \Delta K$$

$$-\frac{kx^2}{2} = \frac{(m_1+m_2)v^2}{2} - \frac{m_1 v_{1f}^2}{2} - \frac{m_2 v_{2i}^2}{2}$$

$$-\frac{(1120)x^2}{2} = \frac{(2,0+5,0)(5,0\hat{i})^2}{2} - \frac{2,0(10\hat{i})^2}{2} - \frac{5,0.(3,0\hat{i})^2}{2}$$

$$-560x^2 = 87,5 - 100 - 22,5$$

$$x = \sqrt{\frac{35}{560}} = 0,25m$$

••65 Na Fig. 9-67, a partícula 1, de massa $m_1 = 0{,}30$ kg, desliza para a direita ao longo de um eixo x sobre um piso sem atrito com uma velocidade escalar de 2,0 m/s. Quando chega ao ponto $x = 0$ sofre uma colisão elástica unidimensional com a partícula 2 de massa $m_2 = 0{,}40$ kg, inicialmente em repouso. Quando a partícula 2 se choca com uma parede no ponto $x_p = 70$ cm ricocheteia sem perder velocidade escalar. Em que ponto do eixo x a partícula 2 volta a colidir com a partícula 1?

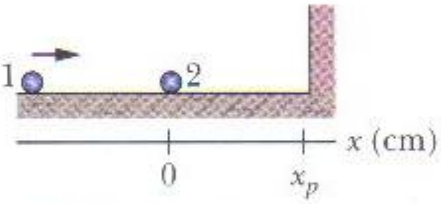


FIG. 9-67 Problema 65.

Pela conservação do momento linear tem-se:

$$\vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f} = \vec{p}_{1i} + \vec{p}_{2i}$$

$$m_1(v_{1i} - v_{1f}) = m_2(v_{2f} - v_{2i})$$

Pelo princípio da conservação da energia cinética tem-se

$$\frac{m_1}{2}(v^2{}_{1f} - v^2{}_{1i}) = \frac{m_2}{2}(v^2{}_{2i} - v^2{}_{2f})$$

Fazendo-se as devidas simplificações (resolvido em sala de aula), obtém-se as equações:

$$\boldsymbol{v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1i} = \frac{-0,1}{0,7} 2,0 = -0,29\ m/s}$$

$$\boldsymbol{v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1i} = \frac{0,6}{0,7} 2,0 = 1,7\ m/s}$$

Analizando somente o movimento da partícula 2, apartir de x =0 m, entre a colisão da partícula 1 com a 2 e a 2 retornar ao ponto x = 0 m, após a primeira batida na parede ela irá percorrer x = 0,70 m de ida mais 0,70 m de volta, percorrendo a distância de 1,40 m com uma velocidade constante de 1,7 m/s. Assim o tempo gasto para este percurso será:

$$\boldsymbol{t = \frac{1,40}{1,7} = 0,82\ s.}$$

Com base neste tempo pode-se determinar a distância percorrida pela partícula 1.

$$\boldsymbol{x_1 = -0,29.0,82 = -23\ cm}$$

Assim existe para a volta uma distância entre as partículas de 23 cm. Elas se encontrarão quando $x_1 = x_2$, ou seja:

$$\boldsymbol{-0,23 - 0,29t = -1,7t \rightarrow 1,41t = 0,23 \rightarrow t = 0,16\ s}$$

Assim o tempo total para o encontro após a colisão será:

$$t = 0,16 + 0,82 = \ 0,98\ s$$

Assim o ponto para a colisão das duas partículas pode ser obtido pela distância percorrida pelas partículas em 0,98 s. Assim considerando a partícula 1 tem-se:

$$x_1 = -0,29.0,98 = -28\ cm$$

••74 A bola B, que se move no sentido positivo de um eixo x com velocidade v, colide com a bola A inicialmente em repouso na origem. A e B têm massas diferentes. Após a colisão, B se move no sentido negativo do eixo y com velocidade escalar $v/2$. (a) Qual é a orientação de A após a colisão? (b) Mostre que a velocidade de A não pode ser determinada a partir das informações dadas.

Antes da colisão, A e B estão sobre o eixo x e sem movimento no eixo y. Após a colisão B se move a -90⁰ e considera-se que A se move a um ângulo ϕ em relação ao eixo positivo x. A equação da conservação do momento linear para o eixo x e y sera:

$$\begin{cases} \boldsymbol{eixo\ x}:\ \boldsymbol{m_A v_{ai} + m_B v_{Bi} = m_B v_{Bf} cos\theta + m_A v_{Af} cos\phi} \\ \\ \boldsymbol{eixo\ y}:\ \boldsymbol{m_A v_{ai} + m_B v_{Bi} = m_A v_{Af} sen\phi + m_B v_{Bf} sen\theta} \end{cases}$$

Mas $v_{ai} = 0$ e inicialmente não se tem movimento no eixo y, assim:

$$\begin{cases} \boldsymbol{eixo\ x}: \boldsymbol{m_B v_{Bi} = m_B v_{Bf} cos\theta + m_A v_{Af} cos\phi} \ \ (1) \\ \\ \quad \boldsymbol{eixo\ y}:\ \boldsymbol{0 = m_A v_{Af} sen\phi + m_B v_{Bf} sen\theta} \ \ (2) \end{cases}$$

Mas $v_{Bf} = \frac{v_{Ai}}{2}$, e com este resultado em (2), vem:

$$\boldsymbol{0 = m_A v_{Af} sen\phi + m_B \left(\frac{v_{Ai}}{2}\right) sen90}$$

$$\boldsymbol{m_A v_{Af} sen\phi = m_B \left(\frac{v_{Ai}}{2}\right)} \ \ (3)$$

Da equação (1) vem:

$$\boldsymbol{m_B v_{Bi} = m_B v_{Bf} cos90 + m_A v_{Af} cos\phi}$$

$$\boldsymbol{m_B v_{Bi} = m_A v_{Af} cos\phi} \ \ (4)$$

Dividindo-se a equação (4) pela equação (3), vem:

$$\boldsymbol{\frac{m_B v_{Bi}}{m_B \left(\frac{v_{Ai}}{2}\right)} = \frac{m_A v_{Af} cos\phi}{m_A v_{Af} sen\phi} \rightarrow \frac{cos\phi}{sen\phi} = 2 \rightarrow tg\emptyset = 2 \rightarrow \emptyset = 27^0}$$

b) Pode-se resolver o problema para v_{Af} usando a equação do momento linear para o eixo y.

$$\boldsymbol{m_A v_{ai} + m_B v_{Bi} = m_A v_{Af} sen\phi + m_B v_{Bf} sen\theta}$$

$$\boldsymbol{0 + m_B v_{Bi} = m_A v_{Af} sen27^0 + m_B v_{Bf} sen90^0}$$

$$\boldsymbol{v_{Af} = \frac{1}{0,45} \cdot \frac{m_B}{m_A} v_{Bi}}$$

Observe que tem-se sempre o valor de v_{Af} como função das massas que são diferentes e de v_{Bi}. Assim não há como se determinar a velocidade final de A sem conhecer $m_A e\ m_B$ e v_{Bi}

•78 Uma sonda espacial de 6090 kg, movendo-se em direção a Júpiter a uma velocidade de 105 m/s em relação ao Sol, aciona o motor, ejetando 80,0 kg de produtos de combustão a uma velocidade de 253 m/s em relação à sonda espacial. Qual é a velocidade final da sonda?

Este problema foi resolvido em sala de aula. Aplicando a equação final obtida, tem-se:

$$\boldsymbol{v_f = v_i + v_{rel} ln\left(\frac{M_i}{M_f}\right)}$$

$$\boldsymbol{v_f = 105 + (253) ln\left(\frac{6090}{6010}\right) = 108\ m/s}$$

83 *"Relativamente" é uma palavra importante*. Na Fig. 9-76 o bloco E de massa $m_E = 1{,}00$ kg e o bloco D de massa $m_D = 0{,}500$ kg são mantidos no lugar com uma mola comprimida entre eles. Quando os blocos são liberados a mola os impulsiona e eles passam a deslizar em um piso sem atrito. (A mola tem massa desprezível e cai no piso depois de impulsionar os blocos.) (a) Se a mola imprime ao bloco E uma velocidade de 1,20 m/s *relativamente* ao piso, que distância o bloco D percorre em 0,800 s? (b) Se, em vez disso, a mola imprime ao bloco E uma velocidade de 1,20 m/s *relativamente* ao bloco D, que distância o bloco D percorre em 0,800 s?

FIG. 9-76 Problema 83.

a) **Pelo princípio da conservação do momento linear tem-se:**

$$m_D v_D + m_E v_E = m_D v'_D + m_E v'_E$$

Antes da mola ser liberada os corpos estão parados. Assim:

$$0 + 0 = m_D v'_D + m_E v'_E \Rightarrow 0 = (0{,}500)v'_D + (1.00).(-1{,}20) \Rightarrow v'_D = 2{,}40 m/s$$

$$0 = (0{,}500)v'_D + (1.00).(-1{,}20)$$

$$v'_D = 2{,}40 m/s$$

Supondo a velocidade constante, a distância percorrida pelo bloco será:

$$x_A = v'_D . t \Rightarrow 2{,}40.(0{,}800) = 1{,}92 m$$

b) **A equação** $m_D v_D + m_E v_E = m_D v'_D + m_E v'_E$**, deve ser reescrita para a velocidade relativa. Assim:**

$$m_D v'_D + m_E (v'_D - 1{,}20) = 0$$

$$m_D v'_D + m_E v'_D - m_E 1{,}20 = 0$$

$$v'_D (m_E + m_D) = m_E 1{,}20$$

$$v'_D = \frac{m_E 1{,}20}{(m_E + m_D)} = \frac{(1{,}00).(1{,}20)}{1{,}00 + 0{,}500} = \frac{1{,}20}{1{,}50} = 0{,}800 m/s$$

Supondo a velocidade constante, a distância percorrida pelo bloco será:

$$x_D = v'_D . t \Rightarrow (0{,}800).(0{,}800) = 0{,}640 m$$

109 Uma colisão ocorre entre um corpo de 2,00 kg que se move com uma velocidade $\vec{v}_1 = (-4{,}00 \text{ m/s})\hat{\text{i}} + (-5{,}00 \text{ m/s})\hat{\text{j}}$ e um corpo de 4,00 kg que se move com uma velocidade $\vec{v}_2 = (6{,}00 \text{ m/s})\hat{\text{i}} + (-2{,}00 \text{ m/s})\hat{\text{j}}$. Os dois corpos permanecem unidos após a colisão. Determine a velocidade comum dos dois corpos após a colisão (a) em termos dos vetores unitários e como (b) um módulo e (c) um ângulo.

a) Como os corpos permanecem unidos após a colisão, tem-se uma colisão inelástica, onde após a colisão tem-se um novo sistema que se move com velocidade única e massa dada pela soma das massas dos corpos colidentes. Assim o princípio do momento linear determina que:

$$m_1\vec{v}_{1i} + m_2\vec{v}_{2i} = (m_1 + m_2)\vec{v}$$

$$(2{,}00).(-4{,}00\hat{i} - 5{,}00\,\hat{j}) + (4{,}00).(6{,}00\hat{i} - 2{,}00\,\hat{j}) = (2{,}00 + 4{,}00)\vec{v}$$

$$\vec{v} = \frac{16{,}0\hat{i} - 18{,}0\,\hat{j}}{6{,}00} = \left(\frac{8}{3}\hat{i} - 3{,}00\,\hat{j}\right) m/s$$

b) Inicialmente determina-se o módulo do vetor velocidade

$$v = \sqrt{\left(\frac{8}{3}\right)^2 + (-3)^2} = 3{,}76 m/s$$

O ângulo será:

$$\theta = arctg\left(\frac{-3}{8/3}\right) \Rightarrow \theta = -48^0$$

125 Um bloco de 3000 kg cai verticalmente uma distância de 6,0 m e colide com uma estaca de 500 kg, enterrando-a 3,0 cm no solo. Supondo que a colisão bloco-estaca é perfeitamente inelástica, determine o módulo da força média que o solo exerce sobre a estaca durante a descida de 3,0 cm.

Inicialmente deve-se observar que a colisão é inelástica, ou seja, o bloco e a estaca ficam juntos após a colisão. Assim pela conservação do momento linear tem-se:

$$m_E.\vec{v}_{iE} + m_B\vec{v}_{iB} = (m_E + m_B).\vec{v}_f$$

Para se aplicar a equação anterior necessita-se da velocidade do bloco ao tocar a estaca, oque pode ser determinado por:

$$v^2 = v_0^2 + 2.g.h \Rightarrow v = \sqrt{0^2 + 2.9,8.6,0} = 10,8 m/s$$

Voltando a equação do momento linear:

$$500.0 + 3000.10,8 = (3500).v_f \Rightarrow v_f = 9,3 m/s$$

Para se determinar a força média aplicada para que a estaca penetre 0,03 m no solo, deve-se inicialmente determinar a aceleração que o bloco deve ter ao entrar em contato com a estaca de forma a esta penetrar os 0,03 m no solo. Assim:

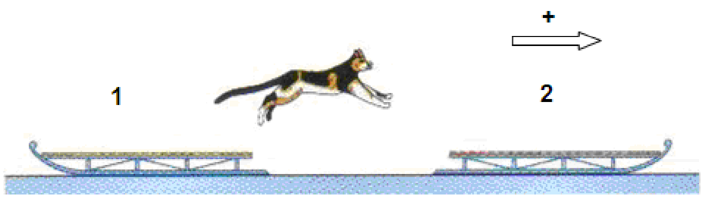
$$v^2 = v_0^2 + 2.a.d \Rightarrow a = \frac{0^2 - (9,3)}{2.0,03} = -1440 m/s$$

Agora se pode determinar a força que causa a desaceleração determinada antes, usando a segunda lei de Newton. Assim:

$$F = (m_E + m_B).|a| \Rightarrow F = (3500).(1440) = 5040000 = 5.10^6 N$$

136 A Fig. 9-86 mostra dois trenós de 22,7 kg cada um, separados por uma curta distância, um atrás do outro. Um gato de 3,63 kg, inicialmente sobre um dos trenós, salta para o outro e imediatamente pula de volta para o primeiro. Os dois saltos são realizados com uma velocidade de 3,05 m/s em relação ao gelo. Determine a velocidade escalar, após os saltos, (a) do primeiro trenó e (b) do segundo trenó.

FIG. 9-86 Problema 136.



Inicialmente deve-se considerar o primeiro salto do trenó 1 em direção ao trenó 2. Quando o cachorro sair do trenó 1 a velocidade deste trenó poderá ser obtida por meio da equação da conservação do momento para um choque inelástico onde a massa do cão e trenó que eram somadas se separam. Assim:

$$(m_{T1} + m_C).\vec{v}_i = m_{T1},\vec{v}_{f1} + m_C.\vec{v}_{fC}$$

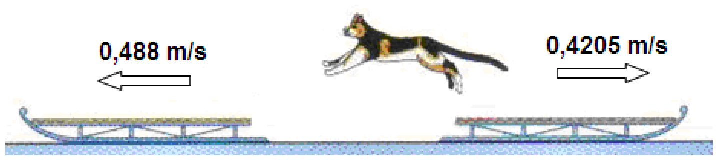
$$(22{,}7 + 3{,}63).0 = -22{,}7.v_{f1} + 3{,}63.3{,}05 \Rightarrow v_{1f} = 0{,}488\, m/s$$

Quando o cão chega ao segundo trenó, a velocidade deste trenó será:

$$(m_{T2} + m_C).\vec{v}_{2f} = m_{T2},\vec{v}_{i2} + m_C.\vec{v}_{iC}$$

$$(22{,}7 + 3{,}63).v_{2f} = 22{,}7.0 + 3{,}63.3{,}05 \Rightarrow v2_{1f} = 0{,}4205\, m/s$$

Para a volta pode-se imaginar a situação ilustrada abaixo:



Assim para o segundo salto o cão se encontra com o trenó 2. Usando a mesma formulação anterior, vem:

$$(m_{T2} + m_C).\vec{v}_{i2} = m_{T2}.\vec{v}_{2f2} + m_C.\vec{v}_{f2C}$$

$$(22{,}7 + 3{,}63).0{,}4205 = 22{,}7.v_{2f2} - 3{,}63.3{,}05 \Rightarrow v_{2f2} = 0{,}975 m/s$$

Quando o cão chega novamente ao primeiro trenó, a velocidade deste trenó será:

$$(m_{T1} + m_C).\vec{v}_{1f2} = m_{T1}.\vec{v}_{1f} + m_C.\vec{v}_{iC}$$

$$-(22{,}7 + 3{,}63).v_{1f2} = -22{,}7.0{,}488 - 3{,}63.3{,}05 \Rightarrow v_{1f2} = 0{,}841 m/s$$