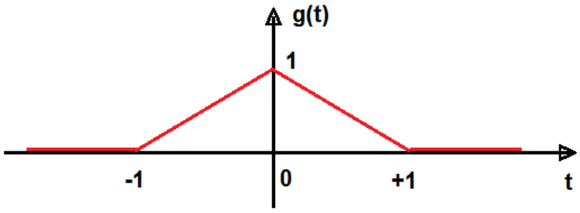
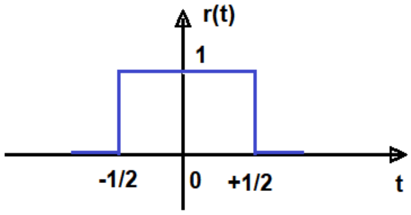
1 Sinais de Tempo Contínuo

Aula 01 - Capítulo 1: páginas 1 a 10

1.1 Exercício Resolvido

Expresse matematicamente o sinal $g(t)$ através de operações com o sinal $r(t)$.





- Passo 1: Diferenciação em $g(t)$ (cap1/pag10).

  As operações devem ser realizadas em $r(t)$, mas nesse caso, a manipulação matemática fica mais evidente se a operação de diferenciação for aplicada inicialmente em $g(t)$ com a posterior aplicação da operação de integração a fim de anular o efeito da diferenciação em $g(t)$.

  Assim, tem-se o cálculo intermediário do sinal

  $$x(t) = \frac{d}{dt}g(t) \quad \text{tal que} \quad g(t) = \int_{-\infty}^{t} x(t)\,dt$$

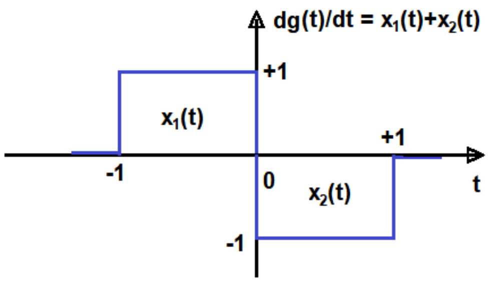
  A derivada da rampa de subida do sinal $g(t)$ é uma constante igual à tangente do ângulo formado com o eixo horizontal com o sinal positivo visto que a rampa sobe com o aumento de t, logo

  $$x(t) = \tan(\theta) = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}} = \frac{1}{1} = 1 \quad , \quad -1 < t < 0$$

  e para a rampa de descida tem-se o mesmo valor em módulo, porém com o sinal negativo visto que a rampa desce com o aumento de t, logo

  $$x(t) = -\tan(\theta) = -\frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}} = -\frac{1}{1} = -1 \quad , \quad 0 < t < 1$$

  Assim, tem-se o gráfico abaixo.

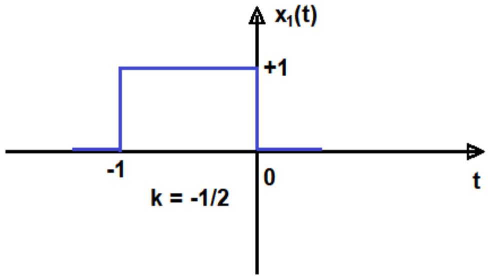


  Pode-se observar que o gráfico é formado pela combinação linear de dois pulsos retangulares deslocados no tempo, logo

  $$x(t) = x_1(t) + x_2(t)$$

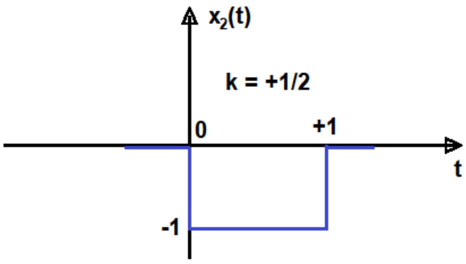
- Passo 2: Adiantamento de $r(t)$ (cap1/pag8).
  O sinal $x_1(t)$ é um pulso retangular deslocado de $k = -1/2$, portanto

$$x_1(t) = r(t-k) = r(t+1/2)$$



- Passo 3: Atraso de $r(t)$ (cap1/pag8).
  O sinal $x_2(t)$ é um pulso retangular deslocado de $k = +1/2$ e multiplicado por -1, portanto

$$x_2(t) = -r(t-k) = -r(t-1/2)$$



- Passo 4: Combinação linear.

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) = r(t+1/2) - r(t-1/2)$$

- Passo 5: Integração (cap1/pag10).
  No passo 1, estabeleceu-se que

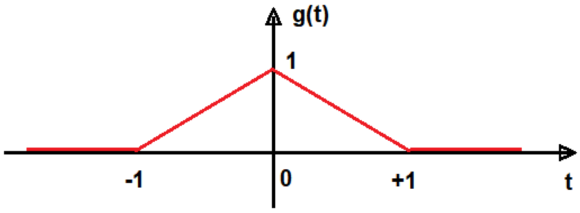
$$x(t) = \frac{d}{dt}g(t) \quad \text{tal que} \quad g(t) = \int_{-\infty}^{t} x(t)\, dt$$

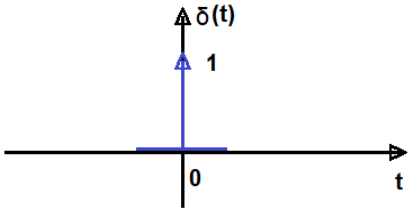
e assim, com o resultado do passo 4 obtém-se $g(t)$ expresso através de operações em $r(t)$:

$$g(t) = \int_{-\infty}^{t} \left[r(t+1/2) - r(t-1/2)\right]\, dt$$

1.2 Exercício Proposto

Expresse matematicamente o sinal $g(t)$ através de operações com o sinal $\delta(t)$.





▷ Dica: aplique duas vezes a diferenciação em $g(t)$.