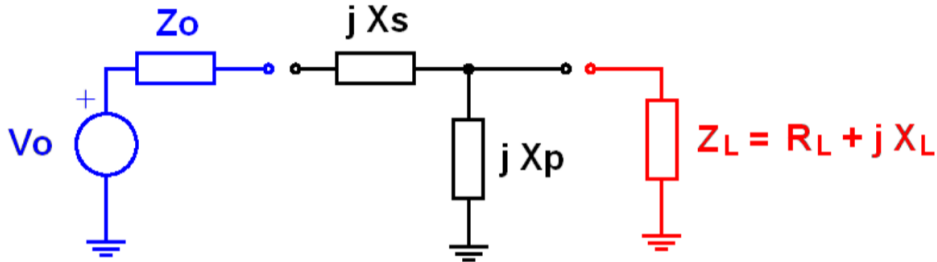


### 3 Casamento de Impedâncias

Aula 03 - Capítulo 3: slides 1 a 13

#### 3.1 Exercício Resolvido

Encontre as expressões para  $X_S$  e  $X_P$  da seção de transformação de impedâncias abaixo em função de  $R_L$ ,  $X_L$  e  $Z_o$  para transformar a impedância de carga  $Z_L = R_L + j X_L$  numa impedância puramente real igual a  $Z_o$ .



- Passo 1: Igualar a impedância da fonte à impedância resultante da seção de transformação de impedância com a carga.

$$Z_o = j X_S + \frac{j X_P \cdot Z_L}{j X_P + Z_L}$$

- Passo 2: Substituir  $Z_L = R_L + j X_L$ .

$$Z_o = j X_S + \frac{j X_P \cdot (R_L + j X_L)}{j X_P + R_L + j X_L}$$

- Passo 3: Separar o resultado em partes real e imaginária.

Inicialmente separa-se o numerador e o denominador da fração em partes real e imaginária lembrando que  $j \cdot j = -1$

$$Z_o = j X_S + \frac{-X_P \cdot X_L + j X_P \cdot R_L}{R_L + j (X_P + X_L)}$$

e multiplica-se pelo complexo conjugado do denominador conforme

$$\begin{aligned} Z_o &= j X_S + \frac{-X_P \cdot X_L + j X_P \cdot R_L}{R_L + j (X_P + X_L)} \cdot \frac{R_L - j (X_P + X_L)}{R_L - j (X_P + X_L)} \\ Z_o &= j X_S + j \frac{X_P \cdot R_L^2 + X_P^2 \cdot X_L + X_P \cdot X_L^2}{R_L^2 - (X_P + X_L)^2} + \frac{-X_P \cdot X_L R_L + X_P^2 \cdot R_L + X_P \cdot X_L R_L}{R_L^2 - (X_P + X_L)^2} \\ Z_o &= j \left[ X_S + \frac{X_P \cdot R_L^2 + X_P^2 \cdot X_L + X_P \cdot X_L^2}{R_L^2 - (X_P + X_L)^2} \right] + \frac{X_P^2 \cdot R_L}{R_L^2 - (X_P + X_L)^2} \end{aligned}$$

- Passo 4: Obter duas equações ao igualar as partes reais e imaginárias separadamente.

$$\begin{aligned} Z_o &= \frac{X_P^2 \cdot R_L}{R_L^2 - (X_P + X_L)^2} \\ 0 &= X_S + \frac{X_P \cdot R_L^2 + X_P^2 \cdot X_L + X_P \cdot X_L^2}{R_L^2 - (X_P + X_L)^2} \end{aligned}$$

- Passo 5: Resolver o sistema de duas equações com as duas incógnitas.

Note que na primeira equação há somente a incógnita  $X_P$ , logo recai-se na equação do segundo grau

$$\begin{aligned} Z_o \cdot R_L^2 - Z_o \cdot X_P^2 - 2Z_o \cdot X_L \cdot X_P - Z_o \cdot X_L^2 &= X_P^2 \cdot R_L \\ (Z_o + R_L) \cdot X_P^2 + 2Z_o \cdot X_L \cdot X_P - Z_o \cdot (R_L^2 - X_L^2) &= 0 \end{aligned}$$

cujas soluções são

$$\begin{aligned} X_P &= \frac{-2Z_o \cdot X_L \pm \sqrt{(2Z_o \cdot X_L)^2 + 4(Z_o + R_L) Z_o \cdot (R_L^2 - X_L^2)}}{2(Z_o + R_L)} \\ X_P &= -\frac{Z_o \cdot X_L}{Z_o + R_L} \pm \sqrt{\left(\frac{Z_o \cdot X_L}{Z_o + R_L}\right)^2 + \frac{Z_o \cdot (R_L^2 - X_L^2)}{Z_o + R_L}} \end{aligned}$$

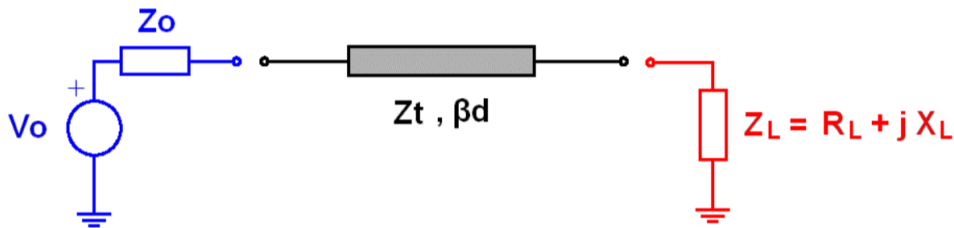
e, uma vez obtido o valor numérico de  $X_P$ , obtem-se o valor numérico de  $X_S$  por

$$X_S = \frac{X_P \cdot R_L^2 + X_P^2 \cdot X_L + X_P \cdot X_L^2}{(X_P + X_L)^2 - R_L^2}$$

▷ Complementação: Note que há duas soluções possíveis, mas se  $R_L < |X_L|$  pode não haver nenhuma solução. Nesse caso haverá solução invertendo a seção de transformação de impedâncias.

### 3.2 Exercício Proposto

Encontre as expressões para  $Z_t$  e  $\beta d$  da seção de transformação de impedâncias abaixo em função de  $R_L$ ,  $X_L$  e  $Z_o$  para transformar a impedância de carga  $Z_L = R_L + j X_L$  numa impedância puramente real igual a  $Z_o$ .



▷ Dica: use a expressão da impedância de entrada de um trecho de linha de transmissão terminada (cap2/sld10), substituindo a impedância característica da linha por  $Z_t$  e siga os passos do exercício resolvido.