4 Análise de Fourier no Tempo Discreto

Aula Extra 2 - Capítulo 4: páginas 7 e 8

4.3 Exercício Resolvido

Usando o par transformado

$$\delta\,[n] \leftrightarrow 1$$

calcule a trasformada de Fourier do sinal

$$y\,[n] = u[-n]$$

- Passo 1: Propriedade da acumulação (cap4/pag7)

$$\sum_{\ell=-\infty}^{n} x[\ell] \leftrightarrow \frac{X\,(\omega)}{1-e^{-j\omega}} + \pi\, X\,(0)\;\delta\,(\omega)$$

A operação de acumulação no tempo discreto é equivalente à operação de integração no tempo contínuo. O resultado da acumulação é a soma das amostras até o instante n, logo

$$\begin{aligned}
\sum_{\ell=-\infty}^{n} \delta\,[\ell] &= \sum_{\ell=-\infty}^{n} 0 = 0 \quad \text{para} \quad n<0 \\
\sum_{\ell=-\infty}^{n} \delta\,[\ell] &= \sum_{\ell=-\infty}^{-1} 0 + 1 = 1 \quad \text{para } n=0 \\
\sum_{\ell=-\infty}^{n} \delta\,[\ell] &= \sum_{\ell=-\infty}^{-1} 0 + 1 + \sum_{\ell=1}^{n} 0 = 1 \quad \text{para} \quad n>0
\end{aligned}$$

sendo que o resultado acima coincide com a definição do degrau discreto (cap3/pag5)

$$\sum_{\ell=-\infty}^{n} \delta\,[\ell] = u[n] = \begin{cases} 0 & , \quad n<0 \\ 1 & , \quad n \geq 0 \end{cases}$$

Aplicando a propriedade da acumulação tem-se

$$u[n] = \sum_{\ell=-\infty}^{n} \delta\,[\ell] \leftrightarrow U\,(\omega) = \frac{1}{1-e^{-j\omega}} + \pi\,.1.\,\delta\,(\omega)$$

- Passo 2: Propriedade da reversão (cap4/pag7).

A propriedade da reversão é

$$x[-n] \leftrightarrow X(-\omega)$$

logo

$$y\,[n] = u\,[-n] \leftrightarrow Y\,(\omega) = U\,(-\omega) = \frac{1}{1-e^{j\omega}} + \pi\,.1.\,\delta\,(-\omega)$$

Como o impulso é uma função par vale

$$\delta\,(-\omega) = \delta\,(\omega)$$

portanto

$$y\,[n] = u\,[-n] \leftrightarrow Y\,(\omega) = \frac{1}{1-e^{j\omega}} + \pi\,.\,\delta\,(\omega)$$

4.4 Exercício Proposto

Usando o par transformado

$$\delta[n] \leftrightarrow 1$$

calcule a trasformada de Fourier do sinal

$$y[n] = n.(u[n+1] - u[n-2])$$

$\triangleright$ Dica: Para simplificar, lembre da propriedade do produtos por impulso (cap1/pag13).