

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

Rodrigo Campos Serra Domingues

**MODELAGEM COMPORTAMENTAL DE AMPLIFICADORES DE POTÊNCIA
USANDO APROXIMAÇÕES POLINOMIAIS ORTOGONAIS**

**CURITIBA
2018**

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

Rodrigo Campos Serra Domingues

**MODELAGEM COMPORTAMENTAL DE AMPLIFICADORES DE POTÊNCIA
USANDO APROXIMAÇÕES POLINOMIAIS ORTOGONAIS**

Trabalho de conclusão de curso apresentado como requisito parcial para a obtenção do grau de Engenheiro Eletricista no curso de Graduação em Engenharia Elétrica, Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Ph.D. Eduardo Gonçalves de Lima.

CURITIBA
2018

TERMO DE APROVAÇÃO

RODRIGO CAMPOS SERRA DOMINGUES

MODELAGEM COMPORTAMENTAL DE AMPLIFICADORES DE POTÊNCIA USANDO APROXIMAÇÕES POLINOMIAIS ORTOGONAIS

Trabalho de conclusão de curso aprovado como requisito parcial para a obtenção de grau de Engenheiro Eletricista no curso de graduação em Engenharia Elétrica, Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:

Prof. Ph.D. Eduardo Gonçalves de Lima
Orientador – Departamento de Engenharia Elétrica

Prof. Ph.D. André Augusto Mariano
Departamento de Engenharia Elétrica

Prof. Ph.D. Bernardo Rego Barros de Almeida Leite
Departamento de Engenharia Elétrica

CURITIBA
2018

Agradecimentos

Aos meus pais, parentes e amigos que me deram apoio durante a minha formação como engenheiro eletricista.

Ao meu orientador Prof. Ph.D. Eduardo Gonçalves de Lima pelo apoio, dedicação e paciência que me possibilitou chegar até aqui.

Resumo

Este trabalho tem como tema a modelagem comportamental de amplificadores de potência de rádio frequência usando redes neurais de ligação funcional usando aproximações polinomiais ortogonais e tem como objetivo a implementação de uma rede neural, utilizando uma expansão em polinômios ortogonais do sinal de entrada de um amplificador de potência usando os polinômios de *Chebyshev*, de *Legendre* e de *Laguerre*, para obter um modelo comportamental que forneça uma resposta a mais próxima possível da resposta real do amplificador. O material a ser utilizado para o desenvolvimento do trabalho consiste em dados reais de entrada e saída de um amplificador e na utilização do *software* de licença livre Octave para a implementação do *script* usado para a rede neural. Para a metodologia implementada foi primeiramente feita uma análise teórica da rede neural a ser implementada, a qual é a rede neural de ligação funcional (*FLNN* na sigla em inglês), a qual tem a vantagem de ser linear nos coeficientes, na sequência foi feito o treinamento (inserção de dados) desta rede e a comparação dos resultados obtidos com os valores de entrada e saída medidos no amplificador em relação aos valores de referência utilizados. Foi percebido que a medida que o número de coeficientes dos polinômios aumentava, maior era a precisão do resultado, porém, enquanto o aumento da duração da memória aumentava significativamente o número de coeficientes, a ordem polinomial tinha um impacto mais significativo na precisão do resultado. Com base nos resultados, os três modelos comportamentais obtidos utilizando os polinômios de *Chebyshev*, os polinômios de *Legendre* e os polinômios de *Laguerre* apresentaram resultados semelhantes, tendo uma maior diferença entre os erros encontrados onde o número de coeficientes ou a duração da memória era menor. No entanto a diferença não foi significativa e os três modelos obtiveram uma boa precisão na modelagem do amplificador de potência.

Palavras-chave – polinômios ortogonais, rede neural de ligação funcional, modelagem comportamental

Abstract

This work has as its theme the behavioral modeling of radio frequency power amplifiers using functional link neural networks using orthogonal polynomial approximations and aims at the implementation of a neural network using an orthogonal expansion of the input signal of a power amplifier using the Chebyshev, Legendre, and Laguerre polynomials to obtain a behavioral model that provides a response as close as possible to the actual amplifier response. The material to be used for the development of the work consists of the actual input and output data of an amplifier and the use of the Octave free license software for the implementation of the script used for the neural network. For the implemented methodology, a theoretical analysis of the neural network to be implemented, which is the functional link neural network (FLNN), which has the advantage of being linear in the coefficients, in the sequence the training (data insertion) of this network and the comparison of the results obtained with the input and output values measured in the amplifier in relation to the reference values, were done. It was noticed that as the number of coefficients of the polynomials increased, the accuracy of the result was greater, but while the increase in memory duration significantly increased the number of coefficients, the polynomial order had a more significant impact on the accuracy of the result. Based on the results, the three behavioral models obtained using the Chebyshev polynomials, the Legendre polynomials and the Laguerre polynomials presented similar results, with a greater difference between the errors found where the number of coefficients or the duration of memory was smaller. However the difference was not significant and the three models obtained a good precision in the modeling of the power amplifier.

Keywords - orthogonal polynomials, functional link neural network, behavioral modeling

Lista de Figuras

Figura 1 - Balanceamento de potências de um amplificador.....	15
Figura 2 - Curva típica de rendimento e ganho de potência de um amplificador de potência para rádio frequência.....	16
Figura 3 - Diagrama para modelagem do amplificador.....	18
Figura 4 - Modelo de um neurônio artificial não linear.....	21
Figura 5 - Modelo de uma rede neural.....	22
Figura 6 - Diagrama de blocos da FLNN.....	23
Figura 7 - Diagrama de blocos do treinamento da FLNN.....	25
Figura 8 - Gráfico da amplitude normalizada da saída versus entrada com os valores medidos (azul) e estimados (vermelho) para o polinômio de Chebyshev, no caso de $M=4$ e $P=4$	32
Figura 9 - Gráfico da variação do NMSE de validação variando M com $P=4$ para o polinômio de Chebyshev.....	33
Figura 10 - Gráfico da amplitude em volts do sinal de saída medido e do sinal estimado pelo modelo proposto com polinômios de Chebyshev.....	34
Figura 11 - Gráfico da amplitude normalizada da saída versus entrada com os valores medidos (azul) e estimados (vermelho) para o polinômio de Legendre, no caso de $M=4$ e $P=4$	35
Figura 12 - Gráfico da variação do NMSE de validação variando M com $P=4$ para o polinômio de Legendre.....	36
Figura 13 - Gráfico da amplitude em volts do sinal de saída medido e do sinal estimado pelo modelo proposto com polinômios de Legendre.....	37

Figura 14 - Gráfico da amplitude normalizada da saída versus entrada com os valores medidos (azul) e estimados (vermelho) para o polinômio de Laguerre, no caso de $M=4$ e $P=4$	38
Figura 15 - Gráfico da variação do NMSE de validação variando M com $P=4$ para o polinômio de Laguerre.....	39
Figura 16 - Gráfico da amplitude em volts do sinal de saída medido e do sinal estimado pelo modelo proposto com polinômios de Laguerre.....	40

Lista de Tabelas

Tabela 1 - Polinômios de Chebyshev até a 5ª ordem.....	18
Tabela 2 - Polinômios de Legendre até a 5ª ordem.....	19
Tabela 3 - Polinômios de Laguerre até a 5ª ordem.....	19
Tabela 4 - Contribuições para $E = 2$ e $E = 3$	23
Tabela 5- Exemplo para polinômio de Chebyshev com $E=3$ e P igual a 3.....	26
Tabela 6 - Exemplo para polinômio de Legendre com $E=3$ e P igual a 3.....	27
Tabela 7 - Exemplo para polinômio de Laguerre com $E=3$ e P igual a 3.....	28
Tabela 8 - Resultados obtidos para o polinômio de Chebyshev com M indo de 2 a 4 e P indo de 3 a 5.....	32
Tabela 9 - Resultados obtidos para o polinômio de Legendre com M indo de 2 a 4 e P indo de 3 a 5.....	35
Tabela 10 - Resultados obtidos para o polinômio de Laguerre com M indo de 2 a 4 e P indo de 3 a 5.....	38
Tabela 11 – Diferença entre os NMSE de validação entre cada um dos modelos com o M variando de 2 a 4 e P variando de 3 a 5.....	40

Lista de Siglas

NMSE – Normalized Mean Square Error (Erro Quadrático Médio Normalizado).

FLNN – Functional Link Neural Network (Rede Neural de Ligação Funcional).

RNA – Rede Neural Artificial.

PA – Amplificador de Potência.

MMQ – Método dos Mínimos Quadrados.

3GPP - 3th Generation Partnership Project.

WCDMA – acesso múltiplo por divisão de código em sequência direta FSQ.

VSA – Analizador vetorial de sinais (Vector Signal Analyzer).

PAE – Eficiência de Potência Adicionada.

Sumário

1	Introdução	12
1.1	Motivação.....	12
1.2	Objetivo Geral.....	13
2.	Fundamentação Teórica	13
2.1	Amplificador de Potência	13
2.2	Compromisso entre Linearidade e Eficiência.....	15
2.3	Polinômios Ortogonais	18
2.4	Redes Neurais.....	20
2.5	Rede Neural de Ligação Funcional (FLNN).....	22
2.6	Treinamento da FLNN.....	24
2.7	Modelos Abordados neste Trabalho.....	25
3.	Validação do Modelo	29
3.1	Resultados.....	31
3.1.1	Modelo Utilizando Polinômios de Chebyshev.....	31
3.1.2	Modelo Utilizando Polinômios de Legendre.....	34
3.1.3	Modelo Utilizando Polinômios de Laguerre.....	37
4.	Conclusão	42
	Bibliografia	43

1 Introdução

1.1 Motivação

Devido ao crescente número de dispositivos conectados à internet e ao crescente número de dados transferidos nos últimos tempos, surge uma questão muito importante, a eficiência energética para sistemas de comunicação *wireless* (RAAB et. al., Mar. 2002). Do ponto de vista dos aparelhos de comunicação sem fio, a eficiência energética representa uma maior duração de suas baterias, já do ponto de vista das estações de rádio base, isto representa um menor custo com a dissipação de energia.

Porém, quando se fala de um aumento da eficiência de transmissores com amplificadores a base de transistores de estado sólido, surge um grave problema com a linearidade (CRIPPS, 2006), ou seja, quanto maior o aumento da eficiência do dispositivo menor é a sua linearidade.

Portanto, é feita a seguinte questão: Como aumentar a eficiência sem perder a linearidade? Uma solução para se resolver este problema é adicionar em cascata um bloco que contenha um modelo matemático inverso do modelo do amplificador, mas para isso é necessário, primeiramente, se obter tal modelo com baixa complexidade e alta precisão.

É nesse ponto onde as redes neurais podem ser úteis. Ao se fazer a expansão em polinômios ortogonais da saída do amplificador, pode-se usar uma rede neural para estudar e obter um modelo matemático inverso do modelo do amplificador. Na dissertação de mestrado de Silva (2014) no qual este trabalho é baseado, foi utilizada uma FLNN (Functional Link Neural Network) com polinômios de Chebyshev (Li, Liu, Jiang, e Feng, 2012). Esta rede neural tem a vantagem de ser linear nos seus parâmetros, o que facilita na modelagem comportamental usando uma abordagem caixa preta pura.

1.2 Objetivo Geral

Este trabalho tem como objetivo o estudo de diferentes abordagens baseadas em redes neurais do tipo FLNN para a modelagem de amplificadores de potência. Será feita uma análise comparativa entre os resultados obtidos utilizando-se polinômios ortogonais de Legendre e Laguerre no lugar dos polinômios de Chebyshev, estes últimos utilizados na implementação do trabalho feito por Silva (2014) em sua dissertação de mestrado.

2. Fundamentação Teórica

Neste capítulo serão abordados conceitos teóricos importantes para o desenvolvimento do trabalho.

2.1 Amplificador de Potência

Amplificadores são dispositivos que apresentam uma relação de ganho entre a saída e a entrada, tendo como fim um nível na saída maior do que o nível de entrada e qualquer modificação na onda de saída pode ser considerada como uma distorção do sinal. Essa relação pode ser expressa como:

$$G_p = \frac{P_o}{P_i} \quad (1)$$

Sendo P_o a potência do sinal de saída e P_i a potência do sinal de entrada. Porém, pela lei da conservação de energia, o sinal de saída não pode ter uma potência maior do que o sinal de entrada. Portanto, para que se possa amplificar o sinal, adiciona-se uma fonte de alimentação externa, que irá prover a potência requerida para o sinal de saída amplificado. Logo, pode-se dizer que um amplificador de potência é um dispositivo que adiciona à potência do sinal

de entrada a potência de uma fonte de alimentação do amplificador, e tudo no amplificador de potência (PA) é dedicado a eficiência e potência de saída absoluta, tendo como mérito a potência adicionada, $P_a = P_o - P_i$, ao invés da equação 1 (PEDRO, CARVALHO, 2003, pg 327). No entanto, deve-se levar em consideração que existe a dissipação de energia no dispositivo e a equação para o balanço de potência pode ser definida como:

$$P_o + P_{Diss} = P_i + P_{DC} \quad (2)$$

Onde P_o é a potência do sinal de saída, P_i é a potência do sinal de entrada, P_{DC} é a potência da fonte contínua de alimentação e P_{Diss} é a potência dissipada. Como a equação 2 já indica, e também como mostrado na Figura 1, uma parte da potência é dissipada pelo dispositivo, o que leva a analisar um dos parâmetros mais importantes para a eficiência energética, a eficiência do dispositivo. Como em rádio frequência o ganho é normalmente pequeno, utiliza-se a eficiência de potência adicionada (PAE), que é definida como sendo a razão entre a potência adicionada e a potência dc da alimentação do PA (PEDRO, CARVALHO, 2003, pg 327):

$$PAE = \frac{P_o - P_i}{P_{DC}} \quad (3)$$

Outra figura de mérito é a eficiência determinada pela relação entre a potência do sinal de saída e a potência dc do amplificador, sendo chamada de eficiência de conversão dc e é expressa por:

$$\eta = \frac{P_o}{P_{DC}} \quad (4)$$

Apesar da equação 4 ser amplamente utilizada em baixas frequências ou em RF, η deve ser substituído por PAE quando o ganho de potência for tão pequeno que a potência de entrada constitui-se em uma parte significativa da potência de saída (PEDRO, CARVALHO, 2003, pg 328).

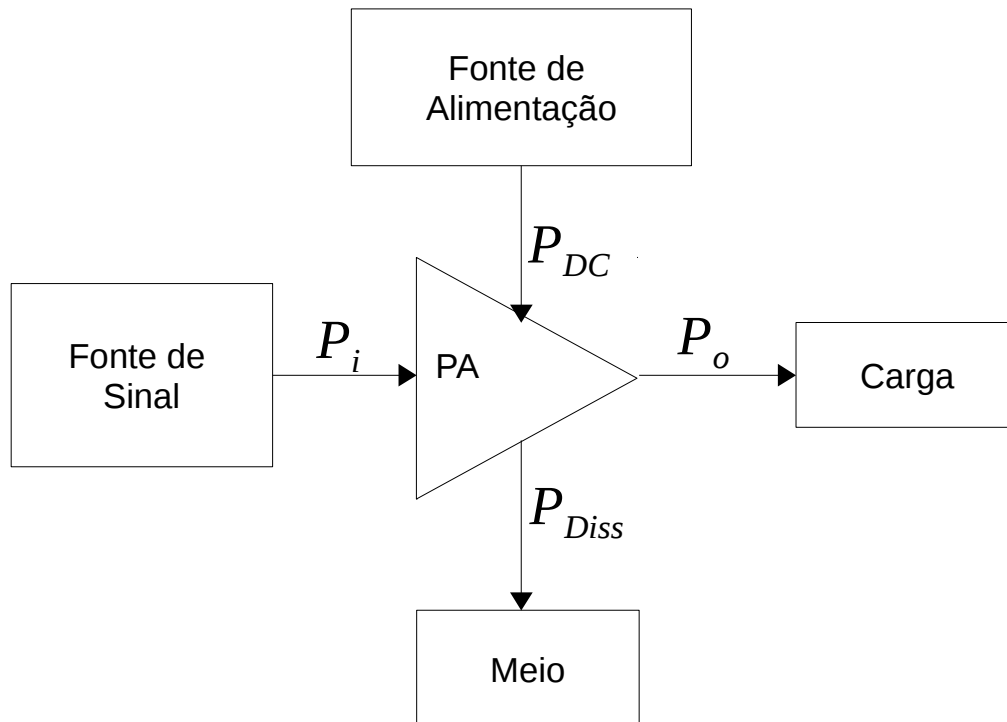


Figura 1 - Balanceamento de potências de um amplificador. Fonte: O Autor (2018).

2.2 Compromisso entre Linearidade e Eficiência

Para que um sistema seja linear, este deve obedecer ao princípio da superposição, ou seja, para uma função característica $F[.]$ que associa uma saída $y(t)$ com uma entrada $x(t)$ da seguinte maneira :

$$y(t) = F[x(t)] \quad (5)$$

Deve existir uma saída de tal modo que:

$$x(t) = c_1 x_1(t) + c_2 x_2(t) \quad (6)$$

$$y(t) = c_1 y_1(t) + c_2 y_2(t) \quad (7)$$

Onde $y_1 = F[x_1(t)]$ e $y_2 = F[x_2(t)]$. No caso de amplificadores de potência, no entanto, percebe-se que a medida que é aumentada a potência de entrada, o ganho do amplificador tende a chegar a um valor de saturação,

como mostra a Figura 2. Essa saturação do amplificador limita as aplicações do amplificador para alguns níveis de sinais, para fins de linearidade, porém a custo de uma menor eficiência.

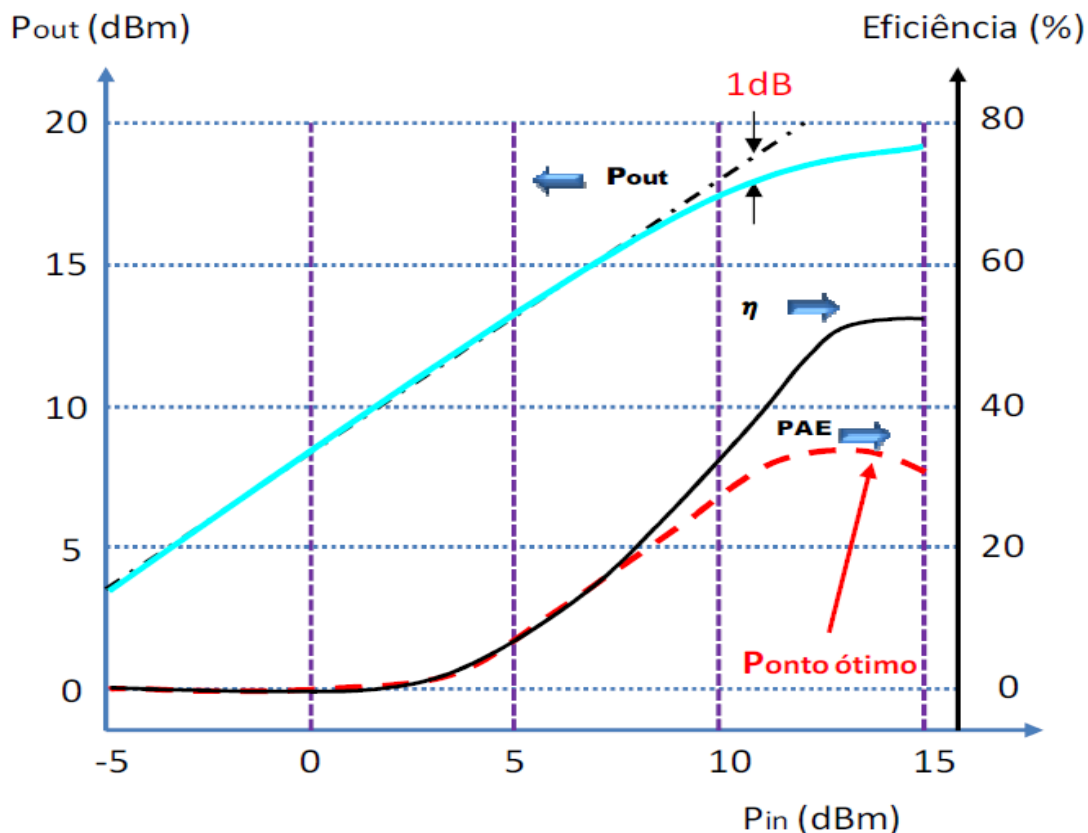


Figura 2 - Curva típica de rendimento e ganho de potência de um amplificador de potência para rádio frequência. Fonte: Silva (2014).

Para que não seja feita a distorção do sinal e, portanto, apareça produtos de intermodulação, que interferem em canais adjacentes, prejudicando o serviço de outros usuários, é considerado passar o amplificador por um processo de linearização, para que se possa aumentar a eficiência sem prejudicar a linearidade (P. B. Kenington, 2000).

Essa linearização requer um modelo computacional de alta precisão e baixa complexidade computacional do amplificador. Estes modelos podem ser classificados como: modelo físico, modelo de circuitos equivalentes e modelo comportamental.

Os modelos físicos são os de maior precisão, mas também são os de maior complexidade, pois requerem conhecimento dos materiais internos ao amplificador e suas regras teóricas, envolvem o uso de equações diferenciais parciais do eletromagnetismo, para modelar elementos passivos, e da física do estado sólido, para modelar os elementos semicondutores.

Os modelos de circuitos equivalentes são bastante precisos e menos complexos, envolvem o uso de equações diferenciais ordinárias e relacionam as tensões e correntes dentro do circuito do amplificador. Porém, requerem uma descrição detalhada do circuito do amplificador o que causa um alto custo computacional.

Os modelos comportamentais requerem pouco ou nenhum conhecimento prévio da estrutura interna do amplificador, apenas os dados de entrada e saída que com base nestes criam-se equações matemáticas para descrever o comportamento do amplificador. No entanto, a precisão destes modelos depende muito da estrutura adotada. Estes modelos são os preferidos para quando não se tem nenhuma informação do amplificador.

A Figura 3 mostra o esquema para se obter o modelo do amplificador. Como o objetivo é ter a maior precisão possível, então a saída do modelo obtido (O_m) deve ser a mais próxima possível da saída do amplificador (O_{Am}) e, portanto, o erro ($E = O_{Am} - O_m$) deve ser o menor possível.

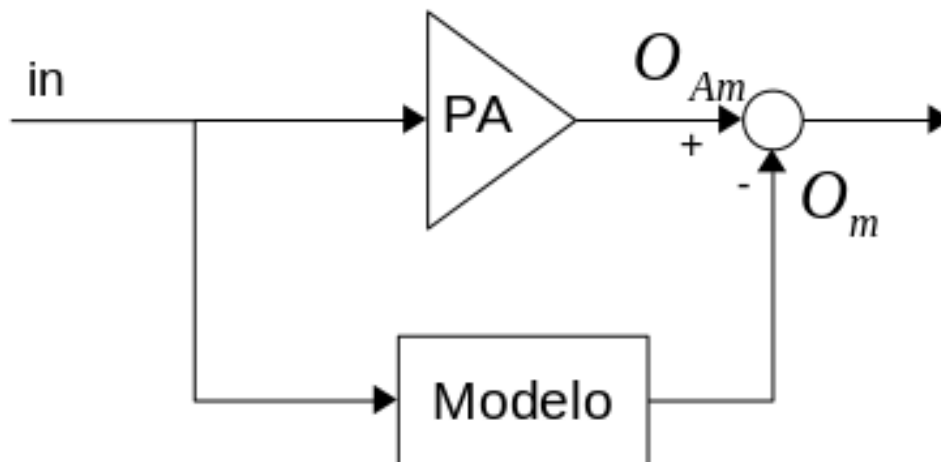


Figura 3 - Diagrama para modelagem do amplificador. Fonte: O Autor (2018).

2.3 Polinômios Ortogonais

Neste trabalho serão utilizadas três categorias de polinômios ortogonais: os polinômios de Chebyshev, os polinômios de Legendre e os polinômios de Laguerre.

Para os polinômios de Chebyshev, os dois primeiros termos são $T_0(x)=1$ e $T_1(x)=x$ e os termos de ordem superior podem ser encontrados usando a seguinte equação de recorrência.

$$T_{q+1}(x)=(2q)xT_q(x)-T_{q-1}(x) \quad (8)$$

Os primeiros polinômios de Chebyshev até a 5ª ordem são mostrados na Tabela 1.

Tabela 1 - Polinômios de Chebyshev até a 5ª ordem.

T_0	1
T_1	x
T_2	$2x^2-1$
T_3	$4x^3-3x$
T_4	$8x^4-8x^2+1$
T_5	$16x^5-20x^3+5x$

Para os polinômios de Legendre, os dois primeiros termos são $T_0(x)=1$ e $T_1(x)=x$, assim como nos polinômios de Chebyshev, e os polinômios de ordem superior podem ser encontrados usando a seguinte equação recursiva:

$$(q+1)T_{q+1}(x)=(2q+1)xT_q(x)-qT_{q-1}(x) \quad (9)$$

Os primeiros polinômios de Legendre, até a 5ª ordem, são mostrados na Tabela 2.

Tabela 2 - Polinômios de Legendre até a 5ª ordem.

T_0	1
T_1	x
T_2	$\frac{1}{2}(3x^2-1)$
T_3	$\frac{1}{2}(5x^3-3x)$
T_4	$\frac{1}{8}(35x^4-30x^2+3)$
T_5	$\frac{1}{8}(63x^5-70x^3+15x)$

Para os polinômios de Laguerre, os dois primeiros termos são $T_0(x)=1$ e $T_1(x)=1-x$ e os polinômios de ordem superior podem ser encontrados usando a equação recursiva:

$$T_{q+1}(x)=\frac{(2q+1-x)T_q(x)-qT_{q-1}(x)}{q+1} \quad (10)$$

Os primeiros polinômios de Laguerre, até a 5ª ordem, são mostrados na Tabela 3.

Tabela 3 - Polinômios de Laguerre até a 5ª ordem.

T_0	1
T_1	$1-x$
T_2	$0,5(x^2-4x+2)$
T_3	$\frac{1}{6}(-x^3+9x^2-18x+6)$
T_4	$\frac{1}{24}(x^4-16x^3+72x^2-96x+24)$
T_5	$\frac{1}{120}(-x^5+25x^4-200x^3+600x^2-600x+120)$

2.4 Redes Neurais

Redes Neurais Artificiais são modelos computacionais caracterizados pela sua capacidade de aprendizado, versatilidade e eficiência computacional. São bastante utilizadas em aplicações que requerem aprendizado de máquina e reconhecimento de padrões e permitem aproximar de maneira bastante precisa o modelo comportamental de sistemas dinâmicos como o amplificador de potência.

Essas redes são baseadas no conceito de neurônios artificiais, mostrados na Figura 4, que são modelos matemáticos não lineares que mapeiam m entradas (x_m), as ponderam através de uma função de ponderação (w_m) e tem como saída y_k de acordo com:

$$y_m = \varphi\left(b_k + \sum_{i=1}^m (w_i x_i)\right) \quad (11)$$

Considerando $x_0=1$, então a equação 11 vira:

$$y_m = \varphi\left(\sum_{i=0}^m (w_i x_i)\right) \quad (12)$$

Sendo, então, $b = p_0 x_0$ e $\varphi(\cdot)$ a função de transferência do k -ésimo neurônio.

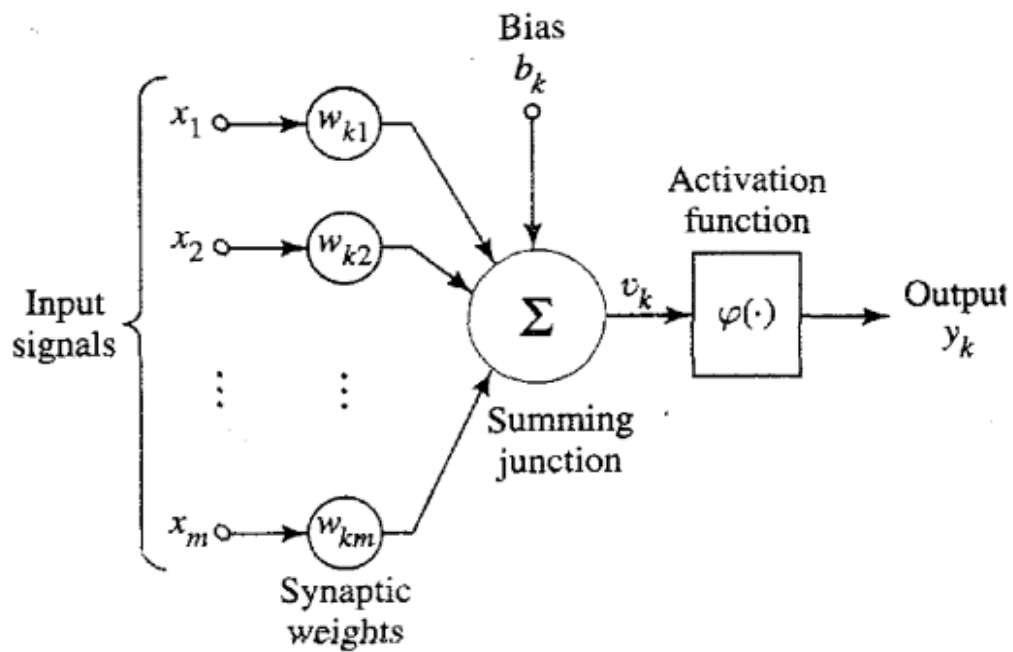


Figura 4 - Modelo de um neurônio artificial não linear. Fonte: Haykin, S. (1999)

Usualmente, neurônios artificiais são colocados em camadas formando assim as RNAs, como mostrado na Figura 5.

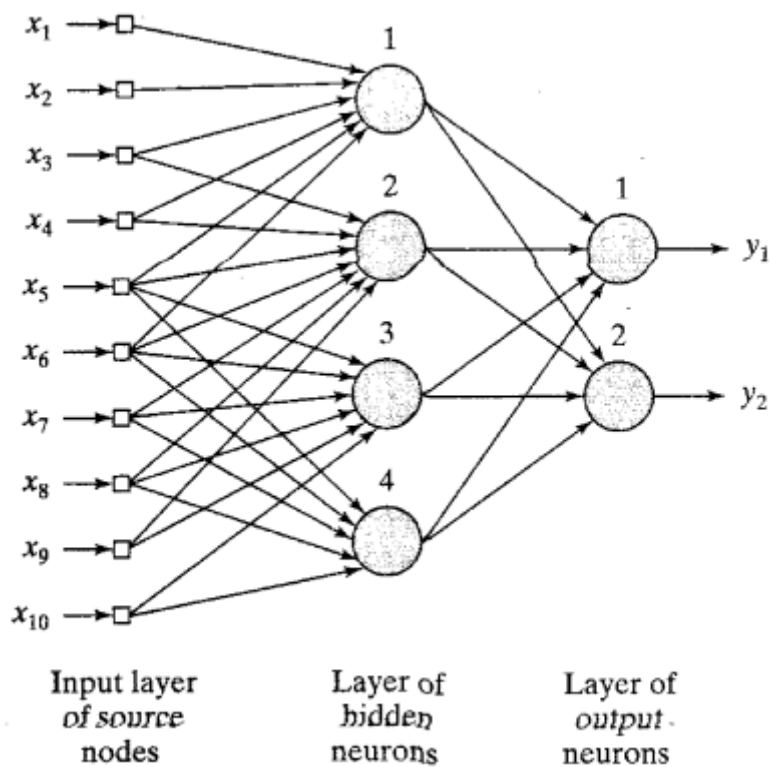


Figura 5 - Modelo de uma rede neural. Fonte: Haykin, S. (1999)

2.5 Rede Neural de Ligação Funcional (FLNN)

Neste trabalho foi utilizada a FLNN. Originalmente proposta por Pao (1989), esta rede tem sido aplicada com sucesso em diversas aplicações como: identificação de sistemas, equalização de canais, reconhecimento de padrões e estruturas para modelar amplificadores de potência de rádio frequência (PARFs) (Li, et. al., 2012).

Esta rede tem a vantagem de ser linear nos seus coeficientes e liga diretamente a entrada com a saída sem a necessidade de camadas escondidas, como mostrado na Figura 6.

Recebe uma quantidade de entradas E , as quais são submetidas a um bloco de expansão funcional em um conjunto de sinais Q , sendo Q maior do que E . Estes são então linearmente combinados e depois transformados por uma função de ativação $g(\cdot)$, que gera uma quantidade S de sinais de saída. A expansão funcional é normalmente feita através de polinômios ortogonais e no

trabalho de dissertação de Silva (2014) foram utilizados polinômios de Chebyshev.

Porém para casos com $E > 1$, ou seja, para polinômios de Chebyshev multidimensionais, surgem maiores contribuições como mostrado na Tabela 4 para os casos de $E = 2$ e $E = 3$.

Tabela 4 - Contribuições para $E = 2$ e $E = 3$ retirado de Silva (2014).

$E = 2$	$E = 3$
$T_2(x_1)$	$T_2(x_1)$
$T_2(x_2)$	$T_2(x_2)$
$T_1(x_1)T_1(x_2)$	$T_2(x_3)$
	$T_1(x_1)T_1(x_2)$
	$T_1(x_1)T_1(x_3)$
	$T_1(x_2)T_1(x_3)$

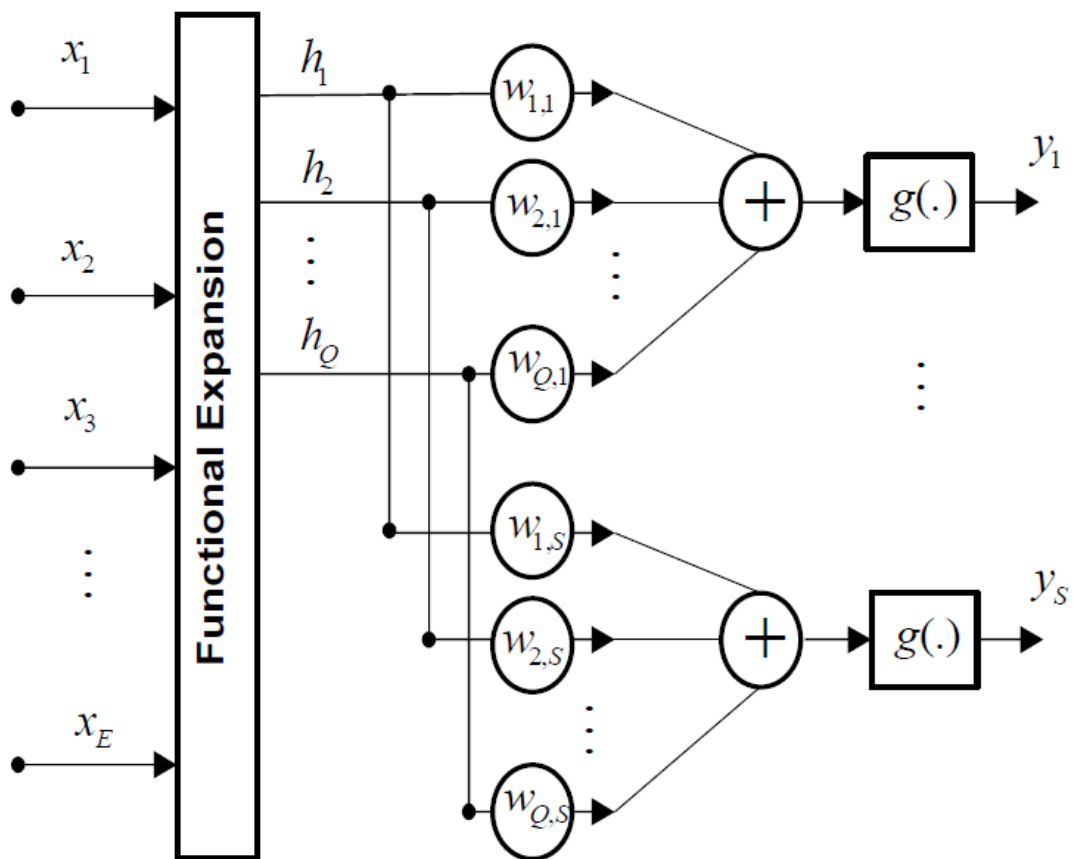


Figura 6 -Diagrama de blocos da FLNN. Fonte Silva(2014).

Sendo assim, de acordo Lee e Jeng (1998) e explorando a simetria sem qualquer perda de generalidade, a relação da m-ésima saída y_m do sistema representado pela Figura 6, está relacionado com as E entradas pela seguinte equação:

$$y_m = W^T T$$

$$y_m = w_m(0) + \sum_{p=1}^P \sum_{r=1}^P \sum_{q_1}^p \dots \sum_{q_r=q_{r-1}+1}^P \sum_{l_1}^{f_1} \dots \sum_{l_r=1}^{f_r} \sum_{e_1=1}^E \sum_{e_i=e_{i-1}+1}^E \dots \sum_{e_{\left[\sum_{i=1}^r l_i\right]}}^{e_{\left[\sum_{i=1}^r l_i\right]}+1} \sum_{e_{\left[\sum_{i=1}^r l_i\right]}+1}^E \square$$

$$w_m(p, r, q_1, \dots, q_r, l_1, \dots, l_r, e_1, \dots, e_{l_1+\dots+l_r}) \prod_{q_1}^{q_r} \prod_{j=1+\sum_{i=1}^{r-1} l_i}^{\sum_{i=1}^r l_i} T_q(x_{e_j}) \quad (13)$$

$$se \begin{cases} p = \sum_{i=1}^r l_i q_i \\ e_1 \neq e_2 \neq \dots \neq e_{l_1+l_2+\dots+l_r} \end{cases}$$

onde w_m são os coeficientes da FLNN a se determinar e T_q são os polinômios de Chebyshev de q-ésima ordem, P é o truncamento na ordem do polinômio e f é obtido por:

$$f_r = \text{floor} \left[\frac{p - \sum_{i=1}^{r-1} l_i q_i}{q_r} \right] \quad (14)$$

2.6 Treinamento da FLNN

O treinamento da FLNN consiste em encontrar um conjunto de coeficientes w_m que minimizem o erro entre os valores medidos de saída do PA com os valores calculados pela FLNN. Como a FLNN é linear nos seus parâmetros, o método utilizado para encontrar este conjunto de coeficientes será o método dos mínimos quadrados (MMQ), que basicamente requer a solução de um problema algébrico do tipo $TW=Y$ onde Y é o vetor com os

valores de saída do PA, W é a matriz dos coeficientes a serem encontrados e T é a matriz contendo os dados de entrada e suas dimensões vão depender do tamanho do vetor contendo os valores medidos da entrada do PA, a ordem polinomial e do número de entradas, sendo que o número de entradas será dependente da duração da memória, ou seja, quanto maior a duração da memória maior será o número de entradas. A Figura 7 mostra o diagrama de blocos para o treinamento da FLNN.



Figura 7- Diagrama de blocos do treinamento da FLNN. Fonte: O Autor (2018).

2.7 Modelos Abordados neste Trabalho

A utilização da FLNN com polinômios de Chebyshev para a modelagem equivalente passa-baixas de PAs RF foi relatado por Li, et. al. (2012), que utilizaram as entradas (x_1, x_2, \dots, x_E) como sendo os valores complexos de x na entrada do PA no instante atual e os valores de amostras passadas até um comprimento de memória M e a saída y como sendo os valores instantâneos do sinal de envoltória complexo y medido na saída do PA.

No entanto, pelo fato dos valores serem complexos, a cada contribuição de ordem P , surgem contribuições harmônicas de ordem P no sinal de saída, por exemplo: para uma contribuição de $T_2(x)=2x^2-1$ e $x=|x|e^{-i\theta}$ é gerada uma contribuição na segunda harmônica de 2θ no sinal de saída.

Para evitar isto, é feita então uma aplicação de conjugação adequada no final do bloco de expansão polinomial, ou seja, para cada sinal de valor complexo na saída do bloco de expansão polinomial, composto da soma dos produtos dos sinais de entrada, somente um dos sinais de entrada será complexo, enquanto os outros sinais de entrada serão substituídos pelos seus valores absolutos.

O modelo proposto por Silva (2014) e que foi utilizado neste trabalho é um modelo que leva em consideração apenas mudanças na arquitetura da FLNN e é obtido aplicando a mesma técnica de conjugação e a única mudança necessária é a retirada de constantes dos polinômios ortogonais.

As Tabelas de 5 a 7 mostram os termos para a modelagem após a aplicação da conjugação adequada e após a remoção das constantes para os casos dos polinômios de Chebyshev, Legendre e Laguerre considerando 3 entradas e uma ordem polinomial de 3.

Tabela 5 - Exemplo para polinômio de Chebyshev com $E=3$ e P igual a 3.

Regressor	Após Conjugação aplicada	Após Remoção das Constantes
T_0	1	0
$T_1(x_1)$	x_1	x_1
$T_1(x_2)$	x_2	x_2
$T_1(x_3)$	x_3	x_3
$T_1(x_1)T_1(x_2)$	$ x_1 x_2$	$ x_1 x_2$
	$x_1 x_2 $	$x_1 x_2 $
$T_1(x_1)T_1(x_3)$	$ x_1 x_3$	$ x_1 x_3$
	$x_1 x_3 $	$x_1 x_3 $
$T_1(x_2)T_1(x_3)$	$ x_3 x_2$	$ x_3 x_2$

	$x_3 x_2 $	$x_3 x_2 $
$T_2(x_1)$	$2 x_1 x_1-1$	$2 x_1 x_1$
$T_2(x_2)$	$2 x_1 x_1-1$	$2 x_1 x_1$
$T_2(x_3)$	$2 x_1 x_1-1$	$2 x_1 x_1$
$T_3(x_1)$	$4x_1 x_1 ^2-3x_1$	$4x_1 x_1 ^2-3x_1$
$T_3(x_2)$	$4x_2 x_2 ^2-3x_2$	$4x_2 x_2 ^2-3x_2$
$T_3(x_3)$	$4x_3 x_3 ^2-3x_3$	$4x_3 x_3 ^2-3x_3$
$T_1(x_1)T_2(x_2)$	$2x_1 x_2 ^2-x_1$	$2x_1 x_2 ^2-x_1$
	$2 x_1 x_2 x_2- x_1 $	$2 x_1 x_2 x_2$
$T_1(x_1)T_2(x_3)$	$2x_1 x_3 ^2-x_1$	$2x_1 x_3 ^2-x_1$
	$2 x_1 x_3 x_3- x_1 $	$2 x_1 x_3 x_3$
$T_1(x_2)T_2(x_1)$	$2x_2 x_1 ^2-x_2$	$2x_2 x_1 ^2-x_2$
	$2 x_2 x_1 x_1- x_2 $	$2 x_2 x_1 x_1$
$T_1(x_2)T_2(x_3)$	$2x_2 x_3 ^2-x_2$	$2x_2 x_3 ^2-x_2$
	$2 x_2 x_3 x_3- x_2 $	$2 x_2 x_3 x_3$
$T_1(x_3)T_2(x_1)$	$2x_3 x_1 ^2-x_3$	$2x_3 x_1 ^2-x_3$
	$2 x_3 x_1 x_1- x_3 $	$2 x_3 x_1 x_1$
$T_1(x_3)T_2(x_2)$	$2x_3 x_2 ^2-x_3$	$2x_3 x_2 ^2-x_3$
	$2 x_3 x_2 x_2- x_3 $	$2 x_3 x_2 x_2$
$T_1(x_1)T_1(x_2)T_1(x_3)$	$x_1 x_2 x_3 $	$x_1 x_2 x_3 $
	$ x_1 x_2 x_3 $	$ x_1 x_2 x_3 $
	$ x_1 x_2 x_3$	$ x_1 x_2 x_3$

Tabela 6 - Exemplo para polinômio de Legendre com E=3 e P igual a 3.

Regressor	Após Conjugação aplicada	Após Remoção das Constantes
T_0	1	0
$T_1(x_1)$	x_1	x_1
$T_1(x_2)$	x_2	x_2
$T_1(x_3)$	x_3	x_3
$T_1(x_1)T_1(x_2)$	$ x_1 x_2$	$ x_1 x_2$
	$x_1 x_2 $	$x_1 x_2 $
$T_1(x_1)T_1(x_3)$	$ x_1 x_3$	$ x_1 x_3$

	$x_1 x_3 $	$x_1 x_3 $
$T_1(x_2)T_1(x_3)$	$ x_3 x_2$	$ x_3 x_2$
	$x_3 x_2 $	$x_3 x_2 $
$T_2(x_1)$	$1,5 x_1 x_1-0,5$	$1,5 x_1 x_1$
$T_2(x_2)$	$1,5 x_2 x_2-0,5$	$1,5 x_2 x_2$
$T_2(x_3)$	$1,5 x_3 x_3-0,5$	$1,5 x_3 x_3$
$T_3(x_1)$	$2,5 x_1 x_1 ^2-1,5 x_1$	$2,5 x_1 x_1 ^2-1,5 x_1$
$T_3(x_2)$	$2,5 x_2 x_2 ^2-1,5 x_2$	$2,5 x_2 x_2 ^2-1,5 x_2$
$T_3(x_3)$	$2,5 x_3 x_3 ^2-1,5 x_3$	$2,5 x_3 x_3 ^2-1,5 x_3$
$T_1(x_1)T_2(x_2)$	$1,5 x_1 x_2 ^2-0,5 x_1$	$1,5 x_1 x_2 ^2-0,5 x_1$
	$1,5 x_1 x_2 x_2-0,5 x_1 $	$1,5 x_1 x_2 x_2$
$T_1(x_1)T_2(x_3)$	$1,5 x_1 x_3 ^2-0,5 x_1$	$1,5 x_1 x_3 ^2-0,5 x_1$
	$1,5 x_1 x_3 x_3-0,5 x_1 $	$1,5 x_1 x_3 x_3$
$T_1(x_2)T_2(x_1)$	$1,5 x_2 x_1 ^2-0,5 x_2$	$1,5 x_2 x_1 ^2-0,5 x_2$
	$1,5 x_2 x_1 x_1-0,5 x_2 $	$1,5 x_2 x_1 x_1$
$T_1(x_2)T_2(x_3)$	$1,5 x_2 x_3 ^2-0,5 x_2$	$1,5 x_2 x_3 ^2-0,5 x_2$
	$1,5 x_2 x_3 x_3-0,5 x_2 $	$1,5 x_2 x_3 x_3$
$T_1(x_3)T_2(x_1)$	$1,5 x_3 x_1 ^2-0,5 x_3$	$1,5 x_3 x_1 ^2-0,5 x_3$
	$1,5 x_3 x_1 x_1-0,5 x_3 $	$1,5 x_3 x_1 x_1$
$T_1(x_3)T_2(x_2)$	$1,5 x_3 x_2 ^2-0,5 x_3$	$1,5 x_3 x_2 ^2-0,5 x_3$
	$1,5 x_3 x_2 x_2-0,5 x_3 $	$1,5 x_3 x_2 x_2$
$T_1(x_1)T_1(x_2)T_1(x_3)$	$x_1 x_2 x_3 $	$x_1 x_2 x_3 $
	$ x_1 x_2 x_3 $	$ x_1 x_2 x_3 $
	$ x_1 x_2 x_3$	$ x_1 x_2 x_3$

Tabela 7 - Exemplo para polinômio de Laguerre com E=3 e P igual a 3.

Regressor	Após Conjugação aplicada	Após Remoção das Constantes
T_0	1	0
$T_1(x_1)$	$1-x_1$	$-x_1$
$T_1(x_2)$	$1-x_2$	$-x_2$
$T_1(x_3)$	$1-x_3$	$-x_3$
$T_1(x_1)T_1(x_2)$	$1-x_1- x_2 +x_1 x_2 $	$-x_1+x_1 x_2 $

	$1 - x_2 - x_1 + x_2 x_1 $	$-x_2 + x_2 x_1 $
$T_1(x_1)T_1(x_3)$	$1 - x_1 - x_3 + x_1 x_3 $	$-x_1 + x_1 x_3 $
	$1 - x_3 - x_1 + x_3 x_1 $	$-x_3 + x_3 x_1 $
$T_1(x_2)T_1(x_3)$	$1 - x_3 - x_2 + x_3 x_2 $	$-x_3 + x_3 x_2 $
	$1 - x_2 - x_3 + x_2 x_3 $	$-x_2 + x_2 x_3 $
$T_2(x_1)$	$0,5 x_1 x_1 - 2x_1 + 1$	$0,5 x_1 x_1 - 2x_1$
$T_2(x_2)$	$0,5 x_2 x_2 - 2x_2 + 1$	$0,5 x_2 x_2 - 2x_2$
$T_2(x_3)$	$0,5 x_3 x_3 - 2x_3 + 1$	$0,5 x_3 x_3 - 2x_3$
$T_3(x_1)$	$-x_1 x_1 ^2 + 1,5x_1 x_1 - x_1 + 1$	$-x_1 x_1 ^2 + 1,5x_1 x_1 - x_1$
$T_3(x_2)$	$-x_2 x_2 ^2 + 1,5x_2 x_2 - x_2 + 1$	$-x_2 x_2 ^2 + 1,5x_2 x_2 - x_2$
$T_3(x_3)$	$-x_3 x_3 ^2 + 1,5x_3 x_3 - x_3 + 1$	$-x_3 x_3 ^2 + 1,5x_3 x_3 - x_3$
$T_1(x_1)T_2(x_2)$	$(1 - x_1)(0,5 x_2 ^2 - 2 x_2 + 1)$	$-0,5x_1 x_2 ^2 + 2x_1 x_2 - x_1$
	$(1 - x_1)(0,5 x_2 x_2 - 2x_2 + 1)$	$0,5 x_2 x_2 - 2x_2 - 0,5 x_1 x_2 x_2 - 2 x_1 x_2$
$T_1(x_1)T_2(x_3)$	$(1 - x_1)(0,5 x_3 ^2 - 2 x_3 + 1)$	$-0,5x_1 x_3 ^2 + 2x_1 x_3 - x_1$
	$(1 - x_1)(0,5 x_3 x_3 - 2x_3 + 1)$	$0,5 x_3 x_3 - 2x_3 - 0,5 x_1 x_3 x_3 - 2 x_1 x_3$
$T_1(x_2)T_2(x_1)$	$(1 - x_2)(0,5 x_1 ^2 - 2 x_1 + 1)$	$-0,5x_2 x_1 ^2 + 2x_2 x_1 - x_2$
	$(1 - x_2)(0,5 x_1 x_1 - 2x_1 + 1)$	$0,5 x_1 x_1 - 2x_1 - 0,5 x_2 x_1 x_1 - 2 x_2 x_1$
$T_1(x_2)T_2(x_3)$	$(1 - x_2)(0,5 x_3 ^2 - 2 x_3 + 1)$	$-0,5x_2 x_3 ^2 + 2x_2 x_3 - x_2$
	$(1 - x_2)(0,5 x_3 x_3 - 2x_3 + 1)$	$0,5 x_3 x_3 - 2x_3 - 0,5 x_2 x_3 x_3 - 2 x_2 x_3$
$T_1(x_3)T_2(x_1)$	$(1 - x_3)(0,5 x_1 ^2 - 2 x_1 + 1)$	$-0,5x_3 x_1 ^2 + 2x_3 x_1 - x_3$
	$(1 - x_3)(0,5 x_1 x_1 - 2x_1 + 1)$	$0,5 x_1 x_1 - 2x_1 - 0,5 x_3 x_1 x_1 - 2 x_3 x_1$
$T_1(x_3)T_2(x_2)$	$(1 - x_3)(0,5 x_2 ^2 - 2 x_2 + 1)$	$-0,5x_3 x_2 ^2 + 2x_3 x_2 - x_3$
	$(1 - x_3)(0,5 x_2 x_2 - 2x_2 + 1)$	$0,5 x_2 x_2 - 2x_2 - 0,5 x_3 x_2 x_2 - 2 x_3 x_2$
$T_1(x_1)T_1(x_2)T_1(x_3)$	$(1 - x_1)(1 - x_2)(1 - x_3)$	$-x_1 + x_2 x_1 + x_3 x_1 - x_2 x_3 x_1$
	$(1 - x_2)(1 - x_1)(1 - x_3)$	$-x_2 + x_1 x_2 + x_3 x_2 - x_1 x_3 x_2$
	$(1 - x_3)(1 - x_1)(1 - x_2)$	$-x_3 + x_1 x_3 + x_2 x_3 - x_1 x_2 x_3$

3 Validação do Modelo

Para a validação do modelo, foram utilizados dados medidos de entrada e saída de um PARF, sendo este fabricado com tecnologia de nitreto de gálio

(GaN) operando em classe AB, excitado por uma portadora na frequência de 900 MHz e modulado por um sinal 3GPP WCDMA contendo 3,84 MHz de largura de banda. Estes dados foram medidos utilizando um analisador vetorial de sinais Rohde & Schwarz FSQ VSA com uma frequência de amostragem de 61,44 MHz. Os dados medidos foram divididos em dois conjuntos, um de extração e outro de validação, sendo que o primeiro contém 29550 amostras e o segundo contém 8700 amostras.

Os dados medidos foram previamente fornecidos, não havendo, portanto, uma etapa onde foi feita a coleta de dados. Tendo estes dados, as equações para os modelos abordados aqui foram implementadas, testadas e simuladas utilizando a ferramenta para cálculos numéricos Octave, tendo a ordem polinomial e a duração da memória variadas.

Para a identificação do modelo, é feita a minimização do erro quadrático médio (MSE), a minimização deste erro é feita através do método dos mínimos quadráticos (MMQ).

Para a análise da precisão dos resultados, será utilizado o erro quadrático médio normalizado (NMSE), que é uma métrica bastante utilizada como relatado em MUHA; CLARK; MOULTHROP; SILVA, (1999), sendo definido por:

$$NMSE = 10 \log_{10} \left[\frac{\sum_{n=1}^N |y_{ref}(n) - y_{est}(n)|^2}{\sum_{n=1}^N |y_{ref}(n)|^2} \right] \quad (15)$$

Onde $y_{est}(n)$ é o valor obtido pelo modelo e $y_{ref}(n)$ é o valor medido da saída do amplificador.

3.1 Resultados

Para a obtenção dos resultados reportados na sequência, dois parâmetros foram alterados, o primeiro é a ordem do polinômio e o segundo é a duração da memória, ambos alteram o número de coeficientes e quanto maior for o número de coeficientes menor será o valor do NMSE e mais preciso será o resultado..

3.1.1 Modelo Utilizando Polinômios de Chebyshev.

O primeiro caso testado foi o modelo com polinômios de Chebyshev. A Figura 8 mostra a relação entre a entrada e saída dos valores medidos (azul) e valores estimados (vermelho) pelo modelo para o caso onde a duração da memória foi igual a 4 e ordem polinomial igual a 4. Como pode-se perceber os valores estimados praticamente se sobrepõem aos valores medidos, evidenciando, assim, uma boa precisão do resultado.

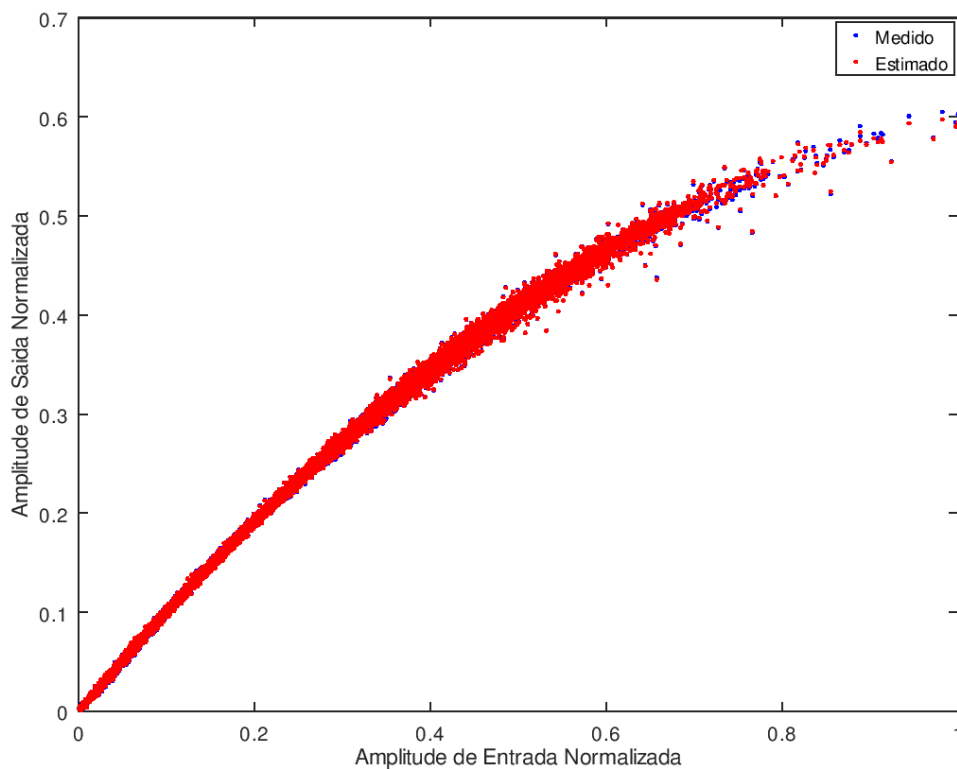


Figura 8- Gráfico da amplitude normalizada da saída versus entrada com os valores medidos (azul) e estimados (vermelho) para o polinômio de Chebyshev, no caso de $M=4$ e $P=4$. Fonte: O Autor (2018).

A Tabela 8 mostra outros casos nos quais a duração da memória variou de 2 a 5 e ordem polinomial variou de 3 a 4. Pode-se perceber que, quanto maior for o número de coeficientes menor tende a ser o erro. Nota-se também a influência que a duração de memória e a ordem polinomial têm no valor do NMSE.

Tabela 8 - Resultados obtidos para o polinômio de Chebyshev com M indo de 2 a 4 e P indo de 3 a 5.

<i>Duração da Memória - M</i>	<i>Ordem Polinomial - P</i>	<i>NMSE validação (dB)</i>	<i>Coefficientes</i>
2	3	-44,154	30
3	3	-44,337	60
4	3	-44,472	105
2	4	-46,219	51
3	4	-46,574	100
4	4	-46,790	170

2	5	-47,657	78
3	5	-48,122	152
4	5	-48,386	255

A Figura 9 mostra a curva do NMSE de validação em relação ao número de coeficientes, variando a duração de memória de 2 a 5 e mantendo a ordem polinomial fixa em 4.

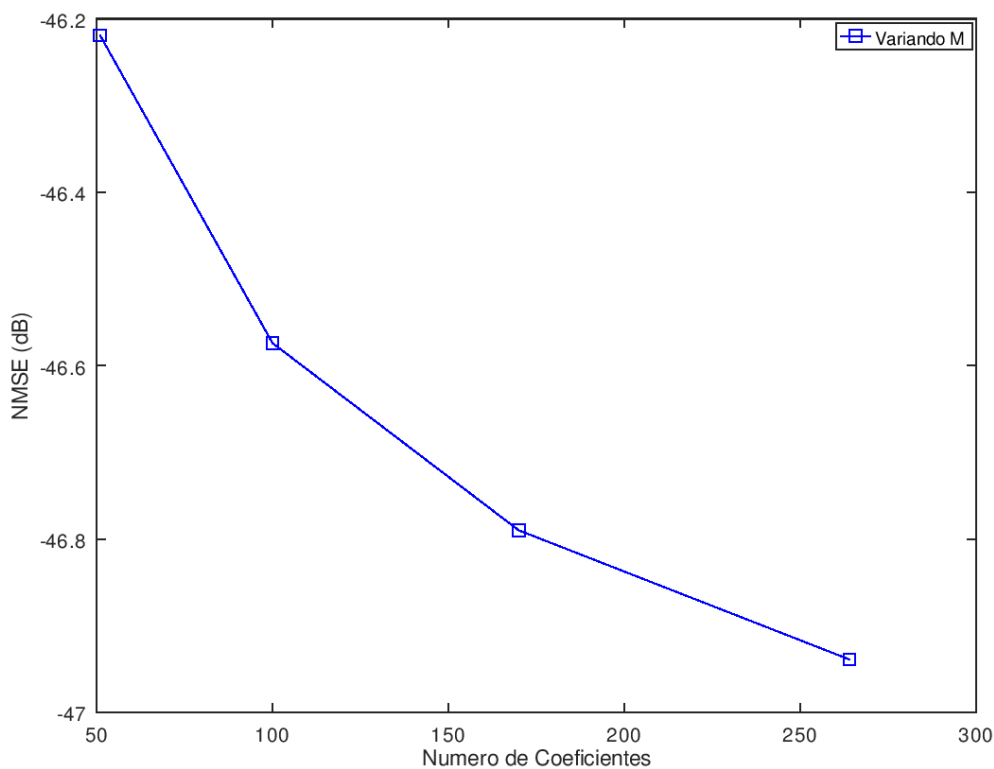


Figura 9 – Gráfico da variação do NMSE de validação variando M com P=4 para o polinômio de Chebyshev. Fonte: O Autor (2018).

A Figura 10 mostra o gráfico de amplitude estimado pelo modelo (azul), com os cem primeiros pontos amostrais medidos da saída do PA. A curva estimada foi obtida no caso em que a duração de memória foi igual a 4 e a ordem polinomial foi igual a 4.

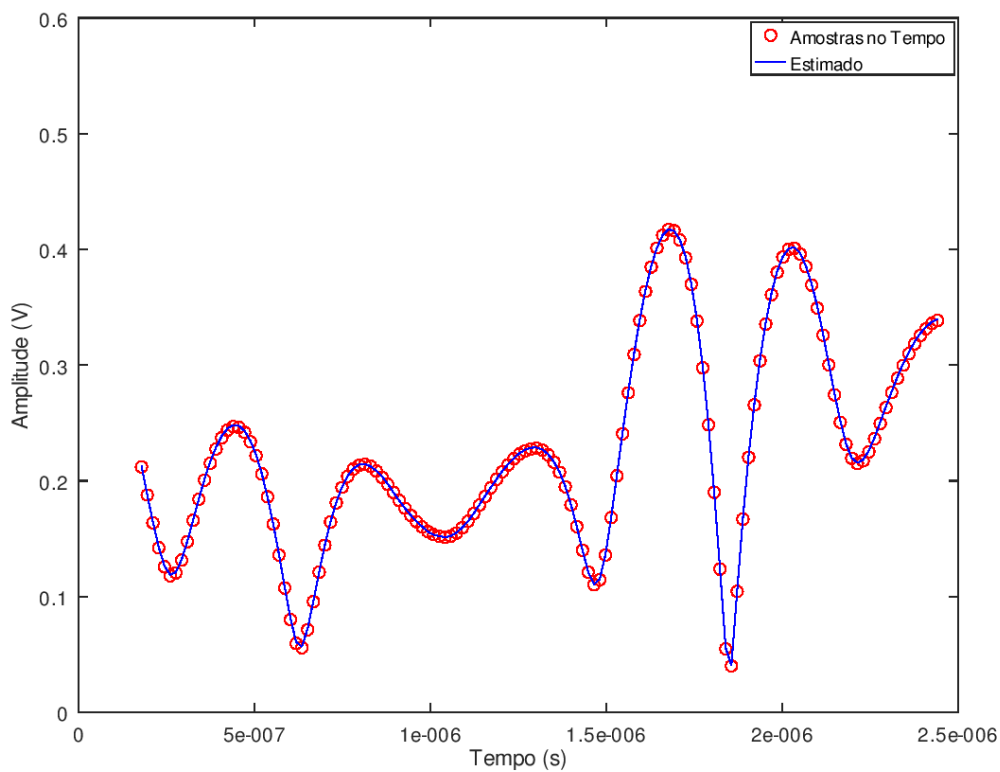


Figura 10 - Gráfico da amplitude em volts do sinal de saída medido e do sinal estimado pelo modelo proposto com polinômios de Chebyshev. Fonte: O Autor (2018).

3.1.2 Modelo Utilizando Polinômios de Legendre.

O segundo caso testado foi utilizando os polinômios de Legendre. A Figura 11 apresenta os valores de entrada versus valores de saída medidos (azul) e estimados pelo modelo (vermelho), no caso de duração de memória igual a 4 e ordem polinomial igual a 4.

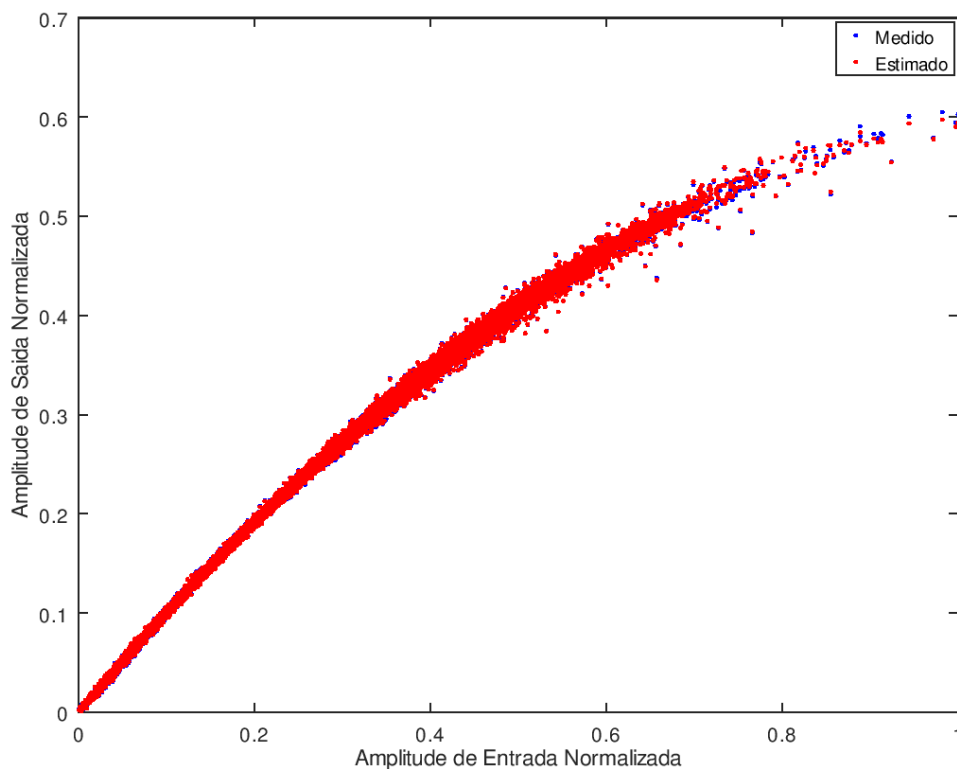


Figura 11 - Gráfico da amplitude normalizada da saída versus entrada com os valores medidos (azul) e estimados (vermelho) para o polinômio de Legendre, no caso de $M=4$ e $P=4$. Fonte: O Autor (2018).

A Tabela 9 mostra o NMSE de validação para os casos onde a duração da memória variou de 2 até 4 e a ordem polinomial variou de 3 até 5, assim como feito com o modelo utilizando polinômios de Chebyshev.

Tabela 9 - Resultados obtidos para o polinômio de Legendre com M indo de 2 a 4 e P indo de 3 a 5.

<i>Duração da Memória - M</i>	<i>Ordem Polinomial - P</i>	<i>NMSE validação (dB)</i>	<i>Coefficiente s</i>
2	3	-44,148	30
3	3	-44,338	60
4	3	-44,474	105
2	4	-46,229	51
3	4	-46,577	100
4	4	-46,790	170
2	5	-47,664	78
3	5	-48,127	152
4	5	-48,391	255

A Figura 12 apresenta a curva do NMSE de validação pelo número de coeficientes, mantendo a ordem polinomial igual a 4 e a duração da memória variou de 2 a 5.

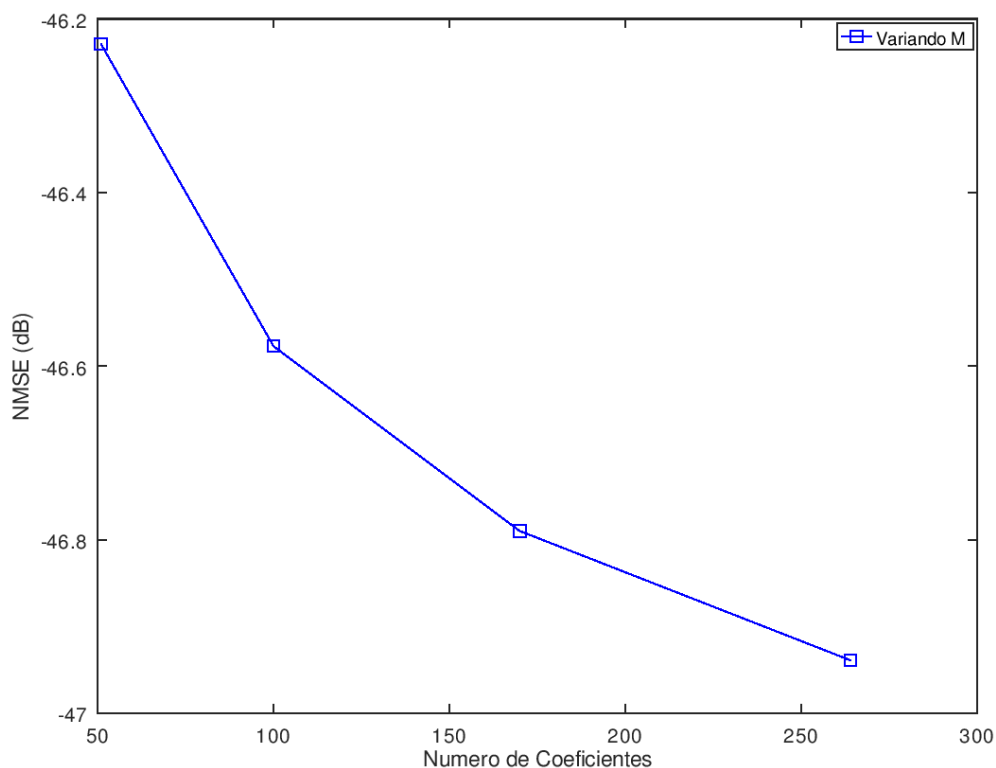


Figura 12 - Gráfico da variação do NMSE de validação variando M com $P=4$ para o polinômio de Legendre. Fonte: O Autor (2018).

A Figura 13 mostra o gráfico de amplitude estimado pelo modelo (azul), com o dos cento e cinquenta primeiros pontos amostrais medidos da saída do PA. A curva estimada foi obtida no mesmo caso que do polinômio de Chebyshev.

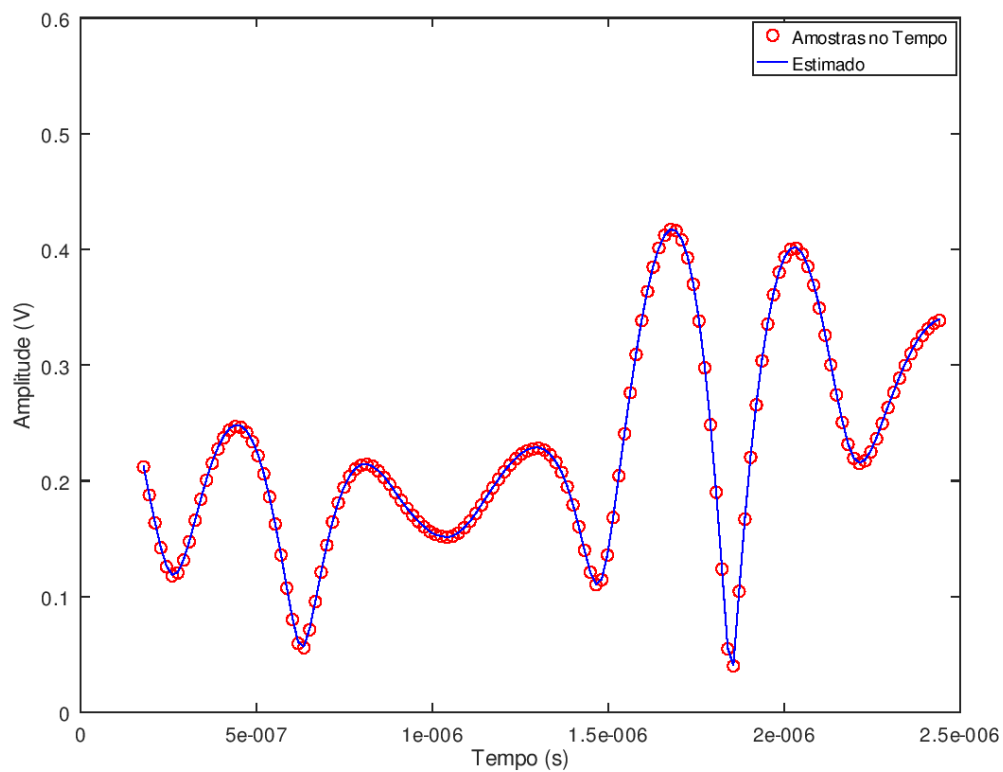


Figura 13 - Gráfico da amplitude em volts do sinal de saída medido e do sinal estimado pelo modelo proposto com polinômios de Legendre. Fonte: O Autor (2018).

3.1.3 Modelo Utilizando Polinômios de Laguerre.

O último caso testado foi utilizando os polinômios de Laguerre mas também apresentou resultados semelhantes. A Figura 14 apresenta os valores de entrada versus valores de saída medidos (azul) e estimados pelo modelo (vermelho), no caso de duração de memória igual a 4 e ordem polinomial igual a 4.

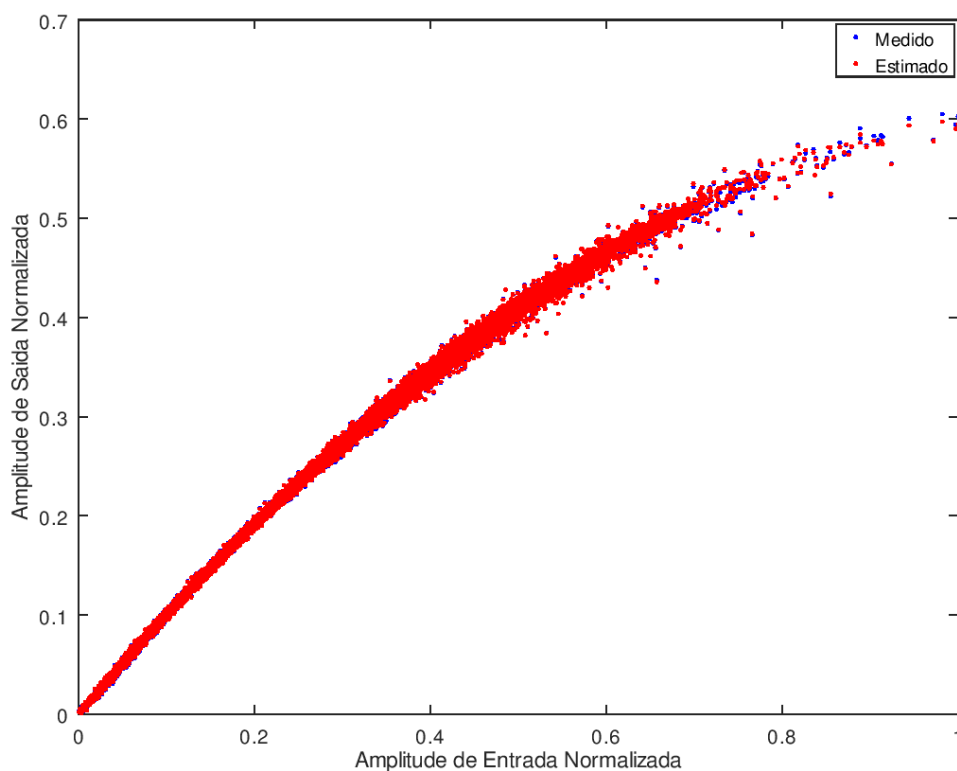


Figura 14 - Gráfico da amplitude normalizada da saída versus entrada com os valores medidos (azul) e estimados (vermelho) para o polinômio de Laguerre, no caso de $M=4$ e $P=4$. Fonte: O Autor (2018).

A Tabela 10 mostra os NMSEs de validação para os casos onde a duração da memória variou de 2 até 4 e a ordem polinomial variou de 3 até 5, assim como feito com os modelos anteriores.

Tabela 10 - Resultados obtidos para o polinômio de Laguerre com M indo de 2 a 4 e P indo de 3 a 5.

<i>Duração da Memória - M</i>	<i>Ordem Polinomial - P</i>	<i>NMSE validação (dB)</i>	<i>Coeficientes</i>
2	3	-44,149	30
3	3	-44,338	60
4	3	-44,474	105
2	4	-46,235	51
3	4	-46,579	100
4	4	-46,790	170
2	5	-47,647	78
3	5	-48,124	152
4	5	-48,390	255

A Figura 15 apresenta a curva do NMSE de validação pelo número de coeficientes, mantendo a ordem polinomial igual a 4 e a duração da memória variou de 2 a 5.

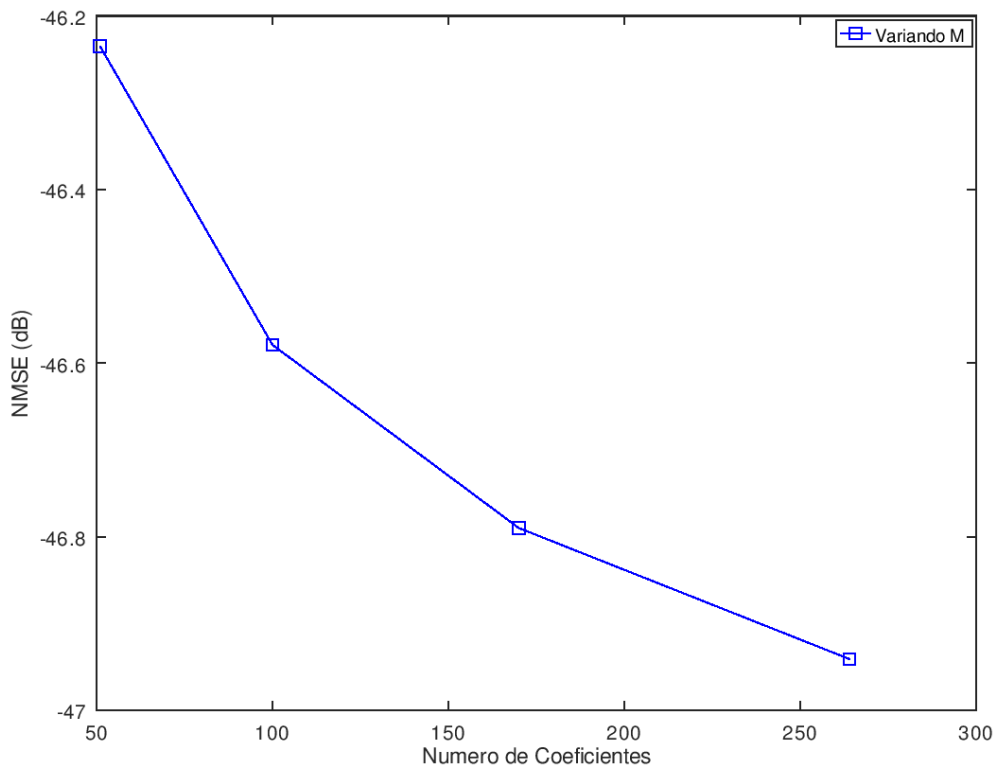


Figura 15 - Gráfico da variação do NMSE de validação variando M com P=4 para o polinômio de Legendre. Fonte: O Autor (2018).

Por fim, a Figura 16 mostra a amplitude no tempo do sinal estimado pelo modelo, sobreposta aos cem primeiros pontos de amostra, também com duração de memória igual a 4 e ordem polinomial igual a 4.

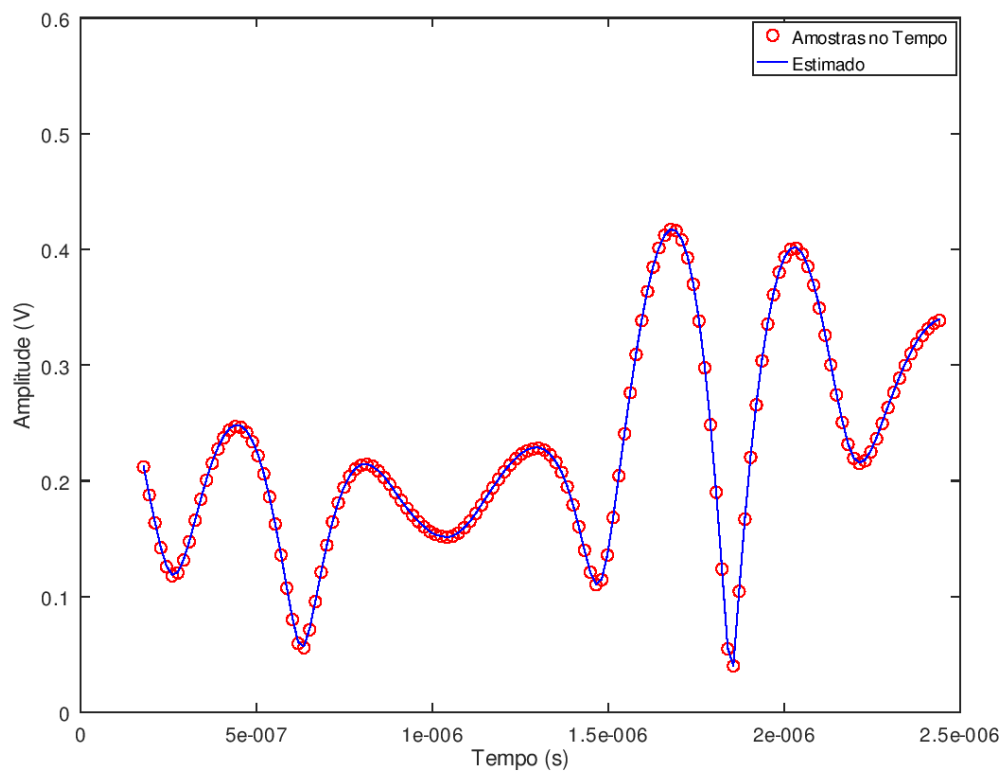


Figura 16 - Gráfico da amplitude em volts do sinal de saída medido e do sinal estimado pelo modelo proposto com polinômios de Laguerre. Fonte: O Autor (2018).

A Tabela 11 compara o NMSE de validação entre cada um dos modelos.

Tabela 11 – Diferença entre os NMSE de validação entre cada um dos modelos com o M variando de 2 a 4 e P variando de 3 a 5.

<i>Duração da Memória - M</i>	<i>Ordem Polinomial - P</i>	<i>Chebyshev - Legendre (dB)</i>	<i>Chebyshev - Laguerre (dB)</i>	<i>Legendre - Laguerre (dB)</i>
2	3	-0,006	-0,005	0,001
3	3	0,001	0,001	0,000
4	3	0,002	0,002	0,000
2	4	0,010	0,016	0,006
3	4	0,003	0,005	0,002
4	4	0,000	0,002	0,002
2	5	0,007	-0,010	-0,017
3	5	0,005	0,002	-0,003
4	5	0,005	0,004	-0,001

Os três modelos estudados utilizam a mesma arquitetura para a rede neural. A única diferença entre eles está no tipo de polinômio usado para a realização do bloco de expansão. Como pode-se notar nas Tabelas 5, 6 e 7, para valores idênticos de P e M, o número de coeficientes de cada modelo é o mesmo. Contudo, esses coeficientes são multiplicados por diferentes funções das entradas. Dessa forma, é possível que haja diferenças de precisão entre os diferentes modelos. No entanto, para o estudo de caso aqui realizado, a diferença de precisão entre os modelos não apresentou uma variação muito significativa, de modo que pode-se considerar os desempenhos dos três modelos como sendo semelhantes. Uma justificativa para esse comportamento semelhante é a seguinte. Analisando as Tabelas 5, 6 e 7, partindo da linha 1 em diante, verifica-se que os termos que dependem da entrada e que não estiveram presentes em nenhuma linha anterior se diferenciam apenas pelo valor numérico que os multiplicam e pelas contribuições adicionais que se somam. Por exemplo, para a linha de $T_3(x_1)$, o termo que depende da entrada e que não esteve presente em nenhuma linha anterior é $X_1|X_1|^2$ para os três diferentes polinômios. No caso de Chebyshev, este termo é multiplicado por 4 e somado a $-3x_1$, onde o termo x_1 já esteve presente em $T_1(x_1)$. No caso de Legendre, este termo é multiplicado por 2,5 e somado a $-1,5x_1$, onde o termo x_1 já esteve presente em $T_1(x_1)$. No caso de Laguerre, este termo é multiplicado por -1/6 e somado a $1,5x_1|x_1|-3x_1$, onde o termo x_1 já esteve presente em $T_1(x_1)$ e o termo $x_1|x_1|$ em $T_2(x_1)$. Uma vez que a precisão é praticamente a mesma, a escolha do modelo é ditada pela sua complexidade computacional. O polinômio de Laguerre necessita de um número maior de operações para a obtenção dos termos de entrada em relação aos polinômios de Chebyshev e Legendre. Dessa forma, os polinômios de Chebyshev e Legendre podem ser considerados os de melhor desempenho.

4. Conclusão

Este trabalho teve como objetivo estudar a aplicação de polinômios de Legendre e Laguerre no lugar dos polinômios de Chebyshev na rede neural utilizada por Silva (2014) para a modelagem comportamental de um PA RF.

Com base nos resultados obtidos, os três modelos feitos com aproximações de polinômios de Chebyshev, Legendre e de Laguerre apresentaram desempenhos parecidos. Este resultado provavelmente está relacionado com o modelo utilizado, sendo este o primeiro modelo proposto por Silva (2014). Pode-se utilizar o segundo modelo proposto por Silva, para averiguar se os resultados obtidos pelas três aproximações continuam parecidos.

Como sugestão para trabalhos futuros, pode ser feita a mesma análise aumentando a ordem polinomial e a duração da memória, ou utilizar outra classe de polinômios ortogonais como os polinômios Hermite.

Bibliografia

J. C. SILVA, “**Modelagem comportamental de amplificadores de potência de RF utilizando a Rede Neural de Ligação Funcional com polinômio de Chebyshev**”. 2014.

F. H. RAAB, P. ASBECK, S. CRIPPS, P. B. KENINGTON, Z. B. POPOVIC, N. POTHECARY, J. F. SEVIC, and N. O. SOKAL, “**Power amplifiers and transmitters for RF and microwave**,” IEEE Trans. Microw. Theory Tech., vol.50, no.3, pp.814–826, Mar. 2002.

HAYKIN, S., “**Neural Networks**”, 2ed, Pearson, 1999.

J. C. PEDRO and N. B. CARVALHO, “**Intermodulation Distortion in Microwave and Wireless Circuits**”, 1st Edition. Norwood, MA: Artech House, Inc., 2003.

M. LI, J. LIU, Y. JIANG, and W. FENG, “**Complex-Chebyshev Functional Link Neural Network Behavioral Model for Broadband Wireless Power Amplifiers**”, IEEE Trans. Microw. Theory Tech., vol. 60, no. 6, pp. 1979–1989, June 2012.

MUHA, M. S.; CLARK, C. J.; MOULTHROP, A.; SILVA, C. P. **Validation of power amplifier nonlinear block models**. In: IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig., Anaheim, CA, Jun. 1999, pp. 759–762.

P. B. KENINGTON, “**High Linearity RF Amplifier Design**”. Norwood, MA: Artech House, 2000.

S. CRIPPS, “**RF Power Amplifiers for Wireless Communications**”, 2nd edition. Norwood, MA: Artech House, 2006.

T. T. LEE and J. T. JENG, “**The chebyshev polynomial based unified model neural networks for function approximations**,” IEEE Trans. Syst., Man Cybern., vol. 28, no. 6, pt. B, pp. 925–935, Jun. 1998.

Y. H. Pao, **Adaptive Pattern Recognition and Neural Networks**. Reading, MA: Addison-Wesley, 1989.