



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SETOR DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

MAYSA ALVES COTA ARAÚJO

**MÉTODO DO TIRO APLICADO À ANÁLISE E À LINEARIZAÇÃO
DE CIRCUITOS NÃO LINEARES DINÂMICOS ESTIMULADOS
POR FONTES EM GRANDES E PEQUENOS SINAIS**

**Curitiba
2021**

MAYSA ALVES COTA ARAÚJO

**MÉTODO DO TIRO APLICADO À ANÁLISE E À LINEARIZAÇÃO
DE CIRCUITOS NÃO LINEARES DINÂMICOS ESTIMULADOS
POR FONTES EM GRANDES E PEQUENOS SINAIS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Elétrica, Departamento de Engenharia Elétrica, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Ph.D. Eduardo Gonçalves de Lima

**Curitiba
2021**

Termo de Aprovação

MAYSA ALVES COTA ARAÚJO

MÉTODO DO TIRO APLICADO À ANÁLISE E À LINEARIZAÇÃO DE CIRCUITOS NÃO LINEARES DINÂMICOS ESTIMULADOS POR FONTES EM GRANDES E PEQUENOS SINAIS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Elétrica, Departamento de Engenharia Elétrica, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel em Engenharia Elétrica.

**Prof. Ph.D. Eduardo Gonçalves de
Lima
Orientador**

Profa. Dra. Sibilla Batista da Luz França
Departamento de Engenharia Elétrica UFPR

Prof. Ph.D. Bernardo Rego Barros de
Almeida Leite
Departamento de Engenharia Elétrica UFPR

Curitiba
2021

Agradecimentos

Agradeço primeiramente ao meu orientador, Prof. Eduardo Lima, pela orientação para o desenvolvimento deste trabalho. Muito obrigada por toda paciência, pelo incentivo e por ser sempre tão solícito e preocupado com o meu aprendizado.

Aos meus pais, Ernani e Rosimaire, por me incentivarem e me apoiarem a ir atrás dos meus sonhos. À minha irmã Mahira, que mesmo de longe, acompanha minha luta e está sempre presente para me apoiar.

Às meninas que moram e moraram comigo em Curitiba. Obrigada por terem compartilhado comigo as angústias do isolamento social durante a pandemia do COVID-19. Obrigada por não somente dividirem um teto comigo, mas tornarem a nossa casa em um lar e propiciarem eu me sentir em família. Especialmente à Stephanie, pela amizade, ensinamentos e conselhos. Pelas nossa aventuras e histórias no Pedrão. Também ao Inácio, pelo companheirismo.

Aos meus amigos de Belo Horizonte, que estão sempre acompanhando minha trajetória. À minha amiga de infância Marcela, que também compartilhará comigo esta profissão.

Aos meus amigos Daniel e William, por estarem juntos comigo nesta jornada.

Ao Caio por compartilhar seu trabalho e conhecimento para que eu possa dar continuidade à sua pesquisa.

Ao CNPq pelo financiamento para a elaboração deste trabalho. Agradeço pela oportunidade de contribuir para a ciência e tecnologia, tão importantes para o desenvolvimento do país.

À UFPR e aos professores do meu curso, por me oferecerem um ensino gratuito e de qualidade.

*"Todas as pessoas criativas querem fazer o inesperado."
(Hedy Lamarr)*

Resumo

A análise em regime permanente periódico é utilizada para circuitos cuja topologia e a amplitude em grandes sinais são mantidas fixas, variando-se apenas as amplitudes em pequenos sinais, injetadas pelas fontes independentes. O principal objetivo deste trabalho é propor um método que permita realizar tal simulação de forma computacionalmente mais eficiente que os métodos tradicionais. Na abordagem proposta, são utilizados como estudo de caso dois circuitos distintos em diferentes faixas de frequência, um na frequência da rede elétrica e outro em rádio frequência (RF). Ambos são excitados por um sinal periódico composto por um grande sinal em apenas uma frequência e por pequenos sinais nas demais frequências. Os circuitos originais são inicialmente linearizados em torno da solução em regime permanente, obtida através da técnica conhecida como método do tiro (MT), e são zeradas todas as componentes em pequenos sinais, cujos efeitos são então estudados apenas no circuito linearizado, novamente através do MT. Os resultados obtidos mostram que o método é aplicável para circuitos com esta topologia, sendo apenas válido para casos em que somente o sinal em torno da qual é feita a linearização é em grandes sinais.

Palavras-chave: método do tiro; grandes sinais; pequenos sinais; regime permanente.

Abstract

Periodic steady state analysis is used for circuits whose topology and the amplitude in large signals are kept fixed, varying only the amplitudes in small signals, injected by independent sources. The main purpose of this work is to propose a method that allows to perform such simulation in a computationally more efficient way than the traditional methods. In the proposed approach, two different circuits in different frequency bands are used as case study, one in power grid frequency and the other in radio frequency (RF). Both are excited by a periodic signal composed by a large signal at a single frequency and in small signals at other frequencies. The original circuits are initially linearized around the steady state solution, obtained through the technique known as shooting method (MT), and all small signal components are nulled, whose effects are then studied only in the linearized circuit, again through MT. The results obtained show that the method is suitable for circuits with this topology, being just valid for cases in which only the signal from which the linearization is performed is in large signals.

keywords: shooting method; large signals; small signals; steady state.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Análise de dois tons.	3
Figura 2 – Procedimento para executar a simulação de transitório.	7
Figura 3 – Definição da tensão de um indutor por meio da área do trapézio.	8
Figura 4 – Procedimento para executar o Método do Tiro.	11
Figura 5 – Método proposto para análise do circuito	13
Figura 6 – Esquemático do circuito teste de baixas frequências.	15
Figura 7 – Circuito equivalente de um indutor não linear com injeção de harmônicas em pequenos sinais.	16
Figura 8 – Esquemático do circuito teste de altas frequências.	17
Figura 9 – Tensões e correntes definidas para análise nodal.	18
Figura 10 – Correntes e tensões definidas para a análise nodal.	20
Figura 11 – Corrente no indutor na presença do sinal fundamental e da fonte de terceira harmônica com amplitude igual a 300 V.	22
Figura 12 – Corrente no indutor na presença do sinal fundamental e da fonte de terceira harmônica.	23
Figura 13 – Tensão e corrente no indutor para transitório único e para soma dos dois MT, com terceira harmônica de amplitude de 150 V.	24
Figura 14 – Corrente no indutor na presença do sinal fundamental e das fontes de terceira e quinta harmônica.	24
Figura 15 – Tensão e corrente no indutor para transitório único e para soma dos dois MT, com quinta harmônica de amplitude de 150 V.	25
Figura 16 – Resposta da simulação para a amplitude do segundo tom igual a 0,2 V.	27
Figura 17 – Resposta da simulação para a amplitude do segundo tom igual a 1,2 V.	27

Lista de abreviaturas e siglas

CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
UFPR	Universidade Federal do Paraná
RF	Rádio Frequência
EH	Equilíbrio Harmônico (<i>Harmonic Balance</i>)
MT	Método do Tiro (<i>Shooting Method</i>)
IM	Intermodulação
IMD	Distorção de Intermodulação
LO	Oscilador Local
SPICE	<i>Simulation Program with Integrated Circuits Emphasis</i>
PAC	Análise de Corrente Alternada Periódica
CC	Corrente Contínua
SEP	Sistema Elétrico de Potência
QPSS	Regime Permanente Quase Periódico (<i>Quasi Periodic Steady State</i>)

Sumário

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Circuitos de Baixas Frequências	2
1.2	Circuitos de Altas Frequências	2
1.3	Motivação do Trabalho	3
1.4	Objetivo Geral	4
1.5	Objetivos Específicos	4
1.6	Estrutura do Trabalho	5
2	ANÁLISE DE CIRCUITOS	6
2.1	Análise de Transitório	6
2.2	Linearização e análise de pequenos e grandes sinais	9
2.3	Análise Periódica em Regime Permanente	9
2.3.1	Método do Tiro	10
2.3.2	Linearização em torno do Regime Permanente Periódico	11
2.3.3	Domínio do tempo	11
3	PROPOSTA DO TRABALHO	13
3.1	Método Proposto	13
3.2	Estudo de caso	14
3.2.1	Circuito de baixas frequências	15
3.2.2	Circuito de altas frequências	17
3.3	Análise Nodal Modificada e Simulação no <i>Matlab</i>	18
3.3.1	Circuito de baixas frequências	18
3.3.2	Circuito de altas frequências	20
3.3.2.1	Aplicação do método proposto nos circuitos testes	21
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	22
4.1	Circuito de baixas frequências	22
4.2	Circuito de altas frequências	26
5	CONCLUSÃO	29
	REFERÊNCIAS	30

1 Introdução

A modelagem de sistemas possui um importante papel na evolução do conhecimento científico e tecnológico. Ao longo do tempo, o estudo de fenômenos e padrões observados na natureza por meio de representações permitiu a análise do comportamento de diversos sistemas, de dimensões microscópicas a astronômicas. Através de um modelo matemático, pode-se realizar uma previsão do comportamento de um sistema, sob diferentes condições de operação.

Um modelo matemático representa quantitativamente as hipóteses utilizadas na construção deste, através de equações que fundamentam-se no sistema real. Tais equações são solucionadas em função de valores conhecidos ou esperados e caracterizam as variações temporais, espaciais, entre outras, das variáveis de interesse no sistema. A fidelidade do modelo matemático com o sistema real está atrelada ao grau de complexidade e detalhamento utilizado na construção do mesmo e do método utilizado para solucioná-lo, o que é determinado pelo propósito desejado (RODRIGUES, 1996).

As grandezas pertencentes a um sistema dinâmico podem sofrer variações conduzidas por variações de outros parâmetros. Como exemplo de sistemas dinâmicos, tem-se a modelagem de sistemas elétricos e eletrônicos, que passam por perturbações diversas e são caracterizados por estados que mudam com o tempo, desta forma, possuem períodos transitórios que precedem novas condições de operação. O modelo e a simulação de circuitos elétricos possuem um papel muito importante, já que podem prognosticar problemas reais de uma maneira segura e eficiente.

Geralmente, em circuitos que possuem fontes senoidais independentes, apenas o regime permanente é obtido pelas simulações, devido à falta de conhecimento sobre as condições iniciais e a fim de se evitar uma complexidade adicional demandada pela resposta transitória.

Visto que são necessárias várias soluções em regime permanente para determinar o comportamento de um único circuito, encontrar algoritmos rápidos para computar com eficácia soluções em regime permanente é de grande importância. A exemplo disso, dada uma distorção em um circuito analógico, é necessário realizar uma análise de varredura tanto na amplitude do sinal quanto na frequência do sinal aplicado para caracterizá-lo por completo. Desta forma, deve ser calculado um número expressivo de pontos nas duas varreduras para se obter uma solução precisa de regime permanente (TELICHEVESKY; KUNDERT; WHITE, 1995).

No caso de circuitos analógicos, que são problemas relativamente estáveis, para encontrar soluções de regime permanente, não são comumente utilizados métodos de diferenças finitas. Os métodos mais usuais são o Equilíbrio Harmônico (EH) para circuitos moderadamente não lineares e o Método do Tiro (MT) para circuitos mais drasticamente

não lineares. Contudo, há também a possibilidade de simular o circuito por um intervalo de tempo suficiente para garantir que o regime permanente tenha sido alcançado, porém este intervalo de tempo pode ser demasiadamente longo para muitos circuitos (TELICHEVESKY; KUNDERT; WHITE, 1995).

1.1 Circuitos de Baixas Frequências

As análises de transitórios em sistemas de potência modernos, que apresentam um crescimento significativo de elementos não lineares, têm trazido alguns desafios em relação à grande complexidade das interações dinâmicas que surgem em uma ampla faixa de frequência. A injeção de cargas com comportamentos não lineares pode ser a principal causa de harmônicos na rede elétrica, cuja presença acarreta na distorção da forma de onda de saída em relação a de entrada, o que é denominado distorção não linear (GALHARDO; PINHO, 2003).

Uma medida eficiente para prever o impacto dessas injeções de sinais distorcidos na rede de distribuição do sistema elétrico de potência é a simulação e desenvolvimento de modelos matemáticos para representação dessas cargas não lineares.

Outro aspecto marcante destes sistemas é que, em muitos casos, o sinal de entrada possui harmônicas cujas amplitudes são bem menores quando comparadas com as componentes fundamentais. Esta característica pode ser explorada, com pouco impacto em termos de exatidão, para reduzir essencialmente o número de coeficientes do modelo polinomial no domínio da frequência (FAIFER et al., 2018).

1.2 Circuitos de Altas Frequências

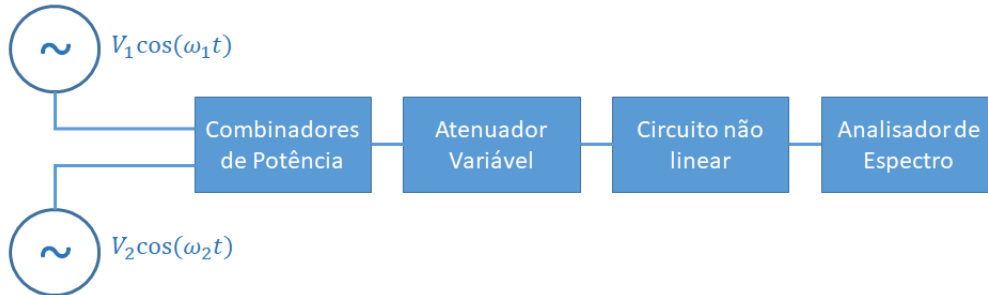
A análise em dois tons é um método utilizado principalmente para caracterizar os efeitos de não linearidade de amplificadores de potência (PA) de rádio frequência (RF). Os PAs podem ser levados às suas faixas de operação não linear caso sejam submetidos à injeção de um grande sinal na entrada. Como consequência da não linearidade, surgem produtos de intermodulação (IM) no sinal de saída do PA (ALIZADEH; RONNOW, 2016).

Dado um sistema com não linearidades, a IM ocorre quando há a presença de um sinal composto de duas ou mais frequências distintas. Como consequência, há o surgimento de outras frequências, que são combinações lineares das originais. A distorção de intermodulação (IMD) é um fenômeno que ocorre geralmente em componentes ativos, como no caso dos amplificadores, contudo, também pode ocorrer em elementos passivos, como conectores de cabos, especialmente em alta potência (MAAS, 2003).

Desta forma, para a determinação de propriedades de IMD, pode-se aplicar o teste de dois tons em componentes e sistemas eletrônicos, particularmente em sistemas de rádio. O método consiste em injetar simultaneamente dois sinais senoidais de diferentes

frequências (tons) no sistema. Um atenuador variável é utilizado para ajustar o nível de entrada e a saída é observada em um analisador de espectro (MAAS, 2003). A Figura 1 expõe o procedimento utilizado no teste de dois tons.

Figura 1 – Análise de dois tons.



Fonte – (MAAS, 2003) Adaptado.

Em misturadores de microondas, por exemplo, é possível encontrar um caso especial de circuito com excitação em dois tons em que um tom é relativamente grande e o outro tom é extremamente pequeno. Neste caso, o grande sinal é o oscilador local (LO) e o pequeno sinal é a excitação em RF. Como a excitação em RF é muito pequena quando comparada ao outro tom, as suas harmônicas são insignificantes, de modo em que se pode assumir que apenas existe o seu sinal na frequência fundamental (MAAS, 2003).

1.3 Motivação do Trabalho

A simulação do tipo SPICE (*Simulation Program with Integrated Circuits Emphasis*) é um método clássico em que são discretizadas as equações diferenciais que descrevem o circuito, solucionando-as numericamente por meio de métodos de integração no tempo, como por exemplo Euler. A principal desvantagem deste tipo de abordagem é que para se obter uma solução precisa, é necessário computar uma solução completa do sistema para cada intervalo de tempo, o que pode levar milhares de ciclos, dependendo do circuito em que a análise seja aplicada (KUNDERT; WHITE; VINCENNELLI, 1989).

Existem métodos que computam diretamente a solução em regime permanente, que podem ser classificados entre métodos no domínio da frequência e no domínio do tempo. O método do EH é um método no domínio da frequência em que são determinados os coeficientes da série de Fourier truncada na solução em regime permanente. O MT no domínio do tempo encontra uma condição inicial que leva à solução em regime permanente (HU; MAYARAM, 2000).

Desta maneira, estes métodos não necessitam da simulação do transitório, ao contrário da análise do tipo SPICE. A Análise de Corrente Alternada Periódica (PAC) obtém a resposta do circuito através da linearização em torno da resposta obtida após a

aplicação do EH no circuito original (MOURA; NATALINO; LIMA, 2019). Entretanto, o MT apresenta uma vantagem em relação ao EH, uma vez que apresenta um número menor de incógnitas e equações a serem resolvidas (ARAUJO; MOURA; LIMA, 2020), destacando-se assim a motivação da implementação de um método de linearização no domínio do tempo.

Outro aspecto a ser considerado em termos de eficiência de análise é que muitas vezes o circuito é reconfigurável, modificando-se apenas as fontes em pequenos sinais. Já na análise de transitório, que é do tipo SPICE, são necessárias várias análises não lineares, para diferentes configurações. Entretanto, no caso de circuitos cujas fontes são todas em grandes sinais, o método de linearização não é válido e torna-se necessário utilizar métodos como o Regime Permanente Quase-Senoidal (QPSS) (KUNDERT; WHITE; VINCENTELLI, 1989) ou EH com mapeamento artificial (MOURA; NATALINO; LIMA, 2019).

Portanto, para casos em que apenas um sinal é em grandes sinais, torna-se mais vantajoso aplicar um método em que somente é realizada uma análise não linear e várias análises lineares em torno do grande sinal. Desta forma, este trabalho propõe um método de linearização no domínio do tempo utilizando-se o MT.

1.4 Objetivo Geral

O principal objetivo é propor um método de análise de circuitos dinâmicos não lineares, capaz de realizá-la de maneira computacionalmente mais eficaz, uma vez que os métodos tradicionais de análise, usualmente por regime transitório, demandam maior tempo de processamento da simulação. Utiliza-se como estudo de caso dois circuitos excitados por fontes independentes periódicas e com componentes não lineares. Pretende-se analisar a viabilidade da utilização do MT para a linearização do circuito original em torno do regime permanente periódico, além do estudo da influência das componentes em pequenos sinais injetadas pelas fontes independentes no circuito linearizado.

1.5 Objetivos Específicos

- O estudo teórico das análises de transitório e do MT, com a finalidade de investigar a viabilidade do método proposto;
- A implementação de dois circuitos teste por meio do *Software MATLAB*, através de equações algébricas;
- A obtenção da solução dos sistemas não lineares por meio do MT;
- A linearização dos circuitos em torno dos resultados obtidos e posteriormente a simulação do circuito linearizado pelo MT;

- A análise dos resultados alcançados pelo método proposto a fim de se avaliar sua aplicabilidade e viabilidade.

1.6 Estrutura do Trabalho

Este trabalho será composto por cinco capítulos.

No Capítulo 2 serão detalhados os métodos abordados neste trabalho para a análise dos circuitos teste, como a análise de transitório, a linearização e análise de pequenos e grandes sinais e também será descrita a análise periódica em regime permanente, cuja seção descreverá o MT, bem como a linearização em torno do regime permanente periódico.

O Capítulo 3 se refere à descrição da proposta do trabalho, detalhando-se a metodologia utilizada, os objetos de estudo e as análises aplicadas aos mesmos.

O Capítulo 4 tem por objetivo apresentar e discutir os resultados obtidos das simulações em ambiente *MATLAB*.

Por fim, no Capítulo 5, é abordada uma conclusão sobre o trabalho.

2 Análise de Circuitos

A análise de circuitos busca descrever por meio de um conjunto de equações independentes, modeladas a partir das Leis de Kirchhoff, as tensões e correntes dos elementos presentes em determinado circuito elétrico. Tal sistema de equações pode ser resolvido por meio de métodos analíticos ou numéricos.

Diversas análises e metodologias encontram-se disponíveis atualmente para encontrar diretamente a solução em regime permanente com mais eficiência que integrar numericamente as equações diferenciais de um circuito com condições iniciais arbitrárias. Tais análises podem ser classificados como métodos no domínio do tempo e no domínio da frequência (HU; MAYARAM, 2000).

O MT, no domínio do tempo, e o método do EH, no domínio da frequência, são largamente utilizados nas simulações dos circuitos. Cada método possui certas vantagens e desvantagens dependendo do tipo de circuito proposto. É possível realizar um estudo a fim de se comparar o desempenho dos dois métodos aplicados a um mesmo circuito, como apresentado em (ARAUJO; MOURA; LIMA, 2020), e além disso, é possível também avaliar a aplicabilidade de ambos em circuitos sujeitos a sinais de entrada em baixas frequências, como feito em (NATALINO; ARAUJO; LIMA, 2020).

2.1 Análise de Transitório

A análise de transitório calcula a resposta de um circuito ao longo de um período de tempo, a ser definido, por meio de amostras discretas uniformemente espaçadas. Tal análise é válida para qualquer circuito, linear ou não, entretanto, só se obtém resposta para um número finito de pontos no tempo. As incógnitas são tensões nodais e correntes sobre fontes independentes.

É estabelecido o ponto de operação inicial, em $t = 0$, que pode ser definido por meio da análise em corrente contínua (CC). Um intervalo de tempo é também predeterminado e o tempo é então incrementado, as tensões e correntes nodais são calculadas tomando-se como base os valores em $t = 0$. A resposta do sistema em cada passo de tempo apresenta uma solução que garanta que haja convergência do sistema e as respostas são independentes entre si.

O tamanho do intervalo entre passos consecutivos deve ser determinado de acordo com o critério de Nyquist. Sabendo-se que o passo de tempo Δt corresponde ao inverso da taxa de amostragem e que o valor da frequência máxima a ser alcançada pelo sinal depende do número de harmônicas a ser considerada na análise, a frequência de amostragem deve ser de no mínimo duas vezes a frequência fundamental f_1 multiplicada pelo número N de

harmônicas da frequência fundamental a ser estabelecido:

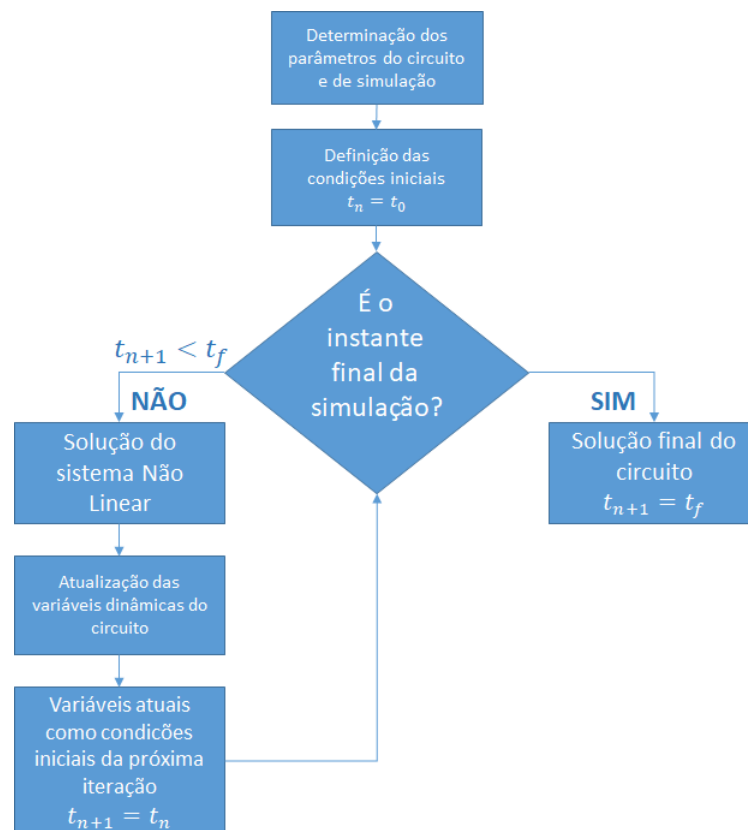
$$\frac{1}{\Delta t} \geq 2Nf_1. \quad (2.1)$$

Uma análise de transitório eficiente busca utilizar o mínimo de passos de tempo a fim de varrer um dado intervalo de tempo, mantendo certos erros menores que os limites impostos (GHEORGHE; CONSTANTINESCU; NITESCU, 2009). Existem alguns circuitos em que a definição do estado inicial não pode ser determinada por meio da análise de polarização em CC, como no caso dos osciladores. Para esses circuitos, há a possibilidade de iniciar a análise de transitório partindo-se de uma condição inicial definida (FITZPATRICK, 2018). Além disso, a análise pode falhar em convergir para uma solução em um determinado passo de tempo, caso a solução obtida no passo anterior não esteja próxima da solução desejada no passo seguinte e a redução do Δt é uma forma de melhorar esta convergência.

Desta forma, nota-se que a definição do tamanho do intervalo entre passos sucessivos é de grande influência na precisão da análise de transitório e na velocidade da convergência da solução.

A Figura 2 se refere a um fluxograma para o desenvolvimento do algoritmo da análise de transitório.

Figura 2 – Procedimento para executar a simulação de transitório.



Como são conhecidos apenas valores do sinal calculado para um conjunto de pontos do tempo, faz-se necessário também utilizar métodos de integração numérica para circuitos que apresentam por exemplo capacitores ou indutores, uma vez que a relação entre a tensão e corrente desses componentes dá-se por uma taxa de variação. Para substituir as derivadas por expressões algébricas, pode-se adotar o método da Integração Trapezoidal, por exemplo.

As equações a seguir demonstram a aplicação da Integração Trapezoidal para o cálculo da tensão de um indutor:

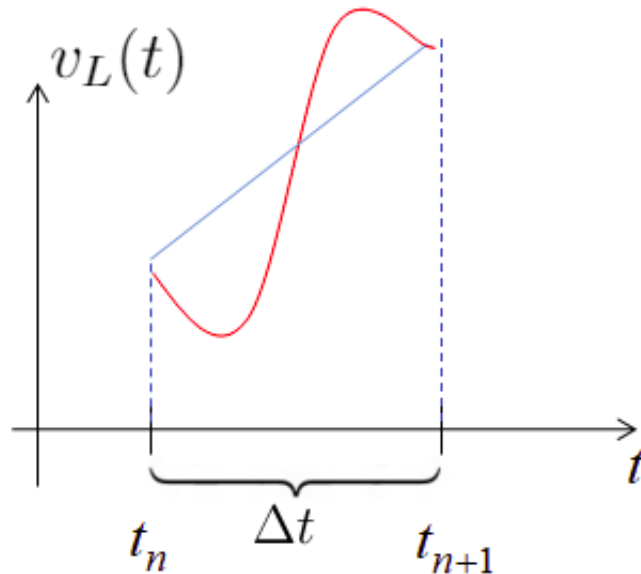
$$v_L(t) = L \frac{d(i_L(t))}{dt}, \quad (2.2)$$

integrando-se ambos os lados, definido entre dois instantes de tempo, tem-se:

$$\int_{t_n}^{t_{n+1}} v_L(t) dt = \int_{t_n}^{t_{n+1}} L \frac{d(i_L(t))}{dt} dt, \quad (2.3)$$

a integral do lado esquerdo da Equação 2.3 pode ser aproximada pela área do trapézio, conforme mostra a Figura 3.

Figura 3 – Definição da tensão de um indutor por meio da área do trapézio.



Fonte – (NATALINO, 2019) Adaptado.

Assim:

$$\int_{t_n}^{t_{n+1}} v_L(t) dt \approx (t_{n+1} - t_n) \left(\frac{v_L(t_{n+1}) + v_L(t_n)}{2} \right) \quad (2.4)$$

e por fim, substituindo-se a equação 2.4 em 2.3:

$$v_L(t_{n+1}) = \frac{2L}{\Delta t} [i_L(t_{n+1}) - i_L(t_n)] - v_L(t_n). \quad (2.5)$$

2.2 Linearização e análise de pequenos e grandes sinais

A linearização, geralmente em sistemas não lineares invariantes no tempo, é a maneira mais simples de solução destes sistemas, uma vez que é eliminada a complexidade do sistema não linear.

Enfatiza-se que a simulação e a análise de transitório exigem uma alta complexidade das iterações dinâmicas que surgem em uma faixa de frequência mais ampla. Para a análise dos transitórios de circuitos de baixas frequências, os simuladores permitem a modelagem do circuito completo e das diversas condições operativas, contudo, para a análise de transitório para frequências mais altas e casos mais complexos, os problemas surgem na preparação de dados, na obtenção de modelos precisos e no tempo de processamento (DANIEL, 2018).

As análises de grandes e pequenos sinais, cuja técnica baseia-se na busca da resposta linear a um sinal muito menor aplicado em circuitos com elementos não lineares alimentados por uma única fonte senoidal de grandes sinais, são comumente aplicadas no projeto de misturadores e amplificadores de potência e na análise de ruído não linear (MOURA; NATALINO; LIMA, 2019).

Na análise de pequenos sinais, a linearização em torno do valor obtido pela análise em CC não sofre impacto na precisão da resposta. No entanto, para grandes sinais, quando a linearização é realizada em torno da resposta em CC, não é possível garantir a coerência do resultado, pois nesse caso os harmônicos gerados pelo sistema influenciam as amplitudes de tensão e a corrente do circuito (MAAS, 2003).

Pode-se definir assim que um grande sinal é aquele que causa variações elevadas no ponto de operação de um sistema, o que não deve acontecer para pequenos sinais. Desta forma, a análise linearizada é válida somente para um dado ponto de polarização com sinais de entrada suficientemente pequenos quando comparados ao sinal fundamental, de forma que não alterem o ponto de polarização e que o sistema permaneça linear para pequenas variações deste ponto de operação.

2.3 Análise Periódica em Regime Permanente

A análise periódica em regime permanente é um método não linear que apresenta a resposta do circuito com uma simulação independente no tempo das condições iniciais. A resposta em regime permanente é obtida diretamente, sem requisitar a simulação do comportamento transitório do circuito, desta forma evita-se a integração de vários ciclos de tempo (NASTOV et al., 2007).

A importância de uma análise eficiente em regime permanente pode ser exemplificada com a verificação de alguns parâmetros de desempenho de circuitos de RF que precisam ser computados em regime permanente, como distorção, consumo de potência,

frequência, ruído e características de transferência (MAAS, 2003).

2.3.1 Método do Tiro

O MT é um procedimento numérico baseado em uma análise no domínio do tempo, reduzindo o sistema a um problema de valor inicial para resolver um problema de valor de contorno (NASTOV et al., 2007).

Dado um circuito com elementos dinâmicos, o MT encontra a solução de um sistema não linear algébrico a partir de valores iniciais que fornecem uma condição de regime permanente. As incógnitas do MT são as variáveis de estado, que são correntes de indutores e/ou tensões sobre capacitores.

Ao simular um período (T) da frequência fundamental, o último valor deve ser o mesmo que o estado inicial calculado. Essa abordagem usa a análise transitória e as equações diferenciais são discretizadas para serem integradas uma etapa de cada vez. Além disso, a próxima etapa da iteração depende dos valores anteriores.

De acordo com (TELICHEVESKY; KUNDERT; WHITE, 1995), encontrar a solução em regime permanente significa encontrar a solução particular para as equações do circuito como:

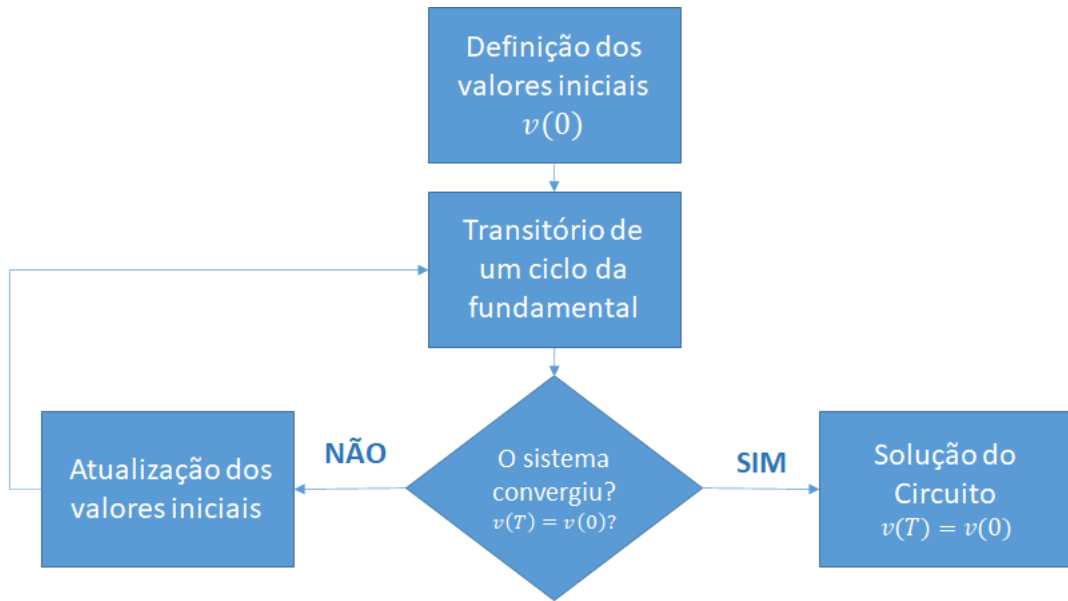
$$f(v(t), t) = i(v(t)) + q(v(t)) + u(t) = 0, \quad (2.6)$$

em que $u(t)$ é o vetor das fontes de alimentação, $v(t)$ é o vetor das tensões nodais, $i(v(t))$ é o vetor de correntes nodais resistivas e $q(v(t))$ é o vetor de cargas ou fluxos nodais. A solução periódica de regime permanente é a solução de 2.6 que também satisfaz:

$$v(T) - v(0) = 0. \quad (2.7)$$

O fluxograma da Figura 4 ilustra o procedimento utilizado para desenvolver o algoritmo do MT, utilizado no circuito não linear e no linearizado, realizando-se alguns ajustes no código para cada caso.

Figura 4 – Procedimento para executar o Método do Tiro.



Fonte – A Autora (2021).

2.3.2 Linearização em torno do Regime Permanente Periódico

Como regra geral, é necessário diferenciar a equação do elemento não linear em relação ao seu estado inicial para linearizá-lo. A técnica de linearização pode ser aplicada para diferentes métodos de análise de circuitos eletrônicos. A equação a seguir descreve a linearização de uma incógnita (MOURA; NATALINO; LIMA, 2019):

$$f_{NL}(X) = \left. \frac{df_{NL}(X)}{dX} \right|_{X=X_0} \cdot (X - X_0), \quad (2.8)$$

em que $X_0(t)$ é o estado inicial e $f_{NL}(X)$ é a função não linear da incógnita $X(t)$ a ser linearizada.

Neste trabalho, $X_0(t)$ é a resposta periódica em regime permanente a um grande sinal. O circuito linearizado é então estimulado pela fonte de pequenos sinais.

Sistemas de equações algébricas não lineares podem ser solucionados por meio da utilização da função *fsolve*, que utiliza uma modificação do método híbrido de Powell (MATHWORKS, c2021). Logo, para resolver o sistema não linear por meio do *MATLAB*, deve-se obrigatoriamente utilizar a função *fsolve*, já para o sistema linear pode-se resolvê-lo por meio de mínimos quadrados baseado na multiplicação de matrizes e vetores.

2.3.3 Domínio do tempo

Para fazer o MT não linear, é necessário, inicialmente, obter a resposta da fonte de tensão da frequência fundamental atuando sozinha, anulando as fontes de pequenos sinais.

As tensões e correntes obtidas são sinais periódicos para os passos finitos e o período da função é $1/f_1$.

Além disso, a função periódica não linear é calculada para essa fonte de alimentação. Os valores encontrados para as tensões e correntes são usados na próxima etapa, para calcular as correntes do circuito, até atingir a etapa final. O valor de cada variável de estado, calculado após um período (T) da fundamental, é subtraído do valor inicialmente atribuído, e o resultado deve ser nulo, como mostrado na Equação 2.9:

$$I_L(t_0) - I_L(t_0 + T) = 0. \quad (2.9)$$

Os valores $I_L(t_0 + T)$ são definidos pela análise de transitório.

3 Proposta do Trabalho

3.1 Método Proposto

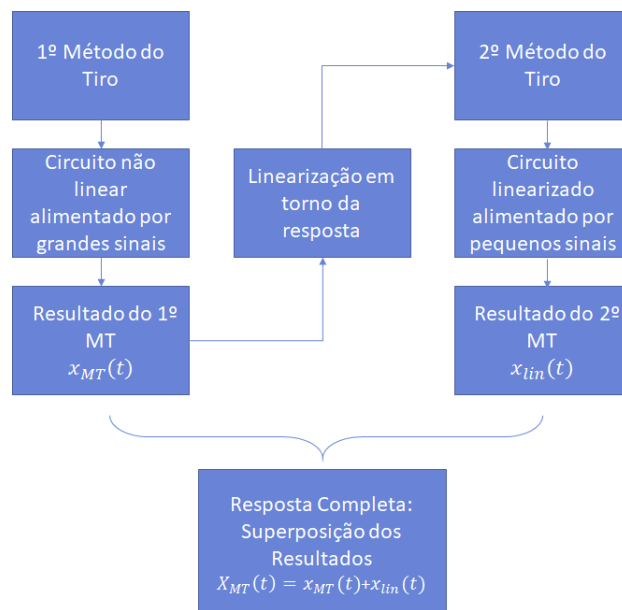
O método proposto consiste em uma análise no domínio do tempo utilizando-se o MT, em que se busca encontrar uma solução em que o transitório seja nulo, obtendo-se somente o regime permanente. Para a implementação do algoritmo foi utilizado o *software* matemático *MATLAB*, por meio da função *fsolve* para resolução do sistema não linear.

O algoritmo do MT é capaz de resolver circuitos não lineares com várias fontes independentes periódicas no tempo, podendo ser aplicado em circuitos de baixas e altas frequências, sendo apenas necessário alterar o modelo do circuito e os parâmetros de entrada. Contudo, para que a análise seja precisa, o circuito deve conter somente uma fonte independente em grandes sinais e as demais fontes devem ser em pequenos sinais.

O método proposto consiste em aplicar inicialmente o MT no circuito alimentado apenas pela fonte de grandes sinais, posteriormente lineariza-se o circuito em torno do resultado obtido, aplica-se então o MT no circuito linearizado alimentado por uma fonte de pequenos sinais. Caso haja mais de uma fonte de pequenos sinais, o MT deve ser aplicado para cada fonte separadamente. Por fim, é realizada a superposição dos resultados para a obtenção da resposta completa.

O diagrama de blocos da Figura 5 ilustra a obtenção da resposta completa do sistema.

Figura 5 – Método proposto para análise do circuito



3.2 Estudo de caso

Neste trabalho, utiliza-se como estudo de caso dois circuitos teste com aplicações distintas e operações em diferentes faixas de frequência. Ambos têm comportamento dinâmico não linear e estão sujeitos a um estímulo composto pela combinação de vários sinais, sendo um deles em grandes sinais e os demais em pequenos sinais, injetados por fontes independentes periódicas.

No primeiro caso, o sinal fundamental possui a frequência da rede elétrica, 60 Hz, e a amplitude é em grandes sinais. Estão também presentes estímulos em pequenos sinais localizados em frequências múltiplas da fundamental. Este circuito possui um elemento dinâmico não linear, um indutor saturável como a representação de cargas não lineares presentes no Sistema Elétrico de Potência (SEP), e uma carga resistiva.

O segundo caso consiste em circuito em RF com uma fonte não linear controlada por tensão, alimentado por um sinal de dois tons, sendo o primeiro tom em grandes sinais e o segundo tom em pequenos sinais.

Todos os parâmetros utilizados em ambas as configurações são mantidos fixos, variando-se apenas o sinal de entrada.

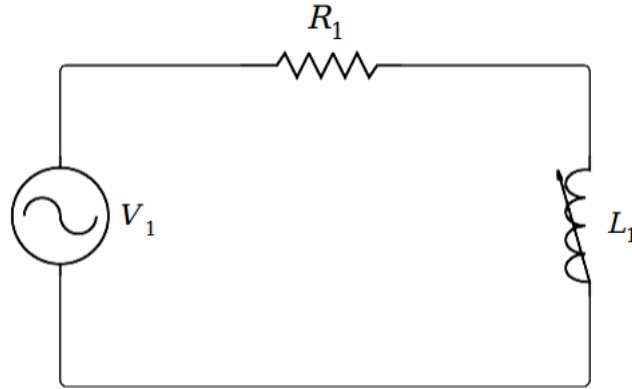
Pretende-se analisar a viabilidade da utilização do MT para a linearização dos circuitos originais em torno do regime permanente periódico e o estudo da influência das componentes em pequenos sinais injetadas pelas fontes independentes nos circuitos linearizados, além da definição do limite de validade do método abordado. Por fim, busca-se analisar sua eficácia em relação ao método do transitório.

Inicialmente, realizou-se uma análise matemática de cada um dos circuitos, modelando-os em um sistema não linear de equações algébricas. Em seguida, desenvolveu-se uma rotina no *MATLAB* para cada caso, para a resolução dos sistemas de maneira automatizada e para a simulação gráfica da resposta do circuito ao longo do tempo, dado um vetor de condições iniciais estimadas e a aplicação de diferentes sinais de entrada.

3.2.1 Circuito de baixas frequências

O esquemático utilizado como estudo de caso é mostrado na Figura 6.

Figura 6 – Esquemático do circuito teste de baixas frequências.



Fonte – (NATALINO, 2019).

Neste circuito, a fonte de alimentação V_1 é senoidal com frequência $f_1 = 60$ Hz, amplitude de pico $V_{1p} = 440$ V e deslocamento de fase $\phi_1 = 180$ graus, $R_1 = 377 \Omega$ e L_1 é um indutor saturável que representa uma carga passiva e não linear. O comportamento não linear de um indutor pode ser descrito por:

$$v_L(t) = L(i_L) \frac{di_L(t)}{dt}. \quad (3.1)$$

Segundo (FAIFER et al., 2018), o comportamento do indutor saturável e a relação tensão-corrente do elemento podem ser definidos por meio da curva densidade de fluxo por campo magnético do material do núcleo, assemelhando-se a uma tangente hiperbólica. Assim, a equação característica do indutor não linear pode ser modelada por:

$$\phi = tgh(i_L(t)), \quad (3.2)$$

$$v_L(t) = \frac{d\phi}{dt}, \quad (3.3)$$

logo,

$$v_L(t) = \frac{d[tgh(i_L(t))]}{dt}. \quad (3.4)$$

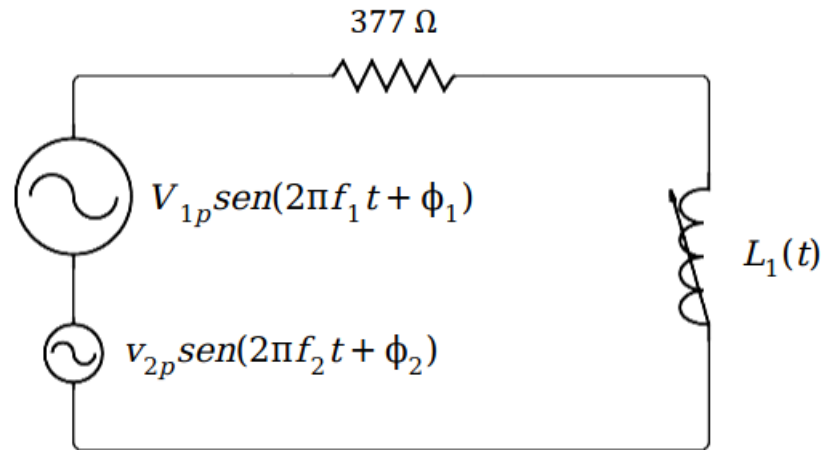
Desta forma, as características não linear e dinâmica encontram-se simultaneamente no mesmo elemento, entretanto, o método de resolução também é válido em circuitos em que estas características encontram-se em elementos distintos, como por exemplo, um circuito de reator controlado por tiristores (NATALINO, 2019).

Conforme calculado por (NATALINO, 2019), a amplitude utilizada para o sinal fundamental foi definida com o intuito de se garantir a operação do indutor na região de

saturação, ou seja, assegurando uma condição de não linearidade. O valor de resistência foi determinado com o propósito de observar o defasamento de corrente de aproximadamente 45 graus em relação à fonte de tensão, ou seja, para que fossem identificados os efeitos indutivo e resistivo. O deslocamento de fase foi definido de maneira que a harmônica, apesar de ser em pequenos sinais, causasse distorções significativas na forma de onda.

A injeção de harmônicos ao sistema pode ser modelada adicionando-se fontes de pequenos sinais em série com a fonte de alimentação, para cada harmônica considerada na análise, como mostrado na Figura 7, para o caso da adição de uma componente harmônica ao circuito.

Figura 7 – Circuito equivalente de um indutor não linear com injeção de harmônicas em pequenos sinais.



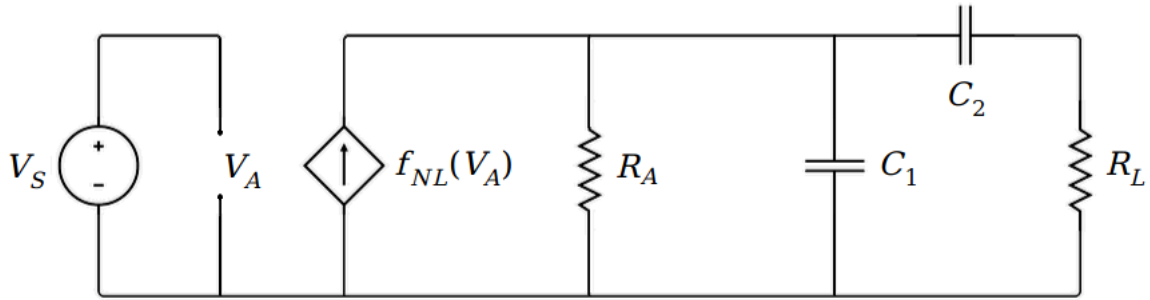
Fonte – (NATALINO, 2019).

Assim, v_{2p} refere-se à amplitude do pequeno sinal, f_2 é uma frequência múltipla da frequência fundamental e ϕ_2 é o deslocamento de fase.

3.2.2 Circuito de altas frequências

O esquemático do circuito de altas frequências é mostrado na Figura 8.

Figura 8 – Esquemático do circuito teste de altas frequências.



Fonte – (SCHUARTZ et al., 2018)

Neste circuito, V_s é uma fonte de tensão de dois tons, com diferentes amplitudes e frequências. Os parâmetros do circuito são $C_1 = 10$ pF, $C_2 = 1$ μ F, $R_A = 1$ k Ω , $R_L = 50$ Ω , $f_1=1$ GHz e $f_2=1,1$ GHz. O elemento não linear é f_{NL} . Segundo (SCHUARTZ et al., 2018) a equação que descreve o comportamento não linear é:

$$f_{NL} = \frac{I_{sat} \text{sign}(V_A)}{(1 + (\frac{V_{sat}}{|V_A|})^s)^{\frac{1}{s}}}, \quad (3.5)$$

em que I_{sat} e V_{sat} são as saturações máximas da fonte, V_A é a tensão nodal equivalente à tensão injetada pela fonte de tensão independente, $\text{sign}(V_A)$ é uma função sinal e s indica o fator de amortecimento do sinal. Desta forma, quanto menor o valor de s , mais suave a curva de resposta do sinal. Os parâmetros desta fonte de tensão controlada são: $I_{SAT} = 0,1$ A, $V_{SAT} = 1,8$ V e $s = 5$ para representar uma arquitetura em seguidor de envoltória de um amplificador de potência. Todos os parâmetros são fixos, com exceção à amplitude do segundo tom. A amplitude do primeiro tom do sinal de grandes sinais é mantida fixa em 1,8 V.

Como este estudo também busca analisar o limite de validade do método proposto e sabendo-se que o ponto crítico é a análise de pequenos sinais, isto é, diferentes saídas para variações na amplitude do segundo tom, sendo em pequenos sinais de 0,2 V ou em grandes sinais 1,2 V, foram observadas.

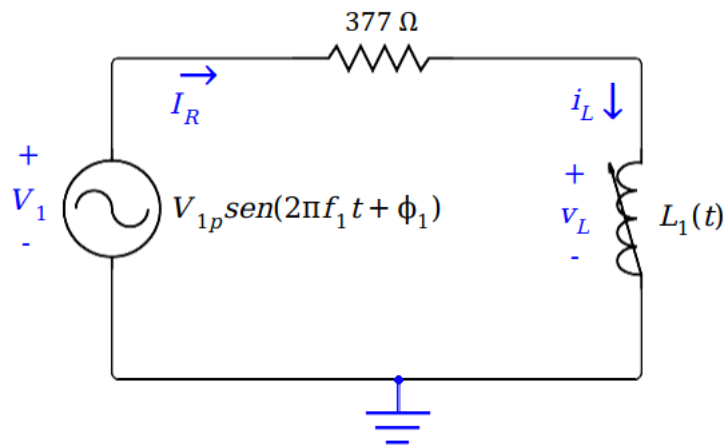
3.3 Análise Nodal Modificada e Simulação no *Matlab*

Por meio da Análise Nodal Modificada, modelaram-se os circuitos a fim de se criar uma rotina para cálculo e simulação das formas de onda das tensões e correntes do circuito. As equações obtidas em cada análise serão descritas nas subseções a seguir.

3.3.1 Circuito de baixas frequências

O sistema de equações algébricas não lineares que descrevem o circuito teste de baixas frequências, de acordo com as definições de tensões e correntes indicadas na Figura 9, é:

Figura 9 – Tensões e correntes definidas para análise nodal.



Fonte – A Autora (2021).

$$V_1(t) = 440\text{sen}(120\pi t), \quad (3.6)$$

$$I_R(t) = \frac{V_1(t) - v_L(t)}{377}, \quad (3.7)$$

$$v_L(t) = \frac{d[\text{tgh}(i_L(t))]}{dt}. \quad (3.8)$$

Aplicou-se o método de integração numérica trapezoidal na equação 3.8 para o desenvolvimento do algoritmo, com o objetivo de aproximar o valor da tensão sobre o indutor sem o uso de uma expressão analítica para a primitiva da corrente. Obtém-se a seguinte equação:

$$v_L(t_{n+1}) = \frac{2}{\Delta t} [\text{tgh}(i_L(t_{n+1})) - \text{tgh}(i_L(t_n))] - v_L(t_n). \quad (3.9)$$

Um primeiro método do tiro foi aplicado no circuito não linear. Atribuiu-se um valor arbitrário para a corrente inicial no indutor e os demais parâmetros iniciais

foram calculados. Ao fim da simulação, a função não linear é linearizada em torno do resultado. Então o sinal se torna variante no tempo com a mesma frequência f_1 que o sinal fundamental.

Desta forma, ao linearizar a Equação 3.8, a equação da tensão no indutor será:

$$v_{Llin}(t) = \frac{d[lm(t)(i_{Llin}(t))]}{dt}, \quad (3.10)$$

em que $v_{Llin}(t)$ e $i_{Llin}(t)$ são a tensão e corrente sobre o indutor, respectivamente.

Dada a Equação 3.10, o valor da indutância possui um comportamento dinâmico. Particularmente, ao linearizar o circuito, obtém-se $lm(t)$, que varia no tempo e é dado por:

$$lm(t) = \left. \frac{d[tgh(i_L(t))]}{di_L(t)} \right|_{i_L(t)=i_{LMT}}, \quad (3.11)$$

é obtido então por 3.11:

$$lm(t) = sech^2(i_{LMT}(t)), \quad (3.12)$$

sendo i_{LMT} a resposta encontrada para a corrente no indutor após a execução do MT ao circuito não linear.

Aplicou-se novamente o método de integração numérica trapezoidal na equação 3.10 e foi calculado o valor de lm . Observa-se que lm depende dos resultados obtidos na análise não linear.

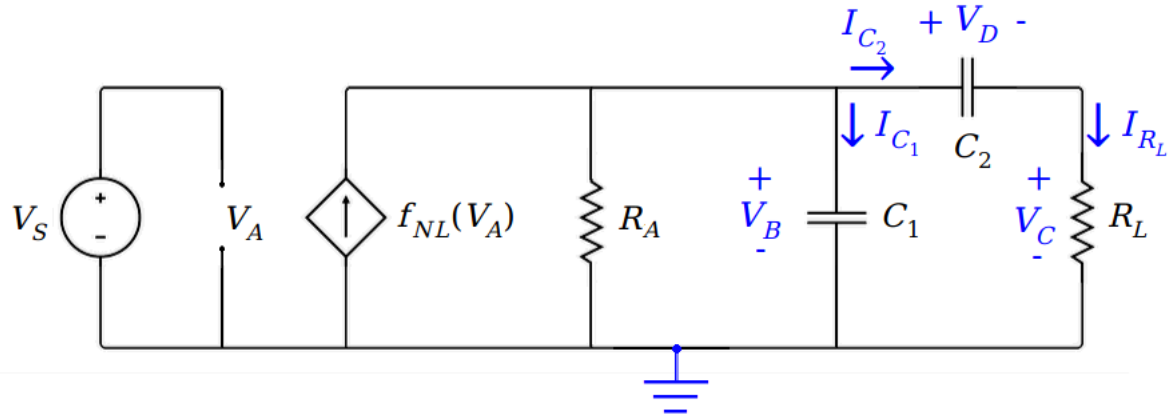
Assim, obtém-se ao final:

$$\begin{aligned} v_{Llin}(t_{n+1}) = & [(sech^2(i_{LMT}(t_{n+1})) \cdot i_{Llin}(t_{n+1}) \\ & + sech^2(i_{LMT}(t_n)) \cdot i_{Llin}(t_n) \cdot \frac{2}{\Delta t})] - v_{Llin}(t_n). \end{aligned} \quad (3.13)$$

3.3.2 Circuito de altas frequências

O sistema de equações algébricas não lineares que descrevem o circuito teste de altas frequências, de acordo com as definições de tensões e correntes indicadas na Figura 10, é:

Figura 10 – Correntes e tensões definidas para a análise nodal.



Fonte – A Autora (2021).

$$I_{C_1} = C_1 \frac{d[V_B(t)]}{dt}; \quad (3.14)$$

$$I_{C_2} = C_2 \frac{d[V_D(t)]}{dt}; \quad (3.15)$$

$$I_{R_L} = \frac{V_C(t)}{R_L}. \quad (3.16)$$

E sabe-se que:

$$V_D(t) = V_B(t) - V_C(t), \quad (3.17)$$

assim como realizado para o circuito de baixas frequências, aplicou-se a integração trapezoidal nas Equações 3.14 e 3.15. Foram obtidas as equações a seguir:

$$I_{C_1_{atu}} = \left(\frac{2 \cdot C_1}{\Delta t} \cdot V_B \right) - \left(\frac{2 \cdot C_1}{\Delta t} \cdot V_{B_{ant}} \right) - I_{C_1_{ant}}; \quad (3.18)$$

$$I_{C_2_{atu}} = \left[\frac{2 \cdot C_2}{\Delta t} \cdot (V_B - V_C) \right] - \left[\frac{2 \cdot C_2}{\Delta t} \cdot (V_{B_{ant}} - V_{C_{ant}}) \right] - I_{C_2_{ant}}. \quad (3.19)$$

Todas as incógnitas com o subscrito “ant” se referem aos valores da iteração anterior e as com o subscrito “atu” se referem aos valores da iteração atual.

Posteriormente linearizou-se a função da fonte controlada. As equações a seguir descrevem a linearização da função. Considerando que a corrente injetada pela fonte controlada é descrita pela equação 3.5, ao linearizá-la em torno do resultado do primeiro

MT, $V_{A_{MT}}$, e sabendo-se que este é um valor variável no tempo, a equação também passa a ser variável no tempo, da seguinte maneira:

$$f_{NL_{lin}}(t) = g_m(t) \cdot V_{A_{lin}}(t), \quad (3.20)$$

em que $g_m(t)$ é a variável dinâmica que é descrita por:

$$g_m(t) = \frac{d[f_{NL}(V_A(t))]}{dV_A(t)} \Big|_{V_A(t)=V_{A_{MT}}(t)}. \quad (3.21)$$

Para a resolução da derivada presente em 3.21, foi utilizado o pacote simbólico do *Matlab*. O resultado obtido é a expressão a seguir:

$$g_m(t) = \frac{2 \cdot I_{sat} \cdot \delta(V_A(t))}{\left(\left(\frac{V_{sat}}{|V_A(t)|}\right)^s + 1\right)^{1/s}} + \frac{I_{sat} \cdot V_{sat} \cdot \text{sign}(V_A(t))^2 \cdot \left(\frac{V_{sat}}{|V_A(t)|}\right)^{s-1}}{|V_A(t)|^2 \cdot \left(\frac{V_{sat}}{|V_A(t)|}\right)^{\frac{1}{s}+1}}, \quad (3.22)$$

em que δ corresponde à função Delta de Dirac.

3.3.2.1 Aplicação do método proposto nos circuitos testes

Portanto, para fazer o MT não linear, é necessário primeiro obter a resposta do circuito sendo alimentado exclusivamente pela fonte de grandes sinais.

Então, é realizada uma nova análise, também utilizando o MT, porém no sistema linearizado sendo alimentado pela fonte de pequenos sinais. Por fim, a resposta completa do sistema é obtida pela superposição da resposta para cada fonte de tensão independente, pela soma algébrica dos resultados.

A equação abaixo descreve a obtenção da solução completa:

$$X_{MT}(t) = x_{MT}(t) + x_{lin}(t), \quad (3.23)$$

em que $x_{MT}(t)$ é o resultado do MT obtido usando o circuito não linear, zerando a fonte independente de pequenos sinais, $x_{lin}(t)$ é o resultado da nova análise, sobre o circuito linearizado em torno do resultado $x_{MT}(t)$.

Portanto, para se obter o $x_{lin}(t)$, o elemento não linear de cada circuito deve ser substituído por um linear, de acordo com o que foi detalhado anteriormente.

Uma análise de transitório, que possui um mesmo papel de uma simulação SPICE, também foi realizada até $t=T$, para verificação do limite de validade da linearização.

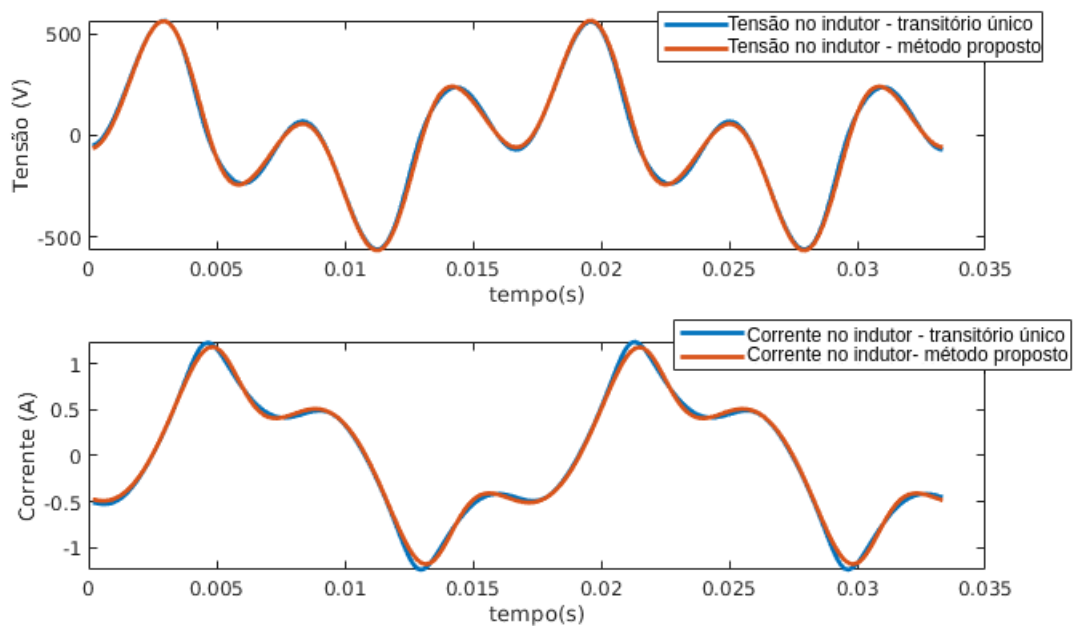
4 Resultados e Discussão

4.1 Circuito de baixas frequências

Para definir o valor de tensão da fonte de pequenos sinais, variou-se a fonte de pequenos sinais entre 100 V e 300 V, para analisar os limites de validade do método aplicado através da comparação dos resultados obtidos. Para isso, ao fim das simulações, plotou-se na mesma figura o resultado da superposição das simulações com uma simulação de transitório único, que é um método válido e com resultados confiáveis.

Assim, a amplitude das harmônicas foi definida por meio de uma análise empírica, em que foi observado que para valores de amplitude superiores a aproximadamente 150 V, o resultado das somas dos dois MT apresentou uma discrepância visível do resultado do transitório único, definindo-se deste modo que valores em torno de 150 V correspondem ao limite da amplitude da fonte de tensão de pequenos sinais na qual o método de análise ainda é válido. A exemplo disso tem-se a Figura 11, obtida ao aplicar 300 V à amplitude do pequeno sinal, em que as diferenças são observadas, sobretudo na forma de onda da corrente.

Figura 11 – Corrente no indutor na presença do sinal fundamental e da fonte de terceira harmônica com amplitude igual a 300 V.



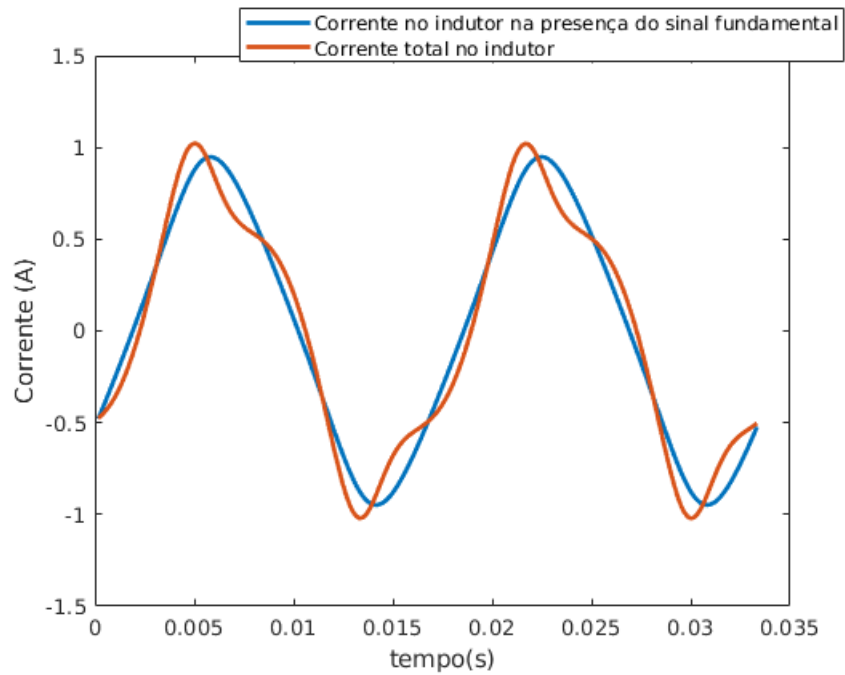
Fonte – A Autora (2021).

Além disso, segundo (DECKMANN; POMILIO, 2020), a presença de harmônicas pares é menos comum que as ímpares e pode estar ligada ao mau funcionamento de cargas

não lineares. Portanto, atribuiu-se à frequência f_2 a terceira harmônica da fundamental, 180 Hz, deslocamento inicial de fase igual a 180 graus e amplitude de 150 V.

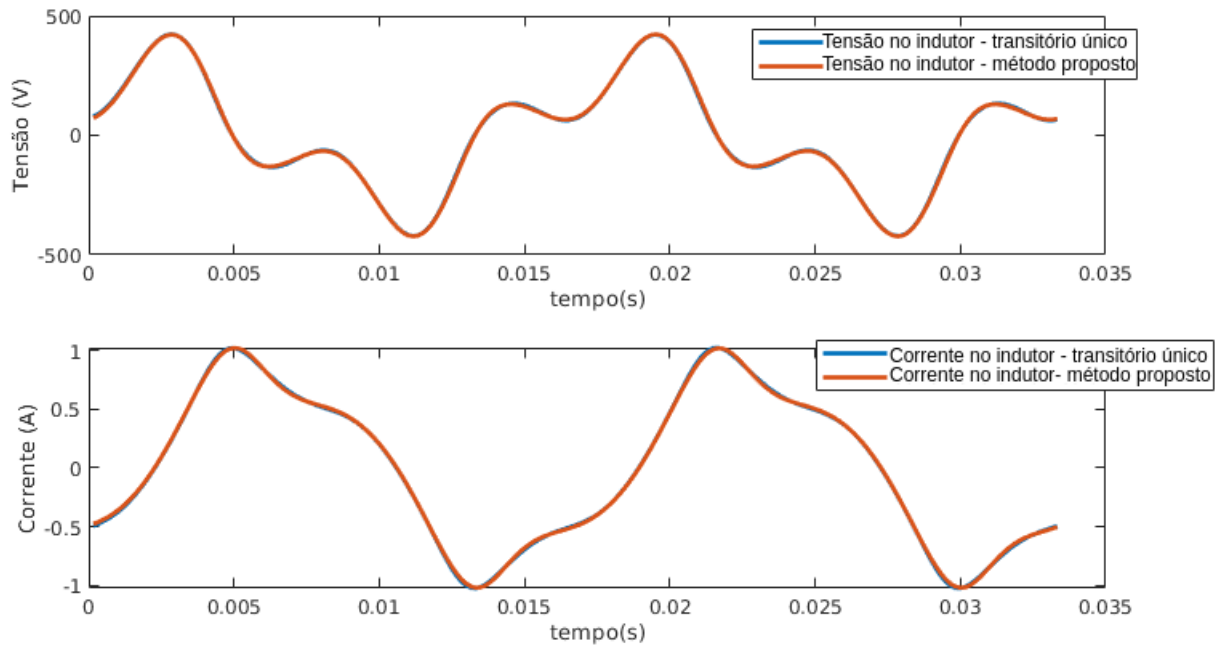
Posto isso, as Figuras 12 e 13 se referem ao resultado de corrente e tensão sobre o indutor quando a forma de onda de pequenos sinais é igual a $v_2 = 150\text{sen}(2\pi 180t + 180)$.

Figura 12 – Corrente no indutor na presença do sinal fundamental e da fonte de terceira harmônica.



Fonte – A autora (2021).

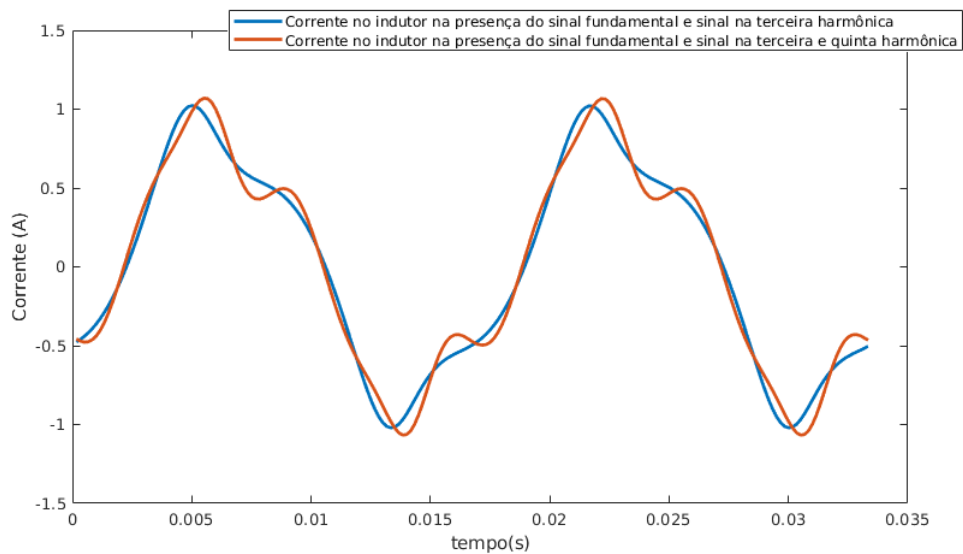
Figura 13 – Tensão e corrente no indutor para transitório único e para soma dos dois MT, com terceira harmônica de amplitude de 150 V.



Fonte – A Autora (2021).

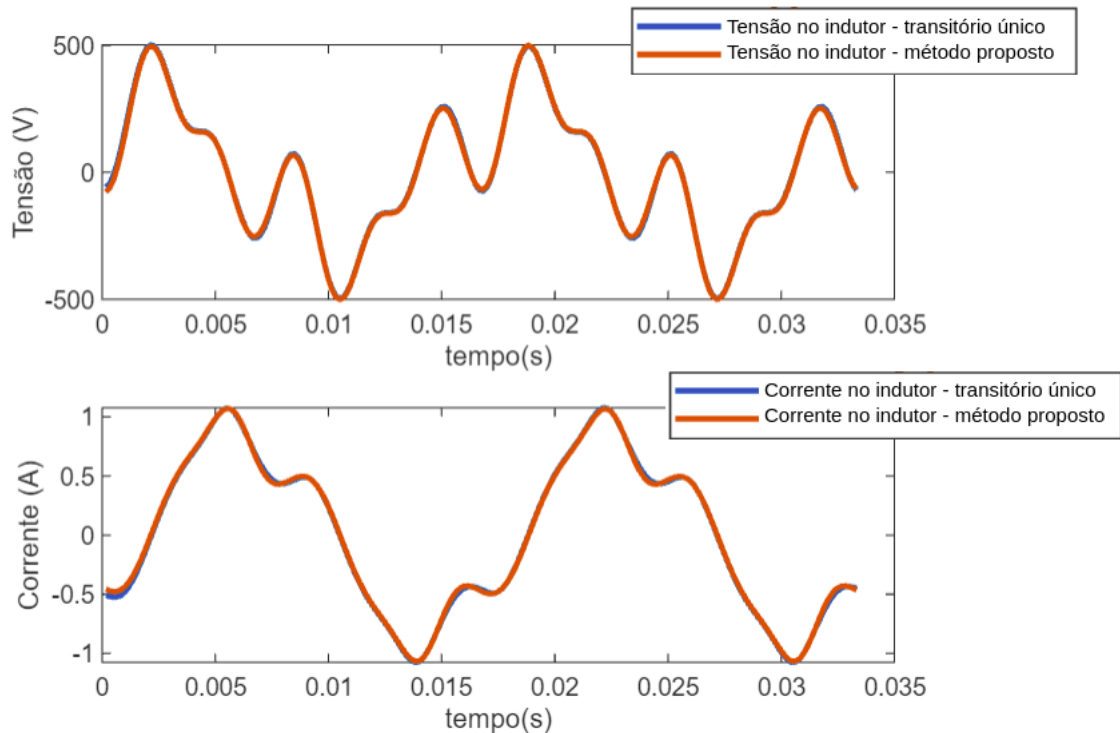
Posteriormente, adicionou-se também uma terceira fonte independente na quinta harmônica, também com amplitude igual a 150 V e deslocamento de fase de 180 graus, e fez-se a superposição das respostas de ambas as harmônicas, como mostrado na Figura 14.

Figura 14 – Corrente no indutor na presença do sinal fundamental e das fontes de terceira e quinta harmônica.



Fonte – A Autora (2021).

Figura 15 – Tensão e corrente no indutor para transitório único e para soma dos dois MT, com quinta harmônica de amplitude de 150 V.



Fonte – A Autora (2021).

Na Figura 15, observa-se que no instante zero há uma pequena diferença entre as condições iniciais, porém o efeito transitório é muito pequeno neste caso. Para casos práticos em que o efeito transitório é mais elevado, seriam ainda mais notáveis as vantagens do método proposto em relação à análise de transitório.

Através das Figuras 12 e 14, por meio da comparação entre os sinais mostrados, nota-se a distorção na forma de onda causada pela presença de cada harmônica adicionada.

Nas Figuras 13 e 15 as respostas completas obtidas pelos dois métodos diferentes não apresentam diferenças visíveis, sendo praticamente iguais. Assim, torna-se relevante comparar o esforço computacional de cada método. Uma vez que o método de transitório demanda a resolução de um novo sistema a cada iteração, durante toda a simulação, este torna-se muito mais dispendioso que o método proposto, em termos de processamento.

O aumento do número de harmônicas no sistema não altera o número de equações algébricas a serem resolvidas pelo MT, o que pode ser uma vantagem a outros métodos utilizados, como o EH. Contudo, o aumento do número de harmônicas demanda a diminuição do intervalo entre dois pontos consecutivos da simulação. Apesar desta diminuição acarretar no aumento da precisão do resultado, a complexidade da análise do MT cresce, pela necessidade da simulação do transitório de um período. Como as análises são discretizadas no tempo, a necessidade da simulação do circuito por completo, a cada

instante de tempo, aumenta o tempo de simulação.

4.2 Circuito de altas frequências

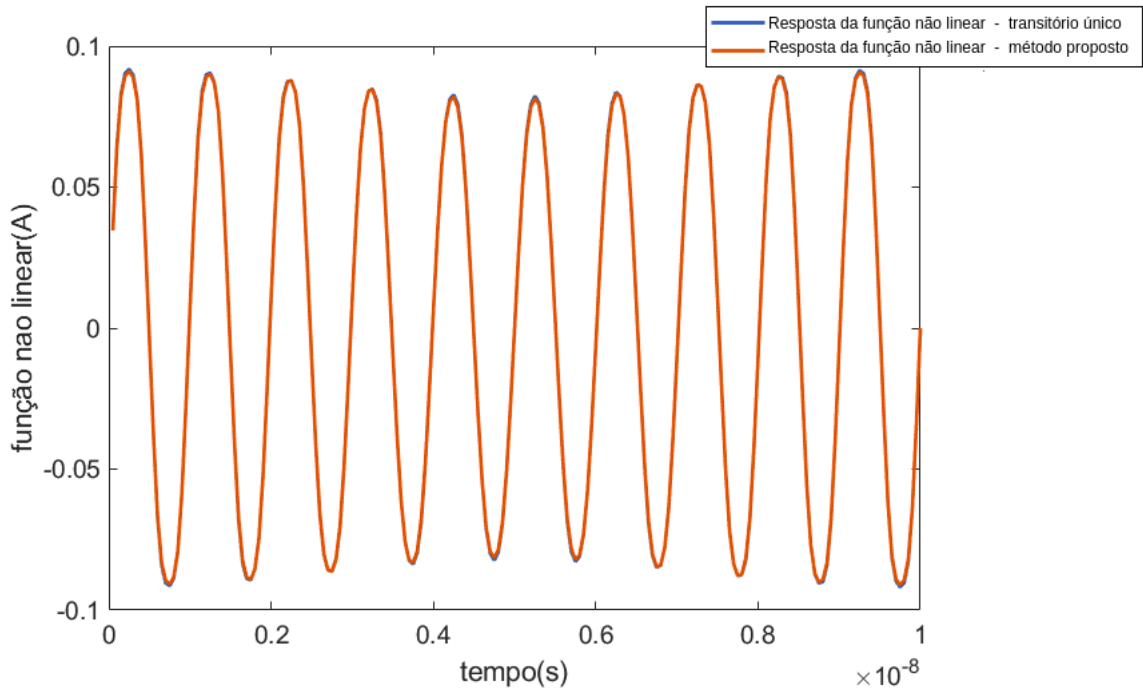
Variou-se a amplitude do segundo tom e analisou-se o comportamento da função não linear aos dois sinais de entrada aplicados. A solução do sistema também foi obtida através do MT em conjunto com uma simulação de transitório de um período da frequência fundamental.

Assim como no outro circuito, o sinal resultante também é uma superposição das soluções do circuito original estimulado apenas pelo tom em grandes sinais e do linearizado estimulado pelo tom em pequenos sinais. No circuito não linear só existe a presença de f_1 , assim, haverá componentes em $h \cdot f_1$, em que $h = 0, 1, 2, \dots, H$, sendo H a máxima harmônica considerada. Já no circuito linearizado haverá o ganho da fonte controlada com componentes em $h \cdot f_1$ e a tensão injetada pela fonte v_s , que passa a ter a frequência $1 \cdot f_2$. Ao multiplicar estes dois parâmetros, conforme apontado na equação 3.20, como ocorre um produto trigonométrico, há o surgimento de sinais em $\pm h \cdot f_1 \pm 1 \cdot f_2$, desconsiderando-se os resultados matematicamente negativos.

Logo, para $f_1 = 1$ GHz e $f_2 = 1,1$ GHz, a frequência fundamental é 0,1 GHz e os demais sinais são harmônicas múltiplas da fundamental. Assim, o período fundamental do MT do circuito linearizado é $t_f = 1 \cdot 10^{-8}$ s.

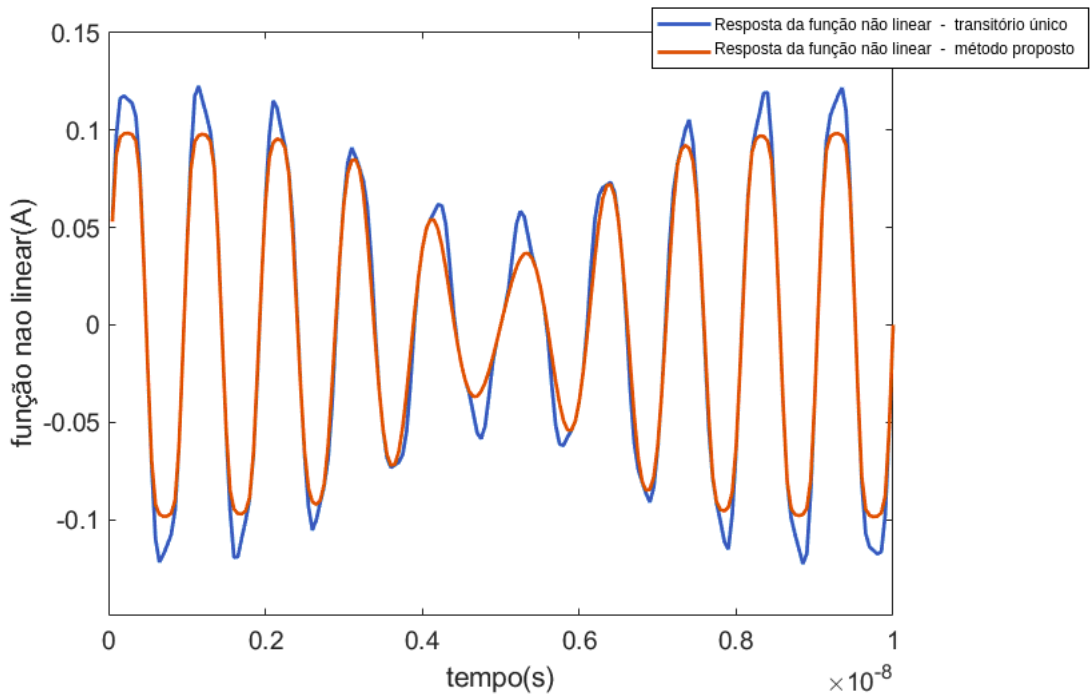
A Figura 16 se refere à aplicação de um sinal de amplitude de 0,2 V ao segundo tom, em seguida, foi aplicado um sinal com 1,2 V ao sinal do segundo tom, obtendo-se a Figura 17.

Figura 16 – Resposta da simulação para a amplitude do segundo tom igual a 0,2 V.



Fonte – A Autora (2021).

Figura 17 – Resposta da simulação para a amplitude do segundo tom igual a 1,2 V.



Fonte – A Autora (2021).

Na Figura 16, nota-se que a simulação de transitório e o método proposto apresentaram resultados praticamente idênticos, assim como apontado nas Figuras 13 e 15,

o que garante que a simulação é válida para esta amplitude aplicada ao segundo tom, entretanto, como pode ser visto na Figura 17, com a amplitude do segundo tom igual a 1,2 V, é notável que quanto maior a tensão aplicada ao segundo tom, pior a resposta do sinal. Assim, define-se que a análise é válida apenas para casos em que a amplitude do segundo tom é significativamente inferior ao primeiro tom.

Neste caso, ao invés da utilização de um algoritmo de simulação do tipo SPICE, poderia ser aplicado uma análise de EH com mapeamento artificial (MOURA; NATALINO; LIMA, 2019) ou QPSS (KUNDERT; WHITE; VINCENNELLI, 1989), como afirmado nos capítulos anteriores.

5 Conclusão

Uma vez que o propósito deste trabalho consiste na apresentação de um método de análise de circuitos dinâmicos não lineares, com estímulo fixo de grande sinal e fonte de pequenos sinais variável, como aqueles presentes em sistemas elétricos de potência ou para análise de distorção harmônica, assim como amplificadores de potência de RF, o MT apresentou resultados satisfatórios.

Deste modo, através da comparação desta abordagem com a simulação de transitório único, que possui o papel de uma simulação do tipo SPICE, conclui-se que o MT é um método aplicável para circuitos com esta topologia e, além disso, considerando-se todo o processo analítico, desde a modelagem matemática do circuito à simulação de circuitos, o MT é mais eficiente em termos computacionais que o método de transitório, sobretudo para uma inclusão serial de fontes em pequenos sinais no circuito.

Outro fato observado é que quando a tensão da fonte de pequenos sinais apresenta valores elevados de amplitude, a quantidade de distorções é aumentada. Além disso, pela divergência dos resultados da simulação do transitório único com a simulação do MT para grandes sinais, seja das harmônicas, ou do segundo tom, a linearização já não é mais válida.

Conclui-se que o MT demanda de cálculos com um menor número de incógnitas que outros métodos da literatura, porém a complexidade do sistema é aumentada por necessitar a simulação de um transitório de duração igual ao período do sinal completo, conforme crescem a quantidade de tons considerados (ARAUJO; MOURA; LIMA, 2020).

Assim outros estudos interessantes consistem na comparação entre o método aplicado e outros métodos de resolução destes problemas, como por exemplo, o método do EH, no domínio da frequência, apresentado em (NATALINO, 2019), como foi abordado em (NATALINO; ARAUJO; LIMA, 2020), e para o caso do circuito em RF, em (ARAUJO; MOURA; LIMA, 2020).

Referências

- ALIZADEH, M.; RONNOW, D. A two-tone test for characterizing nonlinear dynamic effects of radio frequency amplifiers in different amplitude regions. *Measurement*, v. 89, p. 273–279, 2016. ISSN 0263-2241. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S026322411630094X>>.
- ARAÚJO, M. A. C.; MOURA, D. M. S. de; LIMA, E. G. Time and frequency domain two-tone simulation based on periodic steady state linearization. In: *Microelectronics Students Forum 2020*. Campinas: Proceedings of Microelectronics Students Forum, 2020, 2020. p. 1–4.
- DANIEL, L. de O. Simulador de transitórios eletromagnéticos utilizando fasores dinâmicos para análise não-linear de redes elétricas com equipamentos facts. Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2018.
- DECKMANN, S. M.; POMILIO, J. A. Avaliação da qualidade da energia elétrica. distorção harmônica: causas, efeitos e soluções. Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação, Campinas, 2020.
- FAIFER, M.; LAURANO, C.; OTTOBONI, R.; PRIOLI, M.; TOSCANI, S.; ZANONI, M. Definition of simplified frequency-domain volterra models with quasi-sinusoidal input. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, v. 65, n. 5, p. 1652–1663, 2018.
- FITZPATRICK, D. Chapter 7 - transient analysis. In: FITZPATRICK, D. (Ed.). *Analog Design and Simulation Using OrCAD Capture and PSpice (Second Edition)*. Second edition. Newnes, 2018. p. 117–129. ISBN 978-0-08-102505-5. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780081025055000070>>.
- GALHARDO, M. A. B.; PINHO, J. T. *Conceitos De Distorção E Não-Linearidades*. [S.l.], 2003. Disponível em: <<https://www.R-project.org/>>.
- GHEORGHE, A. G.; CONSTANTINESCU, F.; NITESCU, M. Error control in circuit transient analysis. In: *2009 16th IEEE International Conference on Electronics, Circuits and Systems - (ICECS 2009)*. [S.l.]: IEEE, 2009. p. 207–210.
- HU, Y.; MAYARAM, K. Periodic steady-state analysis for coupled device and circuit simulation. In: IEEE. *2000 International Conference on Simulation Semiconductor Processes and Devices (Cat. No. 00TH8502)*. [S.l.], 2000. p. 90–93.
- KUNDERT, K.; WHITE, J.; VINCENELLI, A. A mixed frequency-time approach for distortion analysis of switching filter circuits. *Solid-State Circuits, IEEE Journal of*, v. 24, p. 443 – 451, 05 1989.
- MAAS, S. *Nonlinear microwave and RF circuits, Second Edition*. [S.l.]: Artech House Publishers, 2003.
- MATHWORKS. "fsolve". *Help Center*. c2021. Disponível em: <https://www.mathworks.com/help/optim/ug/fsolve.html>. Acesso em 02 de abr. de 2021.

MOURA, D. M.; NATALINO, C. G.; LIMA, E. G. Linearização de circuitos eletrônicos em torno de regime permanente a zero, um e dois tons. In: *Seminários de Microeletrônica do Paraná*. Curitiba: Anais do SeMicro-PR, 2019. p. 1–4.

NASTOV, O.; TELICHEVESKY, R.; KUNDERT, K.; WHITE, J. Fundamentals of fast simulation algorithms for rf circuits. *Proceedings of the IEEE*, IEEE, v. 95, n. 3, p. 600–621, 2007.

NATALINO, C. G. Uma abordagem de análise e simulação de circuitos não lineares dinâmicos presentes em sistemas elétricos de potência. Trabalho de Conclusão de Curso - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2019.

NATALINO, C. G.; ARAUJO, M. A. C.; LIMA, E. G. Time and frequency domain numerical analyses for electrical circuits under fixed large signal stimulus and variable small signal sources. In: *19º Simpósio Brasileiro de Micro-ondas e Optoeletrônica e o 14º Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo*. Niterói: Anais da MOMAG 2020, 2020. p. 649–653.

RODRIGUES, G. G. Identificação de sistemas dinâmicos não-lineares utilizando modelos narmax polinomiais: aplicação a sistemas reais. Universidade Federal de Minas Gerais, 1996.

SCHUARTZ, L.; SANTOS, E. L.; LEITE, B.; MARIANO, A. A.; LIMA, E. G. Envelope methods applied to simulation of power amplifiers with efficiency enhancement techniques. In: *33rd South Symposium on Microelectronics*. Curitiba: Proceedings of the 33rd South Symposium on Microelectronics, 2018. p. 33–36.

TELICHEVESKY, R.; KUNDERT, K. S.; WHITE, J. K. Efficient steady-state analysis based on matrix-free krylov-subspace methods. In: *32nd annual ACM/IEEE Design Automation Conference*. [S.l.]: Proceedings of the 32nd annual ACM/IEEE Design Automation Conference, 1995. p. 480–484.