
Exercícios

Carlos Marcelo Pedroso, Universidade Federal do Paraná

Lista de exercícios sobre ajuste de distribuições de probabilidade para disciplina EELT7029 do curso de Pós Graduação em Engenharia Elétrica da UFPR. Esta parte da disciplina é uma revisão de modelos de probabilidade, com a adição de ajuste de distribuições de probabilidade. Estes fundamentos serão necessários para compreender a sequência da disciplina.

1 Fundamentos

1.1 Distribuições 1

Considere uma variável aleatória contínua X que possui distribuição normal com média 4.0 e desvio padrão 10. Determine:

1. $P(X \leq 5)$.
2. $P(3 < X \leq 7)$.
3. $P(X > 9)$.

1.2 Distribuições 2

Considere um material radioativo que emite partículas com uma taxa descrita por uma distribuição de probabilidade exponencial, dada por $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$ onde $\lambda = 1$ e a probabilidade de uma partícula ser emitida dentro dos próximos l segundos seja dada por $P(T \leq l) = \lambda \int_0^l \lambda e^{-\lambda t} dt$. Encontre a probabilidade que uma partícula apareça:

1. no próximo segundo a partir da emissão anterior.
2. dentro dos próximos 3 segundos a partir da emissão anterior.
3. entre 3 a 4 segundos a partir da emissão anterior.
4. depois de 4 segundos a partir da emissão anterior.

1.3 Distribuições 3

Considere uma variável aleatória X com a densidade de probabilidade dada por $f(x) = Rx^{R-1}$ para $0 < x \leq 1$, onde $R > 0$ é um inteiro.

1. Determine $F(x)$ (apresente todo o desenvolvimento matemático).
2. Determine $E(x)$ (apresente todo o desenvolvimento matemático).
3. Determine $V(x)$ (apresente todo o desenvolvimento matemático).

2 Ajuste de distribuições

Nestes exercícios você deve esboçar os gráficos exploratórios, como histograma e distribuição acumulada, e comentar/discutir estes resultados no texto. Lembre-se que imprimir o gráfico não é o suficiente.

2.1 Ajuste 1 (nível fácil)

Realize o teste de aderência para os dados a seguir.

15.6	1.7	12.3	11.9	7.6	14.2	9.0	14.1	9.4	10.1
15.6	12.5	9.9	17.2	-3.0	10.8	13.5	2.2	16.5	7.1
11.8	4.8	7.5	10.4	14.1	9.7	14.0	13.2	12.4	8.0
16.2	11.2	13.1	9.4	12.5	10.0	11.1	9.7	14.1	17.6
8.5	11.5	10.2	3.5	9.4	8.4	3.4	9.7	8.8	6.8
18.4	5.7	5.9	15.8	12.4	7.1	5.5	12.3	1.5	4.7
13.1	10.2	7.5	1.3	14.7	13.9	11.0	11.0	14.3	9.4
8.3	19.9	3.0	6.7	9.4	12.5	18.3	19.1	7.5	13.6
15.9	10.0	14.8	15.0	21.2	14.9	17.8	6.9	2.0	15.7
14.3	13.9	3.1	-0.2	9.7	7.6	18.1	11.8	7.3	15.8

Você deve realizar a caracterização utilizando distribuições de probabilidade: (a) identificar a distribuição teórica que melhor se adapta a VA observada (use histograma, distribuição acumulada, esboce gráficos comparativos) e (b) realizar os testes de aderência de Chi-Quadrado e o QQPlot para confirmar sua hipótese.

2.2 Ajuste 2 (nível médio)

Considere a população das maiores cidades do Brasil, conforme os dados disponíveis em https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_largest_cities_in_Brazil (use a estimativa para 2016).

Procure por uma distribuição de probabilidade que melhor se ajusta aos dados, realize os testes de aderência de Chi-Quadrado e QQPlot para confirmar a sua hipótese.

3 Projete um experimento

Um dos resultados mais fascinantes da probabilidade é o teorema do limite central, que indica que uma variável aleatória composta por uma soma de outras variáveis aleatórias com qualquer distribuição é caracterizada por uma distribuição normal.

Invente um experimento para demonstrar o teorema do limites central para alunos do nível de graduação em Engenharia ou equivalente. Você deve apresentar a descrição do experimento e apresentar a resolução.