
Exercícios

Carlos Marcelo Pedroso, Universidade Federal do Paraná

Lista de exercícios sobre ajuste de distribuições de probabilidade para disciplina EELT7029 do curso de Pós Graduação em Engenharia Elétrica da UFPR. Esta parte da disciplina é uma revisão de modelos de probabilidade, com a adição de ajuste de distribuições de probabilidade. Estes fundamentos serão necessários para compreender a sequência da disciplina.

Utilize o software R para análise estatística, disponível em <https://cran.r-project.org/>. Você deve instalar os pacotes: *car* e *fitdistrplus*.

1 Fundamentos

1.1 Distribuições 1

Considere uma variável aleatória contínua X que possui distribuição exponencial com média 6,0. Determine:

1. $P(X \leq 5)$.
2. $P(3 < X \leq 7)$.
3. $P(X > 9)$.

1.2 Distribuições 2

Considere uma variável aleatória contínua X que possui distribuição normal com média 5,0 e desvio padrão 4,0. Determine:

1. $P(X \leq 3)$.
2. $P(3 < X \leq 6)$.
3. $P(X > 10)$.

1.3 Distribuições 3

Considere uma variável aleatória contínua X que possui distribuição de Pareto com $\alpha = 2,1$ e $\beta = 1,0$. Determine:

1. $E[X]$ e $V[X]$.
2. $P(X \leq 3)$.
3. $P(2 < X \leq 10)$.
4. $P(X > 8)$.

1.4 Distribuições 4

Considere uma variável aleatória X com a densidade de probabilidade dada por $f(x) = Rx^{R-1}$ para $0 < x \leq 1$, onde $R > 0$ é um inteiro.

1. Demonstre que esta função pode ser utilizada como uma distribuição de probabilidade.
2. Determine $F(x)$ (apresente todo o desenvolvimento matemático).
3. Determine $E(x)$ (apresente todo o desenvolvimento matemático).
4. Determine $V(x)$ (apresente todo o desenvolvimento matemático).

1.5 Distribuições 5

Suponha uma variável aleatória X que descreve o peso de um grupo de pessoas. Faça considerações sobre qual deve ser o comportamento da distribuição de probabilidade correspondente e escreva um gráfico com o esboço de $P(X = x)$.

2 Ajuste de distribuições

Nestes exercícios você deve esboçar os gráficos exploratórios, como histograma e distribuição acumulada, e comentar/discutir estes resultados no texto. Lembre-se que imprimir o gráfico não é o suficiente.

2.1 Ajuste 1 (nível fácil)

Realize o teste de aderência para os dados a seguir.

15.6	1.7	12.3	11.9	7.6	14.2	9.0	14.1	9.4	10.1
15.6	12.5	9.9	17.2	-3.0	10.8	13.5	2.2	16.5	7.1
11.8	4.8	7.5	10.4	14.1	9.7	14.0	13.2	12.4	8.0
16.2	11.2	13.1	9.4	12.5	10.0	11.1	9.7	14.1	17.6
8.5	11.5	10.2	3.5	9.4	8.4	3.4	9.7	8.8	6.8
18.4	5.7	5.9	15.8	12.4	7.1	5.5	12.3	1.5	4.7
13.1	10.2	7.5	1.3	14.7	13.9	11.0	11.0	14.3	9.4
8.3	19.9	3.0	6.7	9.4	12.5	18.3	19.1	7.5	13.6
15.9	10.0	14.8	15.0	21.2	14.9	17.8	6.9	2.0	15.7
14.3	13.9	3.1	-0.2	9.7	7.6	18.1	11.8	7.3	15.8

Você deve realizar a caracterização utilizando distribuições de probabilidade: (a) identificar a distribuição teórica que melhor se adapta a VA observada (use histograma, distribuição acumulada, esboce gráficos comparativos) e (b) realizar os testes de aderência de Chi-Quadrado e o QPlot para confirmar sua hipótese.

3 Ajuste 2 (nível fácil)

Considere o tamanho da asa de moscas, em milímetros, conforme descrito no artigo:

Sokal, R.R. and F.J. Rohlf, 1968. Biometry, Freeman Publishing Co., p 109. Original data from Sokal, R.R. and P.E. Hunter. 1955. A morphometric analysis of DDT-resistant and non-resistant housefly strains Ann. Entomol. Soc. Amer. 48: 499-507.

36	37	38	38	39	39	40	40	40	40	41	41	41	41
41	41	42	42	42	42	42	42	42	43	43	43	43	43
43	43	43	44	44	44	44	44	44	44	44	44	45	45
45	45	45	45	45	45	45	45	46	46	46	46	46	46
46	46	46	46	47	47	47	47	47	47	47	47	47	48
48	48	48	48	48	48	48	49	49	49	49	49	49	49
50	50	50	50	50	50	51	51	51	51	52	52	53	53
54	55												

Procure por uma distribuição de probabilidade que melhor se ajusta aos dados. Realize os testes de aderência de Chi-Quadrado e QQPlot para confirmar a sua hipótese. Faça considerações sobre a distribuição encontrada. Este era o resultado esperado? Porque?

4 Ajuste 3 (nível médio)

Considere o tamanho das reservas de petróleo disponíveis por país, conforme listado em <https://www.worldometers.info/oil/>

Procure por uma distribuição de probabilidade que melhor se ajusta aos dados. Realize os testes de aderência de Chi-Quadrado e QQPlot para confirmar a sua hipótese. Faça considerações sobre a distribuição encontrada.

5 Ajuste 4 (nível médio)

Considere a população de cada país, conforme listado em <https://www.worldometers.info/world-population/population-by-country/>

Procure por uma distribuição de probabilidade que melhor se ajusta aos dados. Realize os testes de aderência de Chi-Quadrado e QQPlot para confirmar a sua hipótese. Faça considerações sobre a distribuição encontrada.

6 Desafio

Acesse o repositório de *datasets* de sistemas *wireless* da Universidade de Dartmouth, disponível em <https://crawdad.org/> Escolha um dos data sets e realize a modelagem de uma variável amostrada utilizando distribuições de probabilidade. Explique qual a variável escolhida.