EELT7055 - T1

Carlos Marcelo Pedroso, Universidade Federal do Paraná

Trabalho 1 para disciplina EELT7055 do curso de Pós Graduação em Engenharia Elétrica da UFPR.

Dica. Você pode utilizar o software R para análise estatística, disponivel em https://cran.r-project.org/.

1 Fundamentos

Peso 30.

1.1 Questão 1

Considere uma variável aleatória contínua X que possui distribuição exponencial com média 3,0. Determine:

- 1. $P(X \le 3)$.
- 2. $P(3 < X \le 7)$.
- 3. P(X > 5).

1.2 Questão 2

Considere a seguinte distribuição de probabilidade:

$$P(X = x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2a}, & \text{se } 0 \le x \le 1\\ 0, & \text{caso contrario} \end{cases}$$

Determine:

- 1. valor de a
- 2. $P(X \le 0.3)$.
- 3. $P(0.3 < X \le 0.7)$.
- 4. P(X > 0.8).

1.3 Questão 3

Considere uma variável aleatória contínua que representa a temperatura de um sistema, com densidade de probabilidade dada por:

$$P(X = x) = \begin{cases} \frac{1}{18000}(x - 100)^2, & \text{se } 100 \le x < 130 \\ k, & \text{se } 130 \le x \le 150 \\ \frac{1}{8000}(x - 170)^2, & \text{se } 150 < x \le 170 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Determine:

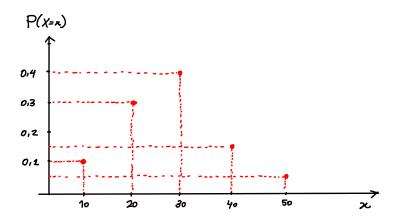
- 1. Determine o valor de k.
- 2. $P(120 < X \le 140)$.

2 Nível Médio

Peso 50.

2.1 Questão 1

Considere a variável aleatória discreta X com densidade de probabilidade dada por:



- 1. Determine o valor de E[X].
- 2. Determine o valor de V[X].

2.2 Questão 2

Gere 1000 valores simulados para uma variável aleatória X, onde cada valor de X deve ser gerado através de uma soma de 18 parcelas com a distribuição uniforme, com parametros mínimo e máximo variando entre 0 e 4.

 $\mathbf{Dica.}\ \mathrm{Voc} \hat{\mathrm{e}}\ \mathrm{pode}\ \mathrm{obter}\ \mathrm{os}\ \mathrm{valores}\ \mathrm{simulados}\ \mathrm{no}\ \mathrm{software}\ \mathrm{R}\ \mathrm{utilizando}\ \mathrm{os}\ \mathrm{seguintes}\ \mathrm{comandos};$

```
a<-runif(n=1000,min=0,max=2)
b<-runif(n=1000,min=1,max=3)
c<-runif(n=1000,min=2,max=4)
d<-runif(n=1000,min=0,max=2)
e<-runif(n=1000,min=1,max=3)
f<-runif(n=1000,min=2,max=4)
h<-runif(n=1000,min=0,max=2)</pre>
```

```
i<-runif(n=1000,min=1,max=3)
    j<-runif(n=1000,min=2,max=4)
    k<-runif(n=1000,min=0,max=2)
    l<-runif(n=1000,min=1,max=3)
    m<-runif(n=1000,min=2,max=4)
    n<-runif(n=1000,min=0,max=2)
    o<-runif(n=1000,min=1,max=3)
    p<-runif(n=1000,min=2,max=4)
    q<-runif(n=1000,min=0,max=2)
    r<-runif(n=1000,min=1,max=3)
    s<-runif(n=1000,min=2,max=4)
    x<-a+b+c+d+e+f+g+h+i+j+k+l+m+n+o+p+q+r+s</pre>
```

Determine qual a distribuição da variável aleatória X obtida.

2.3 Questão 3

Considere uma variável aleatória contínua que representa a temperatura de um sistema dada por:

$$P(X = x) = \begin{cases} \frac{1}{18000}(x - 100)^2, & \text{se } 100 \le x < 130 \\ k, & \text{se } 130 \le x \le 150 \\ \frac{1}{8000}(x - 170)^2, & \text{se } 150 < x \le 170 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

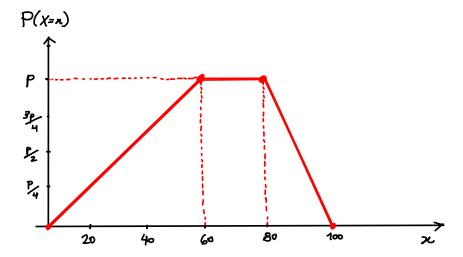
Esta é a mesma distribuição da seção anterior.

Determine:

- 1. $P(X \le x) = F(x)$ (apresente todo o desenvolvimento matemático). Esboce o gráfico de F(x).
- 2. E(X) (apresente todo o desenvolvimento matemático).
- 3. V(X) (apresente todo o desenvolvimento matemático).

2.4 Questão 4

Considere uma variável aleatória contínua que representa nota de uma turma de uma disciplina de cálculo, que possui a seguinte função de distribuição de probabilidade:



Determine:

- 1. Valor de p
- 2. $P(X \le x) = F(x)$ (apresente todo o desenvolvimento matemático). Esboce o gráfico de F(x).
- 3. E(X) (apresente todo o desenvolvimento matemático).
- 4. V(X) (apresente todo o desenvolvimento matemático).

2.5 Questão 5

Considere o tamanho da asa de moscas, em milímetros, conforme descrito por Sokal et al. [1]:

36	37	38	38	39	39	40	40	40	40	41	41	41	41
41	41	42	42	42	42	42	42	42	43	43	43	43	43
43	43	43	44	44	44	44	44	44	44	44	44	45	45
45	45	45	45	45	45	45	45	46	46	46	46	46	46
46	46	46	46	47	47	47	47	47	47	47	47	47	48
48	48	48	48	48	48	48	49	49	49	49	49	49	49
50	50	50	50	50	50	51	51	51	51	52	52	53	53
54	55												

Procure por uma distribuição de probabilidade que melhor se ajusta aos dados. Realize os testes de aderência de Chi-Quadrado e QQPlot para confirmar a sua hipótese.

3 Nível Difícil

Peso 20.

3.1 Questão 1

Considere o estudo realizado por Osinski et al. [2], que apresenta a idade estimada dos impactos de asteroides na terra, bem como os tamanhos estimados de crateras. Os autores disponibilizaram os dados publicamente em uma planilha. Para facilitar, já os dados de impactos e tamanhos de crateras estão compilados em https://www.eletrica.ufpr.br/pedroso/2025/EELT7055/impact.ods e https://www.eletrica.ufpr.br/pedroso/2025/EELT7055/crater.ods

Nestes exercícios você deve esboçar os gráficos exploratórios, como histograma e distribuição acumulada, e comentar/discutir estes resultados no texto. Lembre-se que imprimir o gráfico não é o suficiente.

Dica. Para fazer com o software R, você vai precisar instalar os seguintes pacotes: fitdistrplus, actuar, e car.

- Procure por uma distribuição de probabilidade que melhor se ajusta ao tamanho estimado de crateras. Realize os testes de aderência de Chi-Quadrado e QQPlot para confirmar a sua hipótese.
- 2. Procure por uma distribuição de probabilidade que melhor se ajusta ao intervalo de tempo entre impactos. Realize os testes de aderência de Chi-Quadrado e QQPlot para confirmar a sua hipótese.

Referências

[1] Sokal, R.R. and F.J. Rohlf, 1968. Biometry, Freeman Publishing Co., p 109. Original data from Sokal, R.R. and P.E. Hunter. 1955. A morphometric analysis of DDT-resistant and non-resistant housefly strains Ann. Entomol. Soc. Amer. 48: 499-507

- [2] Gordon R. Osinski, Richard A.F. Grieve, Ludovic Ferrière, Ania Losiak, Annemarie E. Pickersgill, Aaron J. Cavosie, Shannon M. Hibbard, Patrick J.A. Hill, Juan Jaimes Bermudez, Cassandra L. Marion, Jennifer D. Newman, Sarah L. Simpson. Impact Earth: A review of the terrestrial impact record. Earth-Science Reviews, Volume 232, 2022.
- [3] V. Ricci, Fitting Distributions with R, disponível em http://cran.r-project.org/doc/contrib/Ricci-distributions-en.pdf. 2005.