UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

Rodrigo Campos Serra Domingues

MODELAGEM COMPORTAMENTAL DE AMPLIFICADORES DE POTÊNCIA USANDO APROXIMAÇÕES POLINOMIAIS ORTOGONAIS

CURITIBA
2018

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

Rodrigo Campos Serra Domingues

MODELAGEM COMPORTAMENTAL DE AMPLIFICADORES DE POTÊNCIA USANDO APROXIMAÇÕES POLINOMIAIS ORTOGONAIS

Trabalho de conclusão de curso apresentado como requisito parcial para a obtenção do grau de Engenheiro Eletricista no curso de Graduação em Engenharia Elétrica, Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Ph.D. Eduardo Gonçalves de Lima.

CURITIBA
2018

TERMO DE APROVAÇÃO

RODRIGO CAMPOS SERRA DOMINGUES

MODELAGEM COMPORTAMENTAL DE AMPLIFICADORES DE POTÊNCIA USANDO APROXIMAÇÕES POLINOMIAIS ORTOGONAIS

Trabalho de conclusão de curso aprovado como requisito parcial para a obtenção de grau de Engenheiro Eletricista no curso de graduação em Engenharia Elétrica, Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:

____

Prof. Ph.D. Eduardo Gonçalves de Lima
Orientador – Departamento de Engenharia Elétrica

____

Prof. Dr. Oscar, da Costa Gouveia Filho
Departamento de Engenharia Elétrica

____

Prof. Ph.D. Bernardo Rego Barros, de Almeida Leite
Departamento de Engenharia Elétrica

Agradecimentos

Aos meus pais, parentes e amigos que me deram apoio durante a minha formação como engenheiro eletricista.

Ao meu orientador Prof. Ph.D. Eduardo Gonçalves de Lima pelo apoio, dedicação e paciência que me possibilitou chegar até aqui.

Resumo

Este trabalho tem como tema a modelagem comportamental de amplificadores de potência de rádio frequência usando redes neurais de ligação funcional usando aproximações polinomiais ortogonais e tem como objetivo a implementação de uma rede neural, utilizando uma expansão em polinômios ortogonais do sinal de entrada de um amplificador de potência usando os polinômios de *Chebyshev,* de *Legendre* e de *Laguerre*, para obter um modelo comportamental que forneça uma resposta a mais próxima possível da resposta real do amplificador. O material a ser utilizado para o desenvolvimento do trabalho consiste em dados reais de entrada e saída de um amplificador e na utilização do *software* de licença livre Octave para a implementação do *script* usado para a rede neural. Para a metodologia implementada foi primeiramente feita uma análise teórica da rede neural a ser implementada, a qual é a rede neural de ligação funcional (*FLNN* na sigla em inglês), a qual tem a vantagem de ser linear nos coeficientes, na sequência foi feito o treinamento (inserção de dados) desta rede e a comparação dos resultados obtidos com os valores de entrada e saída medidos no amplificador em relação aos valores de referência utilizados. Foi percebido que a medida que o número de coeficientes dos polinômios aumentava, maior era a precisão do resultado e o polinômio de *Chebyshev* apresentou o menor erro, seguido, respectivamente, pelos polinômios de *Legendre* e de *Laguerre*. Com base nos resultados, o modelo comportamental obtido utilizando os polinômios de *Chebyshev* apresentou melhores resultados, teve o menor erro e foi o mais leve computacionalmente, enquanto o modelo obtido utilizando os polinômios de *Legendre* obteve resultados mais próximos ao modelo com polinômios de *Chebyshev* e o modelo obtido utilizando os polinômios de *Laguerre* foi o mais pesado computacionalmente.

Palavras-chave – polinômios ortogonais, rede neural de ligação funcional, modelagem comportamental

Abstract

This work has as its theme the behavioral modeling of radio frequency power amplifiers using functional link neural networks using orthogonal polynomial approximations and aims at the implementation of a neural network using an orthogonal expansion of the input signal of a power amplifier using the Chebyshev, Legendre, and Laguerre polynomials to obtain a behavioral model that provides a response as close as possible to the actual amplifier response. The material to be used for the development of the work consists of the actual input and output data of an amplifier and the use of the Octave free license software for the implementation of the script used for the neural network. For the methodology implemented, a theoretical analysis of the neural network to be implemented, which is the functional link neural network (FLNN), has the advantage of being linear in the coefficients, in the sequence the training (data insertion) of this network and comparing the results obtained with the input and output values measured in the amplifier in relation to the reference values used. It was noticed that as the number of coefficients of the polynomials increased, the accuracy of the result was greater and Chebyshev's polynomial presented the smallest error, followed, respectively, by the Legendre and Laguerre polynomials. Based on the results, the behavioral model obtained using the Chebyshev polynomials presented better results, had the smallest error and was the lightest computationally, while the model obtained using the Legendre polynomials obtained results closer to the model with polynomials of Chebyshev and the model obtained using the Laguerre polynomials was the heaviest computationally.

Keywords - orthogonal polynomials, functional link neural network, behavioral modeling

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Lista de Siglas

NMSE – Normalized Mean Square Error (Erro Quadrático Médio Normaliszado).

FLNN – Functional Link Neural Network (Rede Neural de Ligação Funcional).

RNA – Rede Neural Artificial.

PA – Amplificador de Potência.

MMQ –Metodo dos Minimos Quadrados.

dB – Decibel.

3GPP - 3th Generation Partnership Project.

WCDMA – acesso múltiplo por divisão de código em sequência direta FSQ.

VSA – Analizadorvetorial de sinais(Vector SignalAnalyzer).

MATLAB – Matrix laboratory..

Sumário

1 introdução

1.1 Motivação

Devido ao crescente número de dispositivos conectados à internet e ao crescente número de dados transferidos nos últimos tempos, surge uma questão muito importante, a eficiência energética para sistemas de comunicação wireless (F. H. Raab, P. Asbeck, S. Cripps, P. B. Kenington, Z. B. Popovic, N. Pothecary, J. F. Sevic, and N. O. Sokal, Mar. 2002). Do ponto de vista dos aparelhos de comunicação sem fio, a eficiência energética representa uma maior duração de suas baterias, já do ponto de vista das estações de rádio base, isto representa um menor custo com a dissipação de energia.

Porém, quando se fala de um aumento da eficiência de transmissores com amplificadores a base de transistores de estado sólido, surge um grave problema com a linearidade (S. Cripps, 2006), ou seja, quanto maior o aumento da eficiência do dispositivo menor é a sua linearidade.

Portanto, é feita a seguinte questão: Como aumentar a eficiência sem perder a linearidade? Uma solução para se resolver este problema é adicionar em cascata um bloco que contenha um modelo matemático inverso do modelo do amplificador, mas para isso é necessário, primeiramente, se obter tal modelo com baixa complexidade e alta precisão.

É nesse ponto onde as redes neurais podem ser úteis. Ao se fazer a expansão em polinômios ortogonais da saída do amplificador, pode se usar uma rede neural para estudar e obter um modelo matemático inverso do modelo do amplificador. Na dissertação de mestrado de Silva (2014) no qual este trabalho é baseado, foi utilizada uma FLNN (Functional Link Neural Network) com polinômios de Chebyshev (T. T. Lee e J. T. Jeng,1998). Esta rede neural tem a vantagem de ser linear nos seus parâmetros, o que facilita na modelagem comportamental usando uma abordagem caixa preta pura.

1.2 Objetivo Geral

Este trabalho tem como objetivo o estudo de diferentes abordagens baseadas em redes neurais do tipo FLNN para a modelagem de amplificadores de potência. Será feita uma análise comparativa entre os resultados obtidos utilizando-se polinômios ortogonais de Legendre e Laguerre no lugar dos polinômios de Chebyshev, estes últimos utilizados na implementação do trabalho original proposto por Silva (2014) em sua dissertação de mestrado.

2. Fundamentação Teórica

Neste capítulo seraõ abordados conceitos teóricos importantes para o desenvolvimento do trabalho.

2.1 Amplificador de Potência

Amplificadores são dispositivos que apresentam uma relação de ganho linear, dentro da faixa de operação do dispositivo, entre a entrada e a saída, tendo como fim um nível na saída maior do que o nível de entrada e qualquer modificação na onda de saída pode ser considerada como uma distorção do sinal. Essa relação pode ser expressa como:

$$G = \frac{V_o}{V_i} \tag{1}$$

sendo V_o a tensão do sinal de saída e V_i a tensão do sinal de entrada.

Porém, pela lei da conservação de energia, o sinal de saída não pode ter uma potência maior do que o sinal de entrada. Portanto, para que se possa amplificar o sinal, adiciona-se uma fonte de alimentação externa, que irá prover a potência requerida para o sinal de saída amplificado. Logo, pode-se dizer que um amplificador é um dispositivo que adiciona à potência do sinal de entrada a potência de uma fonte de alimentação do amplificador, como mostra a Figura 1. Esta relação pode ser definida pela seguinte expressão:

$$P_o = P_i + P_{Al} \tag{2}$$

Onde P_o é a potência do sinal de saída,P_i é a potência do sinal de entrada e P_{Al} é a potência da fonte de alimentação. No entanto, esta expressão só é possível na teoria. Na prática deve-se levar em consideração a potência dissipada pelo dispositivo, ou seja, deve-se corrigir a equação 2 para:

$$P_o + P_{Diss} = P_i + P_{Al} \tag{3}$$

Como a equação 3 já indica, uma parte da potência é dissipada pelo dispositivo, o que leva a analisar um dos parâmetros mais importantes para a eficiência energética, a eficiência do dispositivo. No caso de amplificadores, a eficiência é determinada pela relação entre a potência do sinal de saída e a potência da alimentação do amplificador (C. S. João,2014), como na expressão a seguir:

$$\eta = \frac{P_o}{P_{Al}} \tag{4}$$

Ou alternativamente, para o caso de amplificadores com ganho de amplificação pequeno, a ponto de que uma parte significativa da potência do sinal de saída é a própria potência do sinal de entrada, define-se:

$$PAE = \frac{P_o - P_i}{P_{AL}} \tag{5}$$

Onde PAE é a eficiência de potência adicionada (C. S. João, 2014).

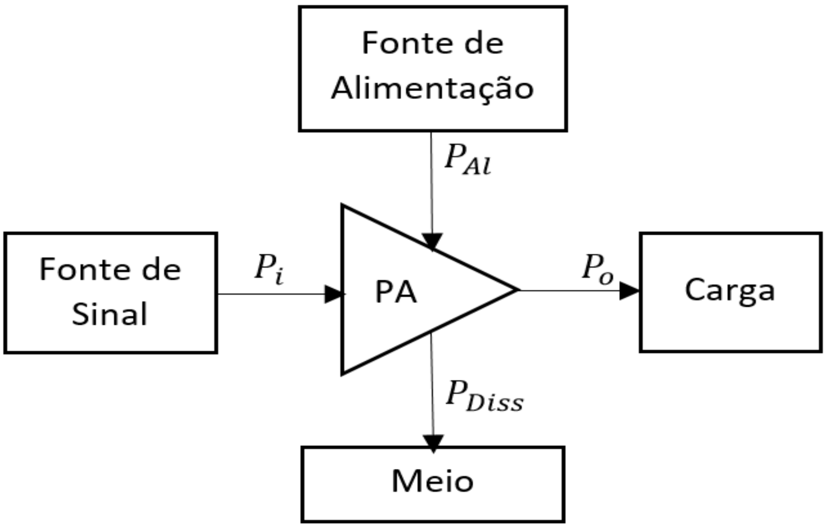

Figura 1 - Balanceamento de potências de um amplificador. Fonte: O Autor (2018).

2.2 Compromisso entre Linearidade e Eficiência

Para que um sistema seja linear, este deve obedecer ao princípio da superposição, ou seja, para uma função característica *F*[.] que associa uma saída *y(t)* com uma entrada *x(t)* da seguinte maneira :

$$y(t) = F[x(t)] \tag{6}$$

deve existir uma saída de tal modo que:

$$x(t) = c_1 x_1(t) + c_2 x_2(t) \tag{7}$$

$$y(t) = c_1 y_1(t) + c_2 y_2(t) \tag{8}$$

No caso de amplificadores de potência, no entanto, percebe-se que a medida que é aumentada a potência de entrada, o ganho do amplificador tende a chegar a um valor de saturação, como mostra a Figura 2. Essa saturação do amplificador limita as aplicações do amplificador para sinais de alguns níveis, para fins de linearidade. Entretanto, como mostra a Figura 2, para amplificadores baseados em transistores de estado sólido, um menor nível de sinal representa uma maior dissipação no amplificador reduzindo assim a sua eficiência.

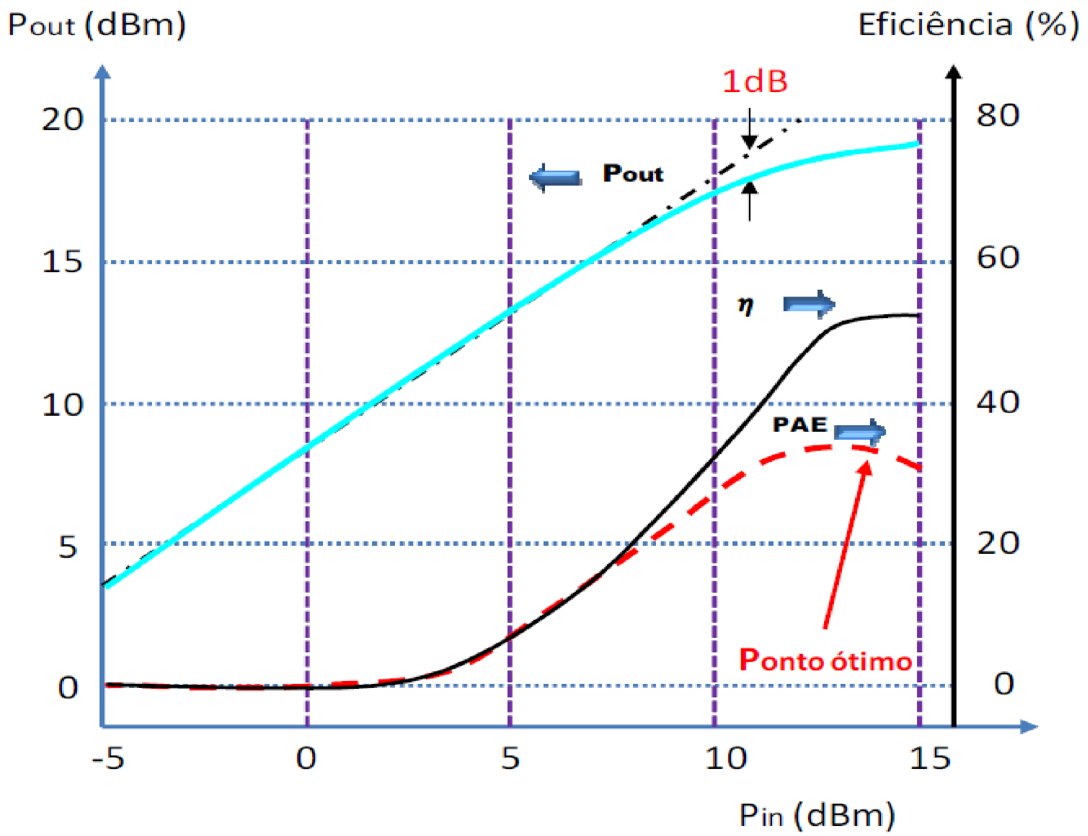

Figura 2 - Curva típica de rendimento e ganho de potência de um amplificador de potência para rádio frequência. Fonte: C. S. João (2014).

A legislação brasileira impõe rigorosas exigências de linearidade, para que não seja feita a distorção do sinal e portanto apareça produtos de intermodulação, que interferem em canais adjacentes, prejudicando o serviço de outros usuários. Então, para se ter uma maior eficiência sem prejudicar a linearidade, é considerado passar o amplificador por um processo de linearização (P. B. Kenington, 2000).

Essa linearização, requer um modelo computacional de alta precisão e baixa complexidade computacional do amplificador. Estes modelos podem ser classificados como: modelo físico, modelo de circuitos equivalentes e modelo comportamental.

Os modelos físicos são os de maior precisão, mas também são os de maior complexidade, pois requerem conhecimento dos materiais internos ao amplificador e suas regras teóricas, envolvem o uso de equações diferenciais parciais e relacionam os campos eletromagnéticos ao longo do amplificador.

Os modelos de circuitos equivalentes são bastante precisos e menos complexos, envolvem o uso de equações diferenciais ordinárias e relacionam as tensões e correntes dentro do circuito do amplificador. Porém, requer uma descrição detalhada do circuito do amplificador o que causa um alto custo computacional.

Os modelos comportamentais requerem pouco ou nenhum conhecimento prévio da estrutura interna do amplificador, apenas os dados de entrada e saída que com base nestes criam-se equações matemáticas para descrever o comportamento do amplificador. No entanto, a precisão destes modelos depende muito da estrutura adotada. Estes modelos são os preferidos para quando não se tem nenhuma informação do amplificador.

A Figura 3 mostra o esquema para se obter o modelo do amplificador. Como o objetivo é ter a maior precisão possível, então a saída do modelo obtido (O_m) deve ser a mais próxima possível da saída do amplificador (O_{Am}) e, portanto, o erro ($E = O_{Am} - O_m$) dever ser o menor possível.

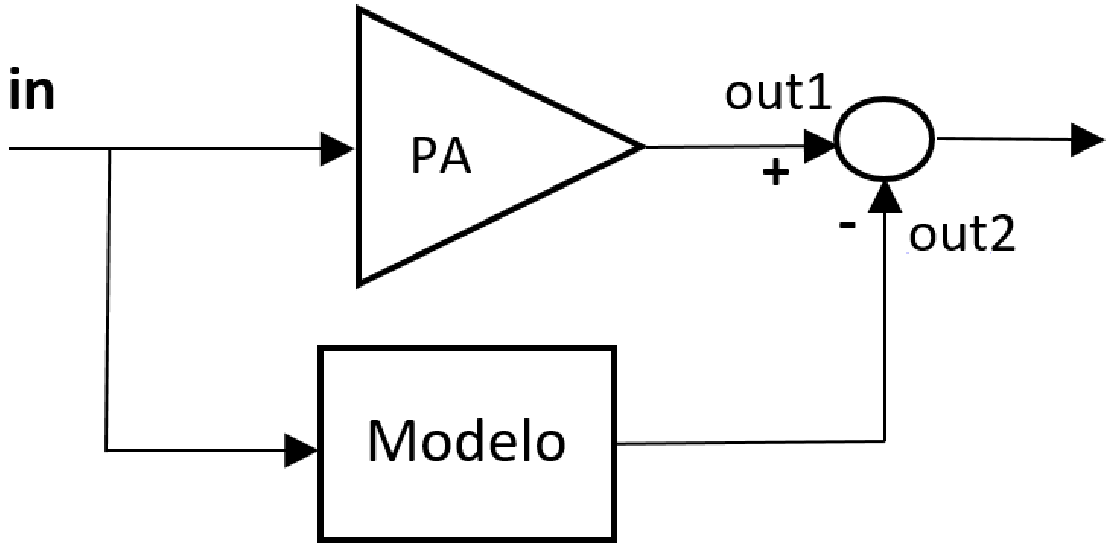

Figura 3 - Diagrama para modelagem do amplificador. Fonte: O Autor (2018).

2.3 Polinômios Ortogonais

Os polinômios ortogonais são uma categoria de polinômios que tem a propriedade de ortogonalidade entre si e apresentam várias aplicações, uma delas é descrita em (M. Li, J. Liu, Y. Jiang, and W. Feng, 2012).

Neste trabalho serão utilizados três categorias de polinômios ortogonais: os polinômios de Chebyshev, os polinômios de Legendre e os polinômios de Laguerre.

Para os polinômios de Chebyshev, os dois primeiros termos são $T_0(x) = 1$ e $T_1(x) = x$ e podem ser encontrados usando a seguinte equação de recorrência:

$$T_{q+1}(x) = (2q)xT_q(x) - T_{q-1}(x) \tag{9}$$

Os primeiros polinômios de Chebyshev até a 5ª ordem são mostrados na tabela 1.

Tabela 1 - Polinômios de Chebyshev até a 5ª ordem.

T_0	1
T_1	x
T_2	$2x^2 - 1$
T_3	$4x^3 - 3x$
T_4	$8x^4 - 8x^2 + 1$
T_5	$16x^5 - 20x^3 + 5x$

Para os polinômios de Legendre, os dois primeiros termos são $T_0(x) = 1$ e $T_1(x) = x$, assim como nos polinômios de Chebyshev, e os polinômios de ordem superior podem ser encontrados usando a seguinte equação recursiva:

$$(q+1)T_{q+1}(x) = (2q+1)xT_q(x) - qT_{q-1}(x) \tag{10}$$

Os primeiros polinômios de Legendre, até a 5ª ordem, são mostrados na tabela 2.

Tabela 2 - Polinômios de Legendre até a 5ª ordem.

T_0	1
T_1	x
T_2	$\frac{1}{2}(3x^2 - 1)$
T_3	$\frac{1}{2}(5x^3 - 3x)$
T_4	$\frac{1}{8}(35x^4 - 30x^2 + 3)$

T_5	$\frac{1}{8}(63x^5 - 70x^3 + 15x)$

Para os polinômios de Laguerre, os dois primeiros termos são $T_0(x) = 1$ e $T_1(x) = 1 - x$ e os polinômios de ordem superior podem ser encontrados usando a equação recursiva abaixo. A tabela 3 mostra os polinômios de Laguerre até a 5ª ordem

$$T_{q+1}(x) = \frac{(2q + 1 - x)T_q(x) - qT_{q-1}(x)}{q + 1} \qquad (11)$$

Tabela 3 - Polinômios de Laguerre até a 5ª ordem.

T_0	1
T_1	$1 - x$
T_2	$0{,}5(x^2 - 4x + 2)$
T_3	$\frac{1}{6}(-x^3 + 9x^2 - 18x + 6)$
T_4	$\frac{1}{24}(x^4 - 16x^3 + 72x^2 - 96x + 24)$
T_5	$\frac{1}{120}(-x^5 + 25x^4 - 200x^3 + 600x^2 - 600x + 120)$

2.4 Redes Neurais

Redes Neurais Artificiais (RNA's) são modelos computacionais caracterizados pela sua capacidade de aprendizado, versatilidade e eficiência computacional. São bastante utilizadas em aplicações que requerem aprendizado de máquina e reconhecimento de padrões e permitem aproximar de maneira bastante precisa o modelo comportamental de sistemas dinâmicos como o amplificador de potência (J. C. Pedro and N. B. Carvalho, 2003).

Essas redes são baseadas no conceito de neurônios artificiais, mostrados na Figura 4, que são modelos matemáticos não lineares que mapeiam m entradas (x_m), as ponderam através de uma função de ponderação (w_m) e tem como saída y_k de acordo com:

$$y_k = \varphi(b_k + \sum_{1}^{m}(w_m x_m)) \quad (12)$$

Considerando $x_0 = 1$, então a equação 12 vira:

$$y_k = \varphi(\sum_{0}^{m}(w_m x_m)) \quad (13)$$

Sendo, então, $b = p_0 x_0$ e $\varphi(.)$ a função de transferência do k-ésimo neurônio.

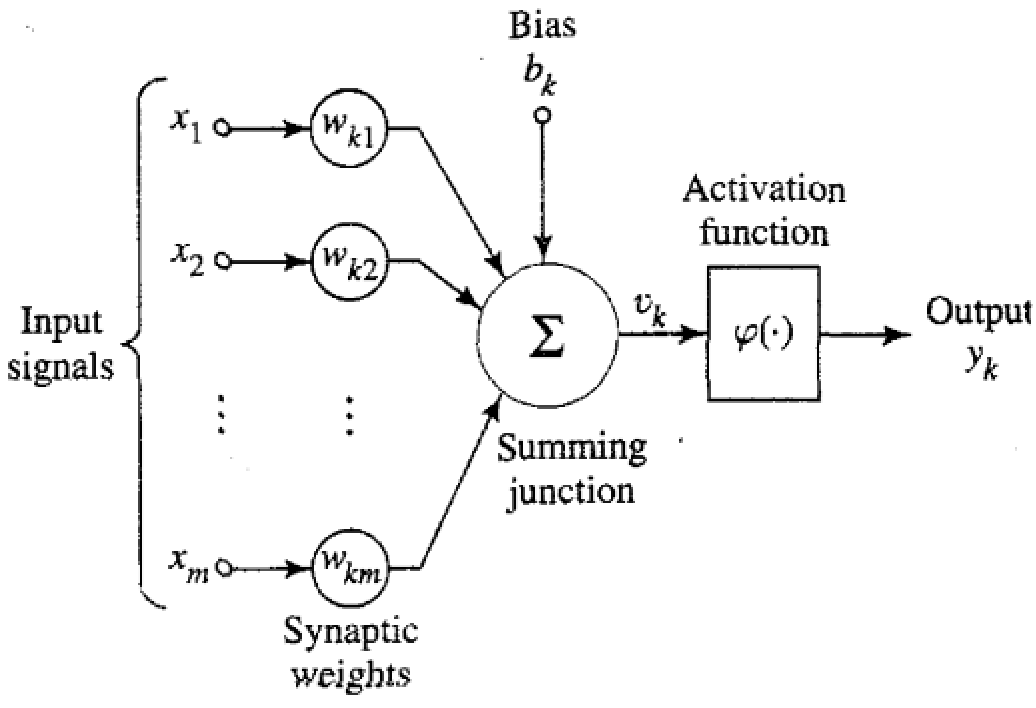

Figura 4 - Modelo de um neurônio artificial não linear. Fonte: Haykin, S. (1999)

Usualmente, neurônios artificiais são colocados em camadas formando assim as RNA's, como mostrado na Figura 5.

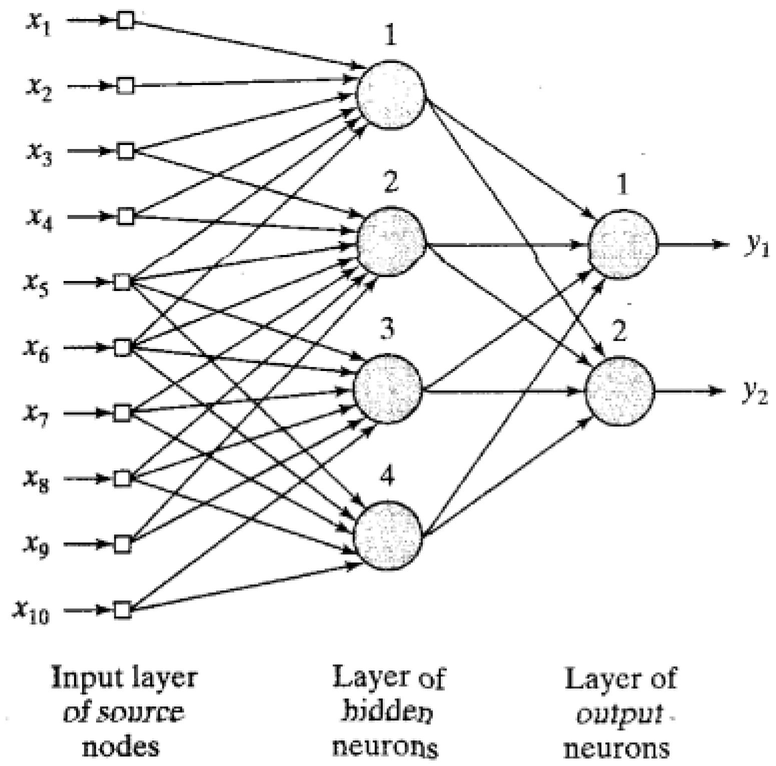

Figura 5 - Modelo de uma rede neural. Fonte: Haykin, S. (1999)

2.5 Rede Neural de Ligação Funcional (FLNN)

Neste trabalho foi utilizada a FLNN. Originalmente proposta por Pao, esta rede tem sido aplicada com sucesso em diversas aplicações como: identificação de sistemas, equalização de canais, reconhecimento de padrões e Estruturas para modelar PARF's.

Esta rede tem a vantagem de ser linear nos seus coeficientes e liga diretamente a entrada com a saída sem a necessidade de camadas escondidas, como mostrado na Figura 6.

Recebe uma quantidade de entradas *E*, as quais são submetidas a um bloco de expansão funcional em um conjunto de sinais *Q*, sendo *Q* maior do que *E*. Estes são então linearmente combinados e depois transformados por uma função de ativação *g(.)*, que gera uma quantidade *S* de sinais de saída. A expansão funcional é normalmente feita através de polinômios ortogonais e no trabalho de dissertação de Silva foram utilizados polinômios de Chebyshev [4].

Porém para casos com E > 1, ou seja, para polinômios de Chebyshev multidimensionais, surgem maiores contribuições como mostrado na tabela 4 para os casos de $E = 2$ e $E = 3$.

Tabela 4 - Contribuições para $E = 2$ e $E = 3$ retirado de [3].

$E = 2$	$E = 3$
$T_2(x_1)$	$T_2(x_1)$
$T_2(x_2)$	$T_2(x_2)$
$T_1(x_1)T_1(x_2)$	$T_2(x_3)$
	$T_1(x_1)T_1(x_2)$
	$T_1(x_1)T_1(x_3)$
	$T_1(x_2)T_1(x_3)$

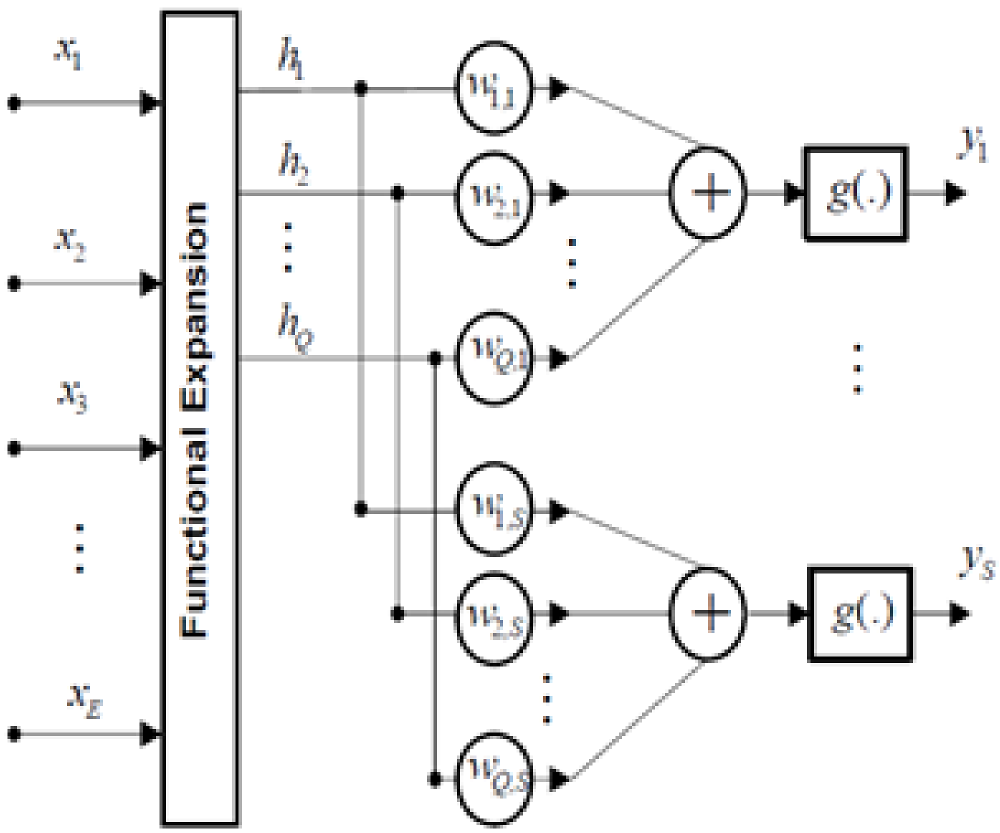

Figura 6 -Diagrama de blocos da FLNN. Fonte C. S. João (2014).

Sendo assim, de acordo Lee e Jeng (1998) e explorando a simetria sem qualquer perda de generalidade, a relação da m-ésima saída y_m do sistema representado pela Figura 6, está relacionado com as E entradas pela seguinte equação:

$$y_m = W^T T$$

$$= w_m(0) + \sum_{p=1}^{P} \sum_{r=1}^{P} \sum_{q_1}^{p} \cdots \sum_{q_r = q_{r-1}+1}^{P} \sum_{l_1}^{f_1} \cdots \sum_{l_r=1}^{f_r}$$

$$\sum_{e_1=1}^{E} \sum_{e_{l_1}=e_{l_1-1}+1}^{E} \cdots \sum_{e_{\left[\sum_{j=1}^{r-1} l_j\right]}}^{E} \sum_{e_{\sum_{i=1}^{r} l_i}=e_{\left[\sum_{i=1}^{r} l_i\right]-1}+1}^{E} \tag{14}$$

$$w_m\big(p, r, q_1, \dots, q_r, l_1, \dots, l_r, e_1, \dots, e_{l_1+\cdots+l_r}\big) \prod_{q_1}^{q_r} \prod_{j=1+\sum_{i=1}^{r-1} l_i}^{\sum_{i=1}^{r} l_i} T_q\left(x_{e_j}\right)$$

$$se \begin{cases} p = \sum_{i=1}^{r} l_i q_i \\ e_1 \neq e_2 \neq \cdots \neq e_{l_1+l_2+\cdots+l_r} \end{cases}$$

onde w_m são os coeficientes da FLNN a se determinar e T_q são os polinômios de Chebyshev de q-ésima ordem, *P* é o truncamento na ordem do polinômio e f é obtido por:

$$f_r = floor\left[\frac{p - \sum_{i=1}^{r-1} l_i q_i}{q_r}\right] \tag{15}$$

2.5 Treinamento da FLNN

O treinamento da FLNN consiste em encontrar um conjunto de coeficientes w_m que minimizem o erro entre os valores medidos de saída do PA com os valores calculados para FLNN. Como a FLNN é linear nos seus parâmetros, o método utilizado para encontrar este conjunto de coeficientes será o método dos mínimos quadrados (MMQ), que basicamente requer a solução de um problema algébrico do tipo $TW = Y$ onde Y é o vetor com os valores de saída do PA, W é a matriz dos coeficientes a serem encontrados e T

é a matriz contendo os dados de entrada e suas dimensões vão depender do tamanho do vetor contendo os valores medidos da entrada do PA, a ordem polinomial e do número de entradas, sendo que o número de entradas será dependente da duração da memória, ou seja, quanto maior a duração da memória maior será o número de entradas. A figura 7 mostra o diagrama de blocos para o treinamento da FLNN

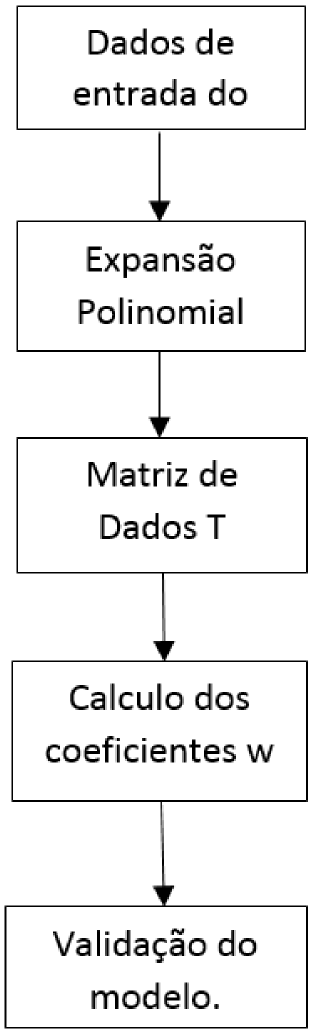

Figura 7- Diagrama de blocos do treinamento da FLNN. Fonte: O Autor (2018).

2.6 Modelo Proposto

O modelo proposto por Silva (2014) e que foi utilizado neste trabalho é um modelo que leva em consideração apenas mudanças na arquitetura da FLNN e é obtida aplicando a mesma técnica de conjugação e a única mudança necessária é a retirada de constantes dos polinômios ortogonais.

As Tabelas de 5 a 7 mostram os termos para a modelagem após a aplicação da conjugação adequada e após a remoção das constantes para os casos dos polinômios de Chebyshev, Legendre e Laguerre considerando 3 entradas e uma ordem polinomial de 3.

Tabela 5 - Exemplo para polinômio de Chebyshev com E=3 e P igual a 3.

Regressor	Após Conjugação aplicada	Após Remoção das Constantes
$T0$	1	0
$T1(X1)$	$X1$	$X1$
$T1(X2)$	$X2$	$X2$
$\mathrm{T1(X3)}$	$X3$	$X3$
$T1(X1)T1(X2)$	$\|X1\|X2$	$\|X1\|X2$
	$X1\|X2\|$	$X1\|X2\|$
$T1(X1)T1(X3)$	$\|X1\|X3$	$\|X1\|X3$
	$X1\|X3\|$	$X1\|X3\|$
$T1(X2)T1(X3)$	$\|X3\|X2$	$\|X3\|X2$
	$X3\|X2\|$	$X3\|X2\|$
$T2(X1)$	$2\|\mathrm{X1}\|\mathrm{X1}$	$2\|\mathrm{X1}\|\mathrm{X1}$
$T2(X2)$	$2\|X2\|X2$	$2\|X2\|X2$
$T2(X3)$	$2\|X3\|X3$	$2\|X3\|X3$
$T3(X1)$	$4(X1)(\|X1\|)(\|X1\|) - 3(X1)$	$4(X1)(\|X1\|)(\|X1\|) - 3(X1)$
$T3(X2)$	$4(X2)(\|X2\|)(\|x\ 2\|) - 3(X2)$	$4(X2)(\|X2\|)(\|x\ 2\|) - 3(X2)$
$T3(X3)$	$4(X3)(\|X3\|)(\|X3\|) - 3(X3)$	$4(X3)(\|X3\|)(\|X3\|) - 3(X3)$
$T1(X1)T2(X2)$	$(X1)(2(\|X2\|)(\|X2\|) - 1)$	$(X1)(2(\|X2\|)(\|X2\|))$
	$(\|X1\|)(2(\|X2\|)(X2) - 1)$	$(\|X1\|)(2(\|X2\|)(X2))$
$T1(X1)T2(X3)$	$(X1)(2(\|X3\|)(\|X3\|) - 1)$	$(X1)(2(\|X3\|)(\|X3\|))$
	$(\|X1\|)(2(\|X3\|)(X3) - 1)$	$(\|X1\|)(2(\|X3\|)(X3))$

$T1(X2)T2(X1)$	$(X2)(2(\|X3\|)(\|X3\|)-1)$	$(X2)(2(\|X3\|)(\|X3\|))$
	$(\|X2\|)(2(\|X3\|)(X3)-1)$	$(\|X2\|)(2(\|X3\|)(X3))$
$T1(X2)T2(X3)$	$(X2)(2(\|X1\|)(\|X1\|)-1)$	$(X2)(2(\|X1\|)(\|X1\|))$
	$(\|X2\|)(2(\|X1\|)(X1)-1)$	$(\|X2\|)(2(\|X1\|)(X1))$
$T1(X3)T2(X1)$	$(X3)(2(\|X1\|)(\|X1\|)-1)$	$(X3)(2(\|X1\|)(\|X1\|))$
	$(\|X3\|)(2(\|X1\|)(X1)-1)$	$(\|X3\|)(2(\|X1\|)(X1))$
$T1(X3)T2(X2)$	$(X3)(2(\|X2\|)(\|X2\|)-1)$	$(X3)(2(\|X2\|)(\|X2\|))$
	$(\|X3\|)(2(\|X2\|)(X2)-1)$	$(\|X3\|)(2(\|X2\|)(X2))$
$T1(X1)T1(X2)T1(X3)$	$X1\|X2\|\|X3\|$	$X1\|X2\|\|X3\|$
	$\|X1\|X2\|X3\|$	$\|X1\|X2\|X3\|$
	$\|X1\|\|X2\|X3$	$\|X1\|\|X2\|X3$

Tabela 6 - Exemplo para polinômio de Legendre com E=3 e P igual a 3.

Regressor	Após Conjugação aplicada	Após Remoção das Constantes
$T0$	1	0
$T1(X1)$	$X1$	$X1$
$T1(X2)$	$X2$	$X2$
T1(X3)	$X3$	$X3$
$T1(X1)T1(X2)$	$\|X1\|X2$	$\|X1\|X2$
	$X1\|X2\|$	$X1\|X2\|$
$T1(X1)T1(X3)$	$\|X1\|X3$	$\|X1\|X3$
	$X1\|X3\|$	$X1\|X3\|$
$T1(X2)T1(X3)$	$\|X3\|X2$	$\|X3\|X2$
	$X3\|X2\|$	$X3\|X2\|$
$T2(X1)$	$0{,}5(3\|X1\|X1\ -1)$	$0{,}5(3\|X1\|X1)$
$T2(X2)$	$0{,}5(3\|X2\|X2\ -1)$	$0{,}5(3\|X2\|X2)$
$T2(X3)$	$0{,}5(3\|X3\|X3-1)$	$0{,}5(3\|X3\|X3)$
$T3(X1)$	$(2{,}5X1\|X1\|^2)-1{,}5X1$	$(2{,}5X1\|X1\|^2)-1{,}5X1$
$T3(X2)$	$(2{,}5X2\|X2\|^2)-1{,}5X2$	$(2{,}5X2\|X2\|^2)-1{,}5X2$
$T3(X3)$	$(2{,}5X3\|X3\|^2)-1{,}5X3$	$(2{,}5X3\|X3\|^2)-1{,}5X3$
$T1(X1)T2(X2)$	$X1(0{,}5(3\|X2\|\|X2\|-1))$	$X1(1{,}5\|X2\|\|X2\|)-0{,}5X1$
	$\|X1\|(0{,}5(3\|X2\|X2-1))$	$\|X1\|(1{,}5\|X2\|X2)-0{,}5\|X1\|$
$T1(X1)T2(X3)$	$X1(0{,}5(3\|X3\|\|X3\|-1))$	$X1(1{,}5\|X3\|\|X3\|)-0{,}5X1$
	$\|X1\|(0{,}5(3\|X3\|X3-1))$	$\|X1\|(0{,}5(3\|X3\|X3-1))$
$T1(X2)T2(X1)$	$X2(0{,}5(3\|X1\|X1-1))$	$X2(1{,}5\|X1\|X1)-(0{,}5X2)$

	$\|X2\|(0,5(3\|X1\|X1-1))$	$\|X2\|(1,5\|X1\|X1)-(0,5\|X2\|)$
$T1(X2)T2(X3)$	$X2(0,5(3\|X3\|X3-1))$	$X2(1,5\|X3\|X3)-(0,5X2)$
	$\|X2\|(0,5(3\|X3\|X3-1))$	$\|X2\|(1,5\|X3\|X3)-(0,5\|X2\|)$
$T1(X3)T2(X1)$	$X3(0,5(3\|X1\|X1-1))$	$X3(1,5\|X1\|X1)-(0,5X3)$
	$\|X3\|(0,5(3\|X1\|X1-1))$	$\|X3\|(1,5\|X1\|X1)-(0,5\|X3\|)$
$T1(X3)T2(X2)$	$X3(0,5(3\|X2\|X2-1))$	$X3(1,5\|X2\|X2)-(0,5X3)$
	$\|X3\|(0,5(3\|X2\|X2-1))$	$\|X3\|(1,5\|X2\|X2)-(0,5\|X3\|)$
$T1(X1)T1(X2)T1(X3)$	$X1\|X2\|\|X3\|$	$X1\|X2\|\|X3\|$
	$\|X1\|X2\|X3\|$	$\|X1\|X2\|X3\|$
	$\|X1\|\|X2\|X3$	$\|X1\|\|X2\|X3$

Tabela 7 - Exemplo para polinômio de Laguerre com E=3 e P igual a 3.

Regressor	Após Conjugação aplicada	Após Remoção das Constantes
$T0$	1	0
$T1(X1)$	$1-X1$	$1-X1$
$T1(X2)$	$1-X2$	$1-X2$
T1(X3)	$1-X3$	$1-X3$
$T1(X1)T1(X2)$	$(1-\|X1\|)(1-X2)$	$(1-\|X1\|)(1-X2)$
	$(1-X1)(1-\|X2\|)$	$(1-X1)(1-\|X2\|)$
$T1(X1)T1(X3)$	$(1-\|X1\|)(1-X3)$	$(1-\|X1\|)(1-X3)$
	$(1-X1)(1-\|X3\|)$	$(1-X1)(1-\|X3\|)$
$T1(X2)T1(X3)$	$(1-\|X3\|)(1-X2)$	$(1-\|X3\|)(1-X2)$
	$(1-X3)(1-\|X2\|)$	$(1-X3)(1-\|X2\|)$
$T2(X1)$	$0,5(\|X1\|X1-4X1+2)$	$0,5(\|X1\|X1-4X1)$
$T2(X2)$	$0,5(\|X2\|X2-4X2+2)$	$0,5(\|X2\|X2-4X2)$
$T2(X3)$	$0,5(\|X3\|X3-4X3+2)$	$0,5(\|X3\|X3-4X3)$
$T3(X1)$	$(1/6)(-X1\|X1\|^2+9X1\|X1\|-18X1+6)$	$(1/6)(-X1\|X1\|^2+9X1\|X1\|-18X1)$
$T3(X2)$	$(1/6)(-X2\|X2\|^2+9X2\|X2\|-18X2+6)$	$(1/6)(-X2\|X2\|^2+9X2\|X2\|-18X2)$
$T3(X3)$	$(1/6)(-X3\|X3\|^2+9X3\|X3\|-18X3+6)$	$(1/6)(-X3\|X3\|^2+9X3\|X3\|-18X3$
$T1(X1)T2(X2)$	$(1-X1)(0,5(\|X2\|\|X2\|-4X2+2))$	$0,5\|X2\|\|X2\|-2X2-$ $0,5X1\|X2\|\|X2\|-2X1\|X2\|)-X1$
	$(1-\|X1\|)(0,5(\|X2\|X2-4X2+2))$	$0,5\|X2\|X2-2X2-$ $0,5\|X1\|\|X2\|X2-2\|X1\|X2-X1$
$T1(X1)T2(X3)$	$(1-X1)(0,5(\|X3\|\|X3\|-4X3+2))$	$0,5\|X3\|\|X3\|-2X3-$ $0,5X1\|X3\|\|X3\|-2X1\|X3\|-X1$

	$(1-\|X1\|)(0{,}5(\|X3\|X3-4X3+2))$	$0{,}5\|X3\|X3-2X3-$ $0{,}5\|X1\|\|X3\|X3-2\|X1\|X3-X1$
$T1(X2)T2(X1)$	$(1-X2)(0{,}5(\|X1\|\|X1\|-4X1+2))$	$0{,}5\|X1\|\|X1\|-2X1-$ $0{,}5X2\|X1\|\|X1\|-2X2\|X1\|-X2$
	$(1-\|X2\|)(0{,}5(\|X1\|X1-4X1+2))$	$0{,}5\|X1\|X1-2X1-$ $0{,}5\|X2\|\|X1\|X1-2\|X2\|X1-X2$
$T1(X2)T2(X3)$	$(1-X2)(0{,}5(\|X3\|\|X3\|-4X3+2))$	$0{,}5\|X3\|\|X3\|-2X3-$ $0{,}5X2\|X3\|\|X3\|-2X2\|X3\|-X2$
	$(1-\|X2\|)(0{,}5(\|X3\|X3-4X3+2))$	$0{,}5\|X3\|X3-2X3-$ $0{,}5\|X2\|\|X3\|X3-2\|X2\|X3-X2$
$T1(X3)T2(X1)$	$(1-X3)(0{,}5(\|X1\|\|X1\|-4X1+2))$	$0{,}5\|X1\|\|X1\|-2X1-$ $0{,}5X3\|X1\|\|X1\|-4X3\|X1\|-X3$
	$(1-\|X3\|)(0{,}5(\|X1\|X1-4X1+2))$	$0{,}5\|X1\|X1-2X1-$ $0{,}5\|X3\|\|X1\|X1-2\|X3\|X1)-X3$
$T1(X3)T2(X2)$	$(1-X3)(0{,}5(\|X2\|\|X2\|-4X2+2))$	$0{,}5\|X2\|\|X2\|-2X2-$ $0{,}5X3\|X2\|\|X2\|-2X3\|X2\|-X3$
	$(1-\|X3\|)(0{,}5(\|X2\|X2-4X2+2))$	$0{,}5\|X2\|X2-2X2-$ $0{,}5\|X3\|\|X2\|X2-2\|X3\|X2-X3$
$T1(X1)T1(X2)T1(X3)$	$(1-X1)(1-\|X2\|)(1-\|X3\|)$	$X1\|X2\|-(X1+X2)-\|X3\|X1\|X2\|$ $-\|X3\|(X1+X2)+\|X3\|$
	$(1-\|X1\|)(1-X2)(1-\|X3\|)$	$\|X1\|X2-(\|X1\|+X2)-\|X3\|\|X1\|X2$ $-\|X3\|(\|X1\|+X2)+\|X3\|$
	$(1-\|X1\|)(1-\|X2\|)(1-X3)$	$\|X1\|\|X2\|-(\|X1\|+\|X2\|)-X3\|X1\|\|X2\|$ $-X3(\|X1\|+\|X2\|)+X3$

3 Validação do Modelo

Para a validação do modelo, foram utilizados dados medidos de entrada e saída de um PARF, sendo este fabricado com tecnologia de nitreto de gálio (GaN) operando em classe AB, excitado por uma portadora na frequência de 900 Mhz e modulado por um sinal 3GPP WCDMA contendo 3,84 MHz de largura de banda. Estes dados foram medidos utilizando um analisador vetorial de sinais Rohde & Schwarz FSQ VSA com uma frequência de amostragem de 61,44 MHz. Os dados medidos foram divididos em dois conjuntos, um de extração e outro de validação, sendo que o primeiro contém 3221 amostras e o segundo contém 2001 amostras.

Os dados medidos foram previamente fornecidos, não havendo, portanto, uma etapa onde foi feita a coleta de dados. Tendo estes dados e a equação para o modelo proposto, foi implementado, testado e simulado utilizando a ferramenta para cálculos numéricos Octave, que tem compatibilidade e as mesmas funcionalidades da ferramenta matemática MATLAB, tendo a ordem polinomial e a duração da memória variados.

Para a validação do modelo, é feita a minimização do erro quadrático médio (MSE), que é definido pela fórmula:

$$MSE = \frac{1}{n}\sum_{i}^{n} {e_i}^2 \tag{16}$$

A minimização deste erro é feita através do método dos mínimos quadráticos (MMQ), o qual consiste em realizar uma operação algébrica para encontrar o coeficientes do modelo proposto, que neste trabalho é definido pela equação 14.

Para a análise da precisão dos resultados, será utilizado o erro quadrático médio normalizado (NMSE), que é uma métrica bastante utilizada como relatado em MUHA; CLARK; MOULTHROP; SILVA,1999, sendo definido por:

$$NMSE = 10\log_{10}\left[\frac{\sum_{n=1}^{N}|y_{ref}(n) - y_{est}(n)|^2}{\sum_{n=1}^{N}|y_{ref}(n)|^2}\right] \quad (17)$$

Onde $y_{est}(n)$ é o valor obtido pelo modelo e $y_{ref}(n)$ é o valor medido da saída do amplificador.

3.1 Resultados

Para a análise dos resultados foram analisados dois parâmetros, o primeiro é a ordem do polinômio e o segundo é a duração da memória, ambos aumentam o número de coeficientes e quanto maior for o número de coeficientes menor será o valor do NMSE e mais preciso será o resultado, no entanto, a duração da memória tende a acrescentar um número de coeficientes muito maior do que a ordem polinomial.

O modelo apresentou os melhores resultados nos casos onde a memória era maior do que a ordem polinomial, no entanto foi reparado que a medida em que o número de coeficientes aumentava o NMSE também aumentava, isso acontecia por que a matriz de entrada de dados ficava mal condicionada.

3.1.1 Modelo Utilizando Polinômios de Chebyshev.

O primeiro caso testado foi o modelo com polinômios de Chebyshev. A figura 7 mostra a relação entre a entrada e saída dos valores medidos (azul) e valores estimados (vermelho) pelo modelo para o caso onde a duração da memória foi igual a 9 e ordem polinomial igual a 3. Como pode-se perceber os valores estimados praticamente se sobrepõem aos valores medidos, evidenciando, assim, uma boa precisão do resultado.

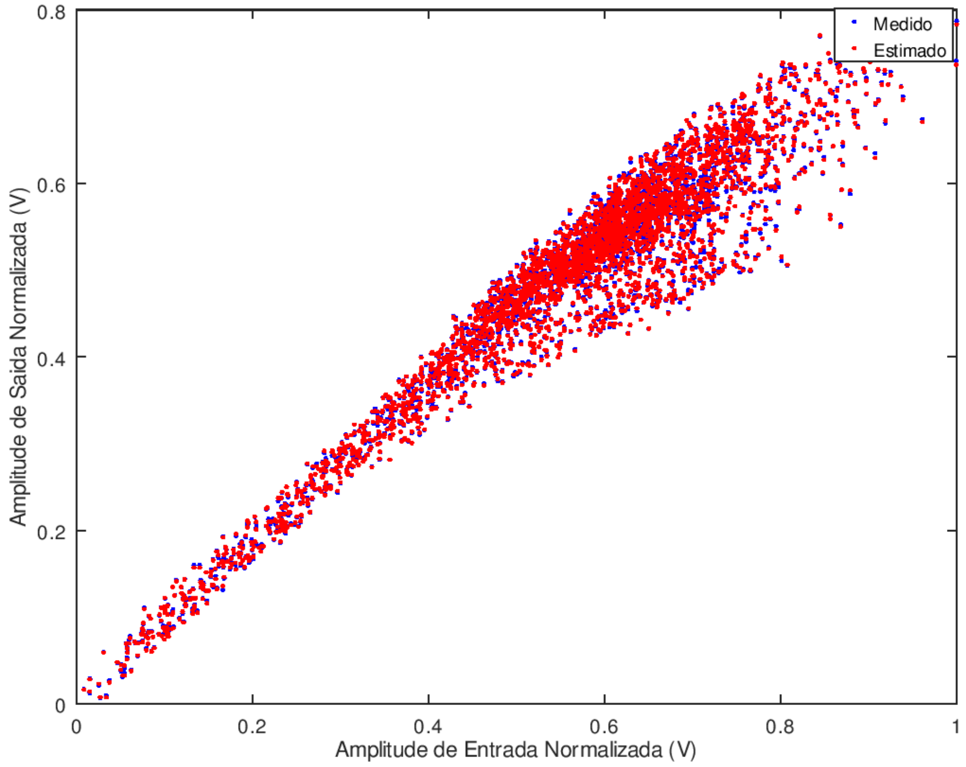

Figura 8- Gráfico da amplitude normalizada da saída versus entrada com os valores medidos (azul) e estimados (vermelho) para o polinômio de Chebyshev, no caso de M=9 e P=3. Fonte: O Autor (2018).

A tabela 8 mostra outros casos nos quais a duração da memória variou de 7 a 9 e ordem polinomial variou de 3 a 4. Pode-se perceber pelo NMSE de extração que quanto maior for o número de coeficientes menor tende a ser o erro, porém devido ao mal condicionamento da matriz de regressão o NMSE de validação tende a aumentar com o aumento do número de coeficientes. Nota-se também a influência que a duração de memória e a ordem polinomial no valor do NMSE.

Tabela 8 - Resultados obtidos para o polinômio de Chebyshev com M indo de 7 a 9 e P indo de 3 a 5.

Duração da Memória - M	*Ordem Polinomial - P*	*NMSE extração (dB)*	*NMSE validação (dB)*	*Coeficientes*
7	3	-44.485	6.705	360
8	3	-45.930	21.817	495
9	3	-46.580	27.591	660
7	4	-45.659	46.782	536
8	4	-47.156	51.036	720
9	4	-47.812	64.996	940
7	5	-46.358	39.529	769
8	5	-47.944	46.289	1017
9	5	-48.799	51.847	1310

A figura 8 mostra as curvas dos NMSE de validação (vermelho) e de extração (azul) em relação ao número de coeficientes.

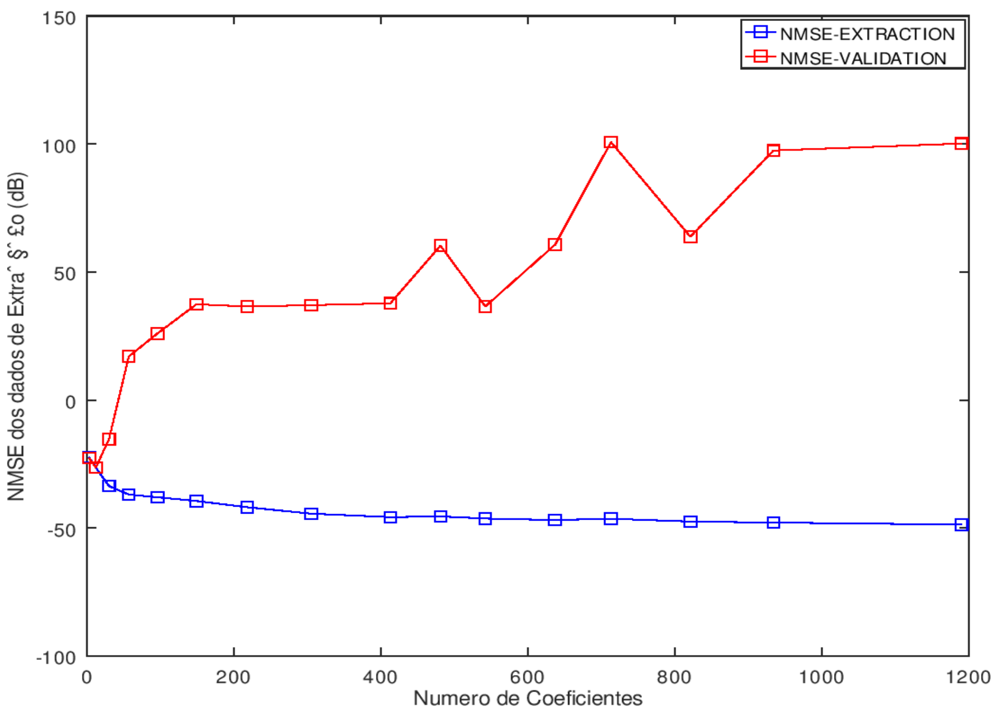

Figura 9 – Gráfico da variação do NMSE de extração e de validação para o polinômio de Chebyshev.. Fonte: O Autor (2018).

A figura 9 mostra o gráfico de amplitude estimado pelo modelo (azul), com os cem primeiros pontos amostrais medidos da saída do PA. A curva estimada foi obtida no caso em que a duração de memória foi igual a 9 e a ordem polinomial foi igual a 3.

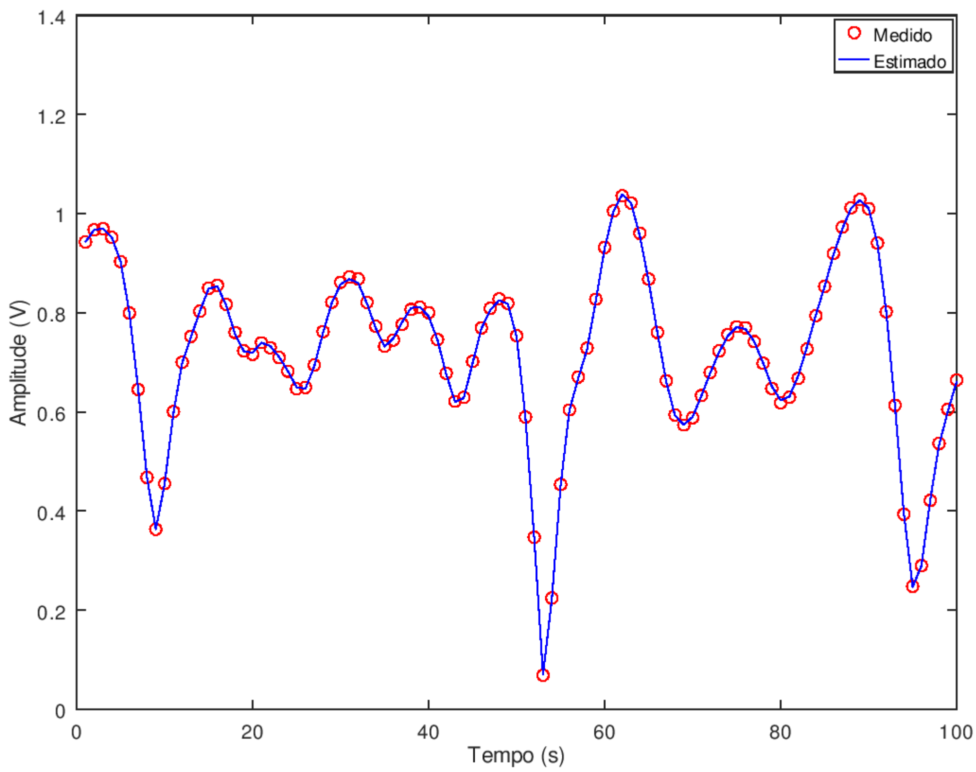

Figura 10 - Gráfico da amplitude em volts do sinal de saída medido e do sinal estimado pelo modelo proposto com polinômios de Chebyshev. Fonte: O Autor (2018)..

3.1.2 Modelo Utilizando Polinômios de Legendre.

O segundo caso testado foi utilizando os polinômios de Legendre, este caso também apresentou matriz de regressão mal condicionada e por isso o NMSE de validação também aumentava. A figura 10 apresenta os valores de entrada versus valores de saída medidos (azul) e estimados pelo modelo (vermelho), no caso de duração de memória igual a 9 e ordem polinomial igual a 3.

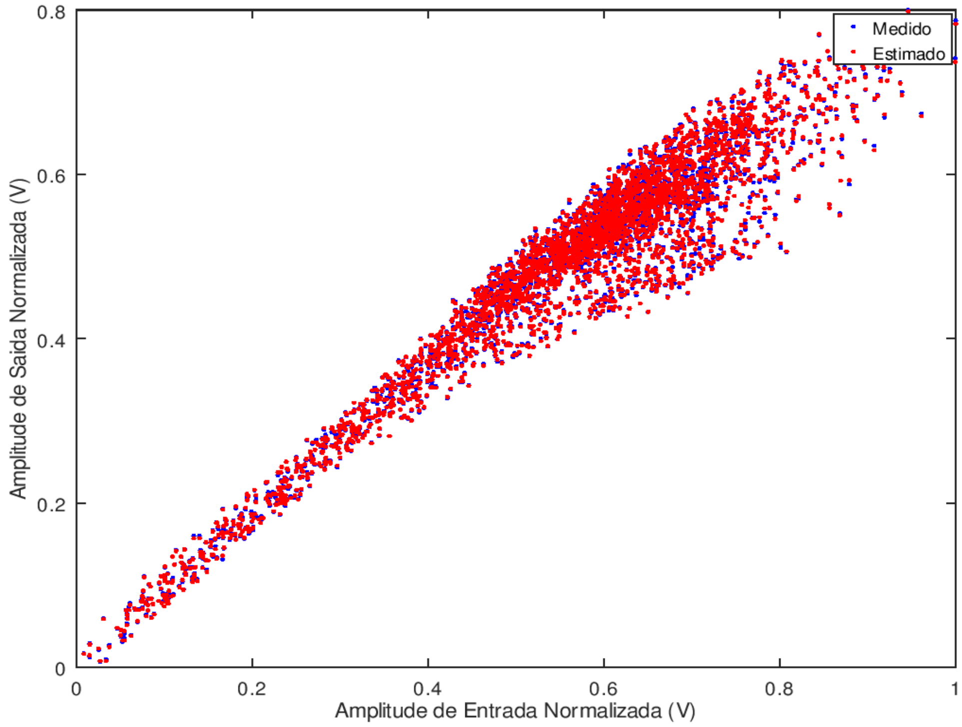

Figura 11 - - Gráfico da amplitude normalizada da saída versus entrada com os valores medidos (azul) e estimados (vermelho) para o polinômio de Legendre, no caso de M=9 e P=3. Fonte: O Autor (2018).

A tabela 9, mostra os NMSE's de extração e de validação para os casos onde a duração da memória variou de 7 até 9 e a ordem polinomial variou de 3 até 4, assim como feito com o modelo utilizando polinômios de Chebyshev.

Tabela 9 - Resultados obtidos para o polinômio de Legendre com M indo de 7 a 9 e P indo de 3 a 5.

Duração da Memória - M	*Ordem Polinomial - P*	*NMSE extração (dB)*	*NMSE validação (dB)*	*Coeficientes*
7	3	-44.477	30.159	360
8	3	-45.914	32.939	495
9	3	-46.562	37.456	660
7	4	-45.659	65.922	536
8	4	-47.156	70.003	720

9	4	-47.812	77.339	940
7	5	-46.841	52.237	769
8	5	-47.981	71.616	1017
9	5	-48.850	70.678	1310

A figura 11 apresenta as curvas do NMSE de validação e de extração pelo número de coeficientes.

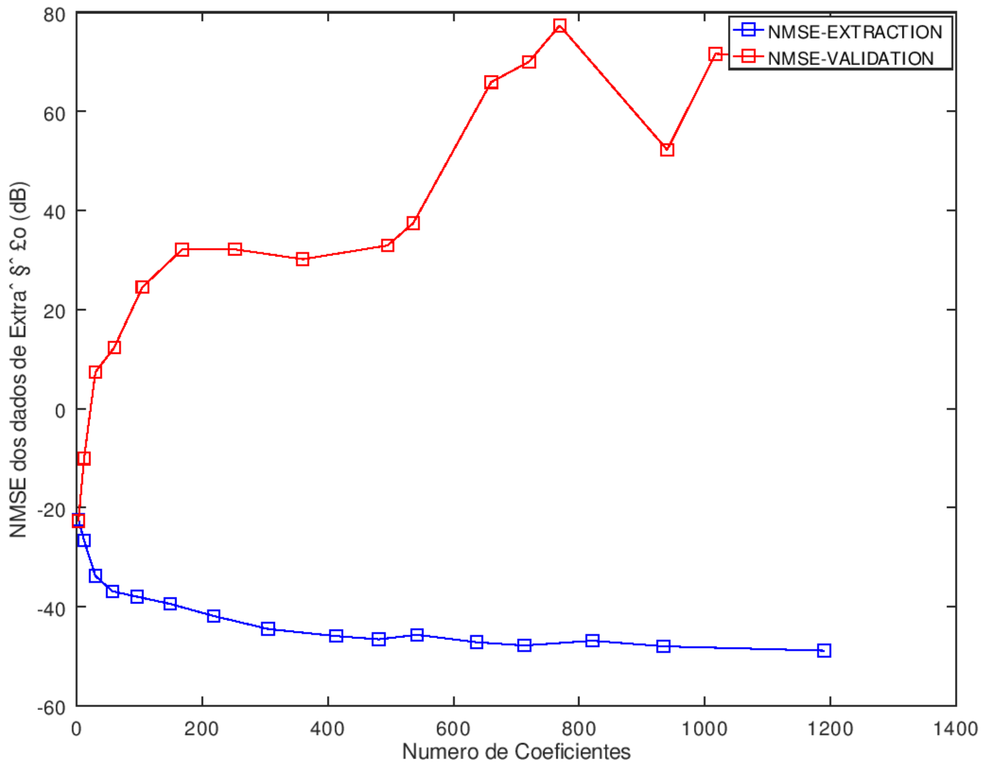

Figura 12 - Gráfico da variação do NMSE de extração e de validação para o polinômio de Legendre. Fonte: O Autor (2018).

A figura 12 mostra o gráfico de amplitude estimado pelo modelo (azul), com os cem primeiros pontos amostrais medidos da saída do PA. A curva estimada foi obtida no mesmo caso que do polinômio de Chebyshev.

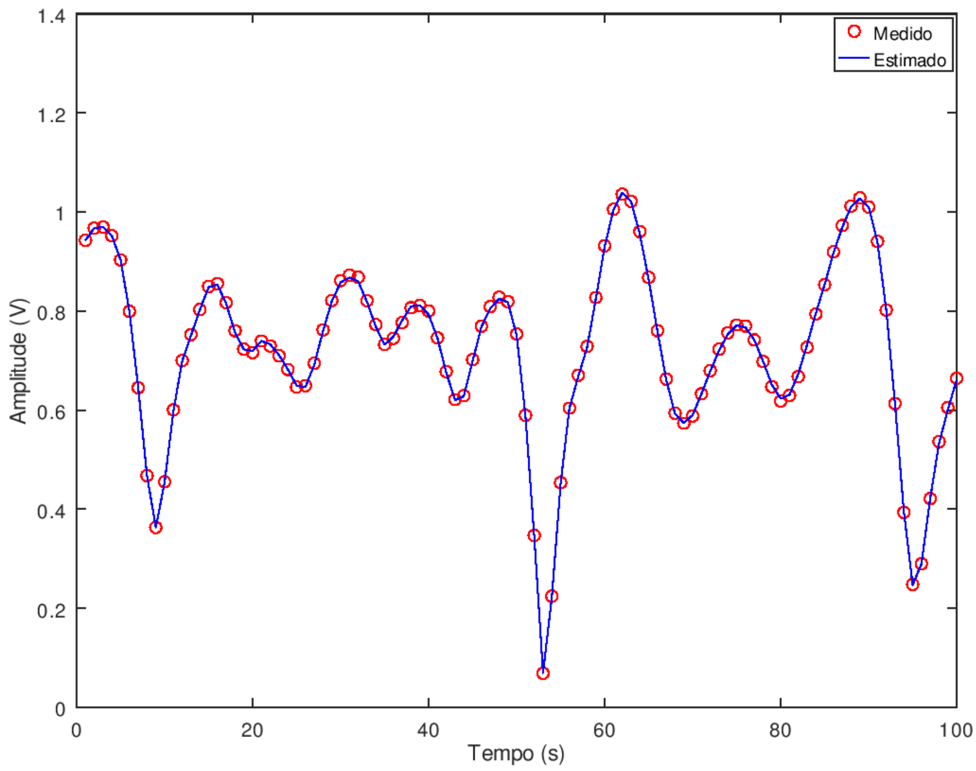

Figura 13 - Gráfico da amplitude em volts do sinal de saída medido e do sinal estimado pelo modelo proposto com polinômios de Legendre. Fonte: O Autor (2018).

3.1.3 Modelo Utilizando Polinômios de Laguerre.

O último caso testado foi utilizando os polinômios de Laguerre, assim como nos casos anteriores, também apresentou matriz de regressão mal condicionada, mas também apresentou resultados semelhantes. A figura 10 apresenta os valores de entrada versus valores de saída medidos (azul) e estimados pelo modelo (vermelho), no caso de duração de memória igual a 9 e ordem polinomial igual a 3.

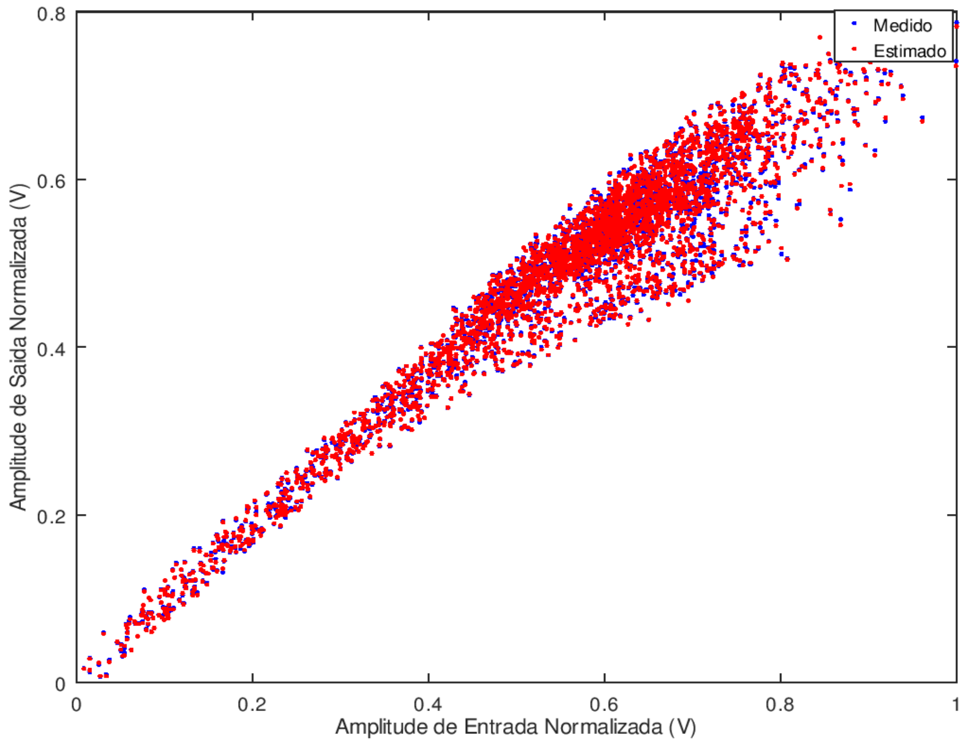

Figura 14 - - Gráfico da amplitude normalizada da saída versus entrada com os valores medidos (azul) e estimados (vermelho) para o polinômio de Laguerre, no caso de M=9 e P=3. Fonte: O Autor (2018).

A tabela 10, mostra os NMSE's de extração e de validação para os casos onde a duração da memória variou de 7 até 9 e a ordem polinomial variou de 3 até 4, assim como feito com os modelos anteriores.

Tabela 10 - Resultados obtidos para o polinômio de Laguerre com M indo de 7 a 9 e P indo de 3 a 5.

Duração da Memória - M	*Ordem Polinomial - P*	*NMSE extração (dB)*	*NMSE validação (dB)*	*Coeficientes*
7	3	-44.385	37.046	305
8	3	-45.731	37.785	413
9	3	-46.283	36.548	542
7	4	-45.453	60.285	481
8	4	-46.868	60.667	637
9	4	-47.461	63.758	821
7	5	-46.356	100.740	713

8	5	-47.865	97.433	934
9	5	-48.653	100.160	1190

A figura 14 apresenta as curvas do NMSE de validação e de extração pelo número de coeficientes. Aqui neste caso o NMSE de validação (vermelho) teve um aumento bem mais significativo em relação ao modelo com polinômios de Chebyshev e com polinômios de Legendre, isto provavelmente porque os polinômios de Laguerre possuem um maior número de termos a medida que a ordem polinomial aumenta. No entanto, apesar de ser um pouco maior, o NMSE de extração (azul) se manteve próxima ao dos NMSE de Chebyshev e de Legendre.

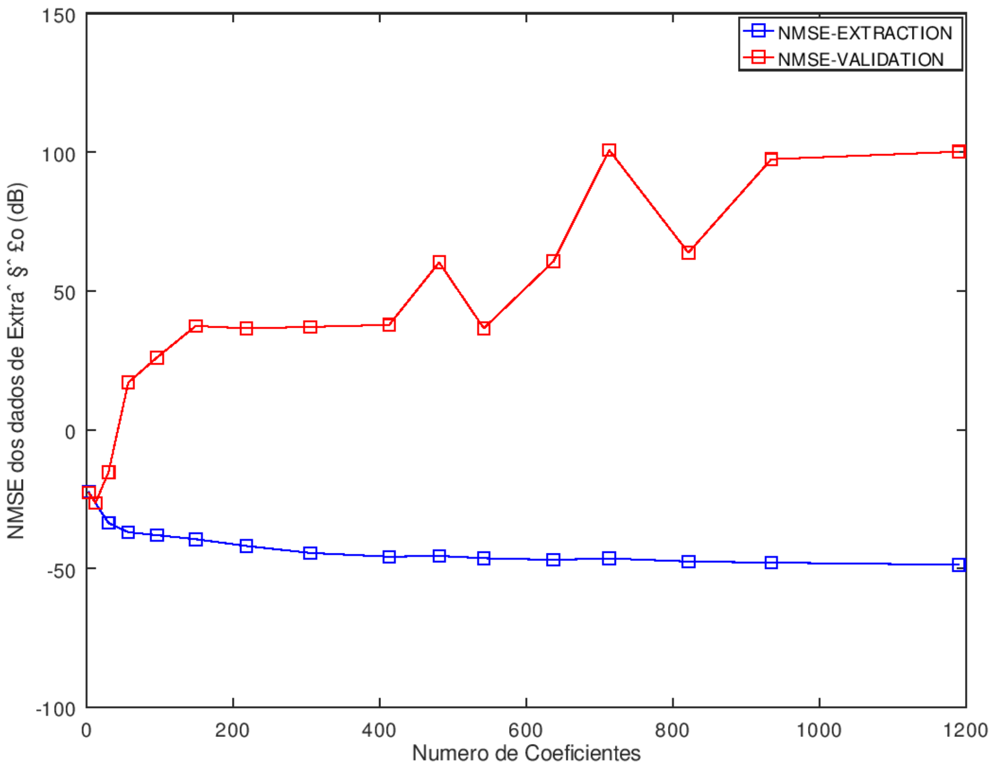

Figura 15 - Gráfico da variação do NMSE de extração e de validação para o polinômio de Laguerre. Fonte: O Autor (2018).

Por fim, a figura 15 mostra a amplitude no tempo do sinal estimado pelo modelo, sobreposta aos cem primeiros pontos de amostra, também com duração de memória igual a 9 e ordem polinomial igual a 3.

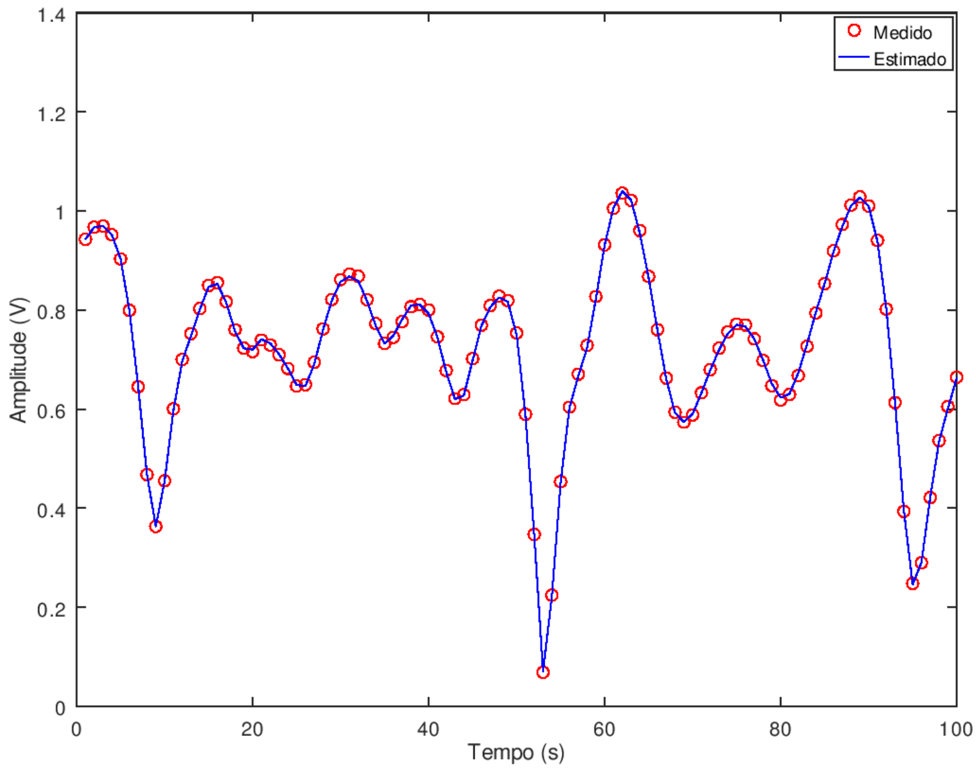

Figura 16 - Gráfico da amplitude em volts do sinal de saída medido e do sinal estimado pelo modelo proposto com polinômios de Laguerre. Fonte: O Autor (2018).

,

4. Conclusão

Com base nos resultados obtidos, os três modelos feitos com aproximações de polinômios de Chebyshev, Legendre e de Laguerre apresentaram um desempenho parecidos.

No entanto os polinômios de Chebyshev, apresentaram um resultado melhor, além de terem sido os mais leves computacionalmente. Os polinômios de Laguerre tiveram os piores resultados e foram os mais pesados computacionalmente, enquanto que. Os polinômios de Legendre obtiveram mais parecidos com os polinômios de Chebyshev.

Porem os três modelos não apresentaram uma diferença significativa entre si e os três modelos tenderam a ter o NMSE convergindo para -50 dB a medida que o número de coeficientes aumenta.

Bibliografia

F. H. Raab, P. Asbeck, S. Cripps, P. B. Kenington, Z. B. Popovic, N. Pothecary, J. F. Sevic, and N. O. Sokal, "**Power amplifiers and transmitters for RF and microwave,**" IEEE Trans. Microw. Theory Tech., vol.50, no.3, pp.814–826, Mar. 2002.

S. Cripps, **RF Power Amplifiers for Wireless Communications**, 2nd edition. Norwood, MA: Artech House, 2006.

C. S. João, "**Modelagem comportamental de amplificadores de potência de RF utilizando a Rede Neural de Ligação Funcional com polinômio de Chebyshev**". 2014.

T. T. Lee and J. T. Jeng, "**The chebyshev polynomial based unified model neural networks for function approximations**," IEEE Trans. Syst., Man Cybern., vol. 28, no. 6, pt. B, pp. 925–935, Jun. 1998.

P. B. Kenington, **High Linearity RF Amplifier Design**. Norwood, MA: Artech House, 2000.

M. Li, J. Liu, Y. Jiang, and W. Feng, "**Complex-Chebyshev Functional Link Neural Network Behavioral Model for Broadband Wireless Power Amplifiers**", IEEE Trans. Microw. Theory Tech., vol. 60, no. 6, pp. 1979–1989, June 2012.

J. C. Pedro and N. B. Carvalho, **Intermodulation Distortion in Microwave and Wireless Circuits**, 1st Edition. Norwood, MA: Artech House, Inc., 2003.

MUHA, M. S.; CLARK, C. J.; MOULTHROP, A.; SILVA, C. P. **Validation of power amplifier nonlinear block models**. In: IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig.,Anaheim, CA, Jun. 1999, pp. 759–762.

Haykin, S., **Neural Networks**, 2ed, Pearson, 1999