

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

PAULO RODRIGUES NAVES NETO

**ABORDAGEM PROBABILÍSTICA PARA OTIMIZAÇÃO DA PRODUÇÃO DE
HIDRELÉTRICAS FIO D'ÁGUA EM MERCADOS *DAY AHEAD***

CURITIBA

2019

PAULO RODRIGUES NAVES NETO

**ABORDAGEM PROBABILÍSTICA PARA OTIMIZAÇÃO DA PRODUÇÃO DE
HIDRELÉTRICAS FIO D'ÁGUA EM MERCADOS *DAY AHEAD***

Trabalho de conclusão de curso apresentado como requisito parcial para obtenção do título de Engenheiro Eletricista da Universidade Federal do Paraná, departamento de Engenharia Elétrica, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná. Realização de dupla diplomação com Universidade Polytech Grenoble – França.

Orientador: Prof. Dr. Odilon Luís Tortelli
CoOrientador: Prof. David Eon

CURITIBA

2019

TERMO DE APROVAÇÃO

PAULO RODRIGUES NAVES NETO

ABORDAGEM PROBABILÍSTICA PARA OTIMIZAÇÃO DA PRODUÇÃO DE HIDRELÉTRICAS FIO D'ÁGUA EM MERCADOS *DAY AHEAD*

Monografia apresentada à disciplina TEX003 Projeto de Engenharia Elétrica como requisito parcial à conclusão do Curso de Engenharia Elétrica Dupla Diplomação, Setor Ciência e Tecnologia, da Universidade Federal do Paraná com a Universidade Polytech Grenoble na França.

Orientador: Prof. Dr. Odilon Luís Tortelli
Departamento de Engenharia Elétrica, UFPR

Prof. Dr. Rogers Demonti
Departamento de Engenharia Elétrica, UFPR

Prof. Tibiriça K. Moreira
Departamento de Engenharia Elétrica, UFPR

Curitiba, dia 22 de novembro de 2019.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente à minha família, que sempre esteve ao meu lado, me apoiando e dando suporte durante toda a minha vida acadêmica.

Agradeço as duas incríveis oportunidades de intercâmbio que me permitiram estudar em Tóquio no Japão e em Grenoble na França. Foram momentos inesquecíveis e únicos que levarei para minha vida toda.

Agradeço aos amigos que puderam compartilhar de toda essa caminhada, com muitas risadas, alegrias e também é claro com muito estudo.

Por último, e mais importante, agradeço a todos os professores que me trouxeram conhecimento, este, que nunca se perde e é importantíssimo para todas pessoas. Agradeço em especial o Prof. Dr. Odilon Luís Tortelli que acompanhou este último semestre, me orientando na realização deste trabalho.

RESUMO

O interesse pela geração de energia elétrica a partir de fontes renováveis cresceu muito nos últimos anos. O Brasil possui um dos maiores potenciais hidráulicos do mundo e é referência em hidrelétricas e, por isso, depende das condições meteorológicas para produzir energia elétrica. Além dessa dependência, o país possui, neste momento, a necessidade de uma evolução do mercado de energia elétrica para continuar com uma expansão eficiente do sistema elétrico, mas também aproximar-se de um mercado mais competitivo a partir da inclusão do mercado do tipo *day-ahead* e *intraday*. Este trabalho apresenta as vantagens e dificuldades de se tomar em conta as incertezas nas previsões meteorológicas e também na previsão do preço da energia elétrica no mercado, para realizar uma otimização da produção de hidrelétricas fio d'água. As incertezas das variáveis são estimadas a partir de previsões por conjunto, e estas são abordadas de diferentes maneiras em um estudo de caso. Uma análise quantitativa é realizada para análise do interesse de se tomar em conta previsões probabilísticas ao invés de previsões determinística na otimização da produção.

Palavras-chave: Otimização estocástica, Previsão por conjunto, Hidrelétrica.

ABSTRACT

Interest in generating electricity from renewable sources has increased greatly in recent years. Brazil has one of the largest hydraulic potentials in the world, and is a reference in hydroelectric power plants and, therefore, depends on weather conditions to produce electricity. Besides this dependence, the country currently has the need for an evolution of the electric energy market to continue with an efficient expansion of the electrical system, but also to approach a more competitive market by including the day-ahead and intraday market. This paper presents the advantages and difficulties of taking into account the uncertainties in the meteorological forecasts and also in the prediction of the price of electricity in the market, to optimize the production of hydroelectric power plants. The uncertainties of the variables are estimated from ensemble forecasting, and these are approached in different ways in a case study. A quantitative analysis is performed to analyze the interest of taking into account probabilistic forecasts instead of deterministic forecasts in the optimization of production.

Key-words: Stochastic optimization, Ensemble forecasting, Hydroelectric power plant.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 Geração de energia elétrica no Mundo por fonte	12
Figura 2 Investimento mundial em pesquisas no setor elétrico ao longo dos anos	13
Figura 3 Participação de fontes renováveis na matriz elétrica	14
Figura 4 Esquema geral de uma usina hidrelétrica	27
Figura 5 Demonstração visual do horizonte de cálculo	29
Figura 6 Esquema da modelização do tempo de atraso	31
Figura 7 Exemplos de diagramas de Talagrand.....	38
Figura 8 Identificação dos possíveis cenários.....	48
Figura 9 Esquemático do cálculo do retorno financeiro suplementar	51
Figura 10 Correção do programa de produção para respeitar os limites da retenção	52
Figura 11 Pós-otimização do programa de produção.....	53
Figura 12 Esquemático das três abordagens para otimização com incertezas.....	56
Figura 13 Cronologia da gestão operacional.....	67
Figura 14 Visualização da previsão por conjunto dos afluentes.....	70
Figura 15 Diagrama de caixas dos desvios de previsão por período	74
Figura 16 Comparação entre o desvio de previsão empírico e o modelo gaussiano	74
Figura 17 Evolução temporal da média empírica e do desvio padrão empírico	75
Figura 18 Qualidade da previsão por conjunto do preço.....	78
Figura 19 Previsão por conjunto dos preços	79
Figura 20 Previsão por conjunto do fluxo de água que chega em cada usina	82
Figura 21 Visualização da solução determinista e de 50 cenários da usina Chautagne.....	83
Figura 22 Funções de densidade do retorno financeiro total para cada abordagem	84
Figura 23 Recapitulativo geral da otimização estocástica.....	85
Figura 24 Índice de Sobol para as diferentes abordagens de otimização estocástica	87

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 Definição do preço SPOT (ordem de mérito) do mercado Alemão.....	21
Gráfico 2 Previsão por conjunto de um fenômeno temporal qualquer	23

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 Classificação de hidrelétricas	18
Tabela 2 Estrutura do histórico dos dados do preço da energia elétrica.....	73
Tabela 3 Notações do estudo estatístico dos preços	77
Tabela 4 Correspondência do horizonte de cálculo para a situação de referência ...	80
Tabela 5 Tempo de cálculo das abordagens de otimização estocástica.....	88

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ACL	- Ambiente de Contratação Regulada
ACR	- Ambiente de Contratação Livre
ANEEL	- Agência Nacional de Energia Elétrica
BBC	- <i>British Broadcasting Corporation</i>
BMA	- <i>Bayesian Model Averaging</i>
BR	- Barragem
BVI	- <i>Bassins Versants Intermédiaires</i>
CNR	- <i>Compagnie Nationale du Rhône</i>
CRPS	- <i>Continuous Ranked Probability Score</i>
CRPSS	- <i>Continuous Ranked Probability Skil Score</i>
ECC	- <i>Ensemble Copula Coupling</i>
ECMWF	- <i>European Center for Medium-Range Weather Forecast</i>
EMOS	- <i>Ensemble Model Output Statistics</i>
EPE	- Empresa de Pesquisa Energética
i.e	- isto é
IEA	- <i>International Energy Agency</i>
i.i.d	- independente e identicamente distribuída
GAMS	- <i>General Algebraic Modeling System</i>
GR	- Grupo Gerador
MAE	- <i>Mean Absolute Error</i>
MIP	- <i>Mixed Integer Programming</i>
PLD	- Preço de Liquidação de Diferenças
PR	- Ponto de Regulação
Resp.	- Respectivamente
SAA	- <i>Sample Average Approximation</i>
SDDP	- <i>Stochastic Dual Dynamic Programming</i>
SEB	- Setor Elétrico Brasileiro

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	CONTEXTO.....	14
1.2	JUSTIFICATIVA.....	16
1.3	OBJETIVOS	17
1.3.1	Objetivo Geral	17
1.3.2	Objetivos Específicos	17
2	INSTRUMENTOS DE ANÁLISE	18
2.1	USINA HIDRELÉTRICA	18
2.2	NOÇÕES DE MERCADO DE ENERGIA ELÉTRICA	19
2.3	NOÇÕES DE METEOROLOGIA	21
2.4	NOÇÕES DE INCERTEZAS E PREVISÃO POR CONJUNTO	22
2.5	NOÇÕES DE OTIMIZAÇÃO	24
3	METODOLOGIA.....	27
3.1	MODELIZAÇÃO DO RIO.....	27
3.1.1	Horizonte de cálculo.....	28
3.1.2	Vazão de água e tempo de atraso	29
3.1.3	Balanco d'água e restrições de exploração	31
3.1.4	Retorno financeiro.....	32
3.2	MÉTODO PARA OBTENÇÃO DA PREVISÃO POR CONJUNTO	33
3.2.1	Método para obtenção da coerência espaço-temporal	36
3.2.2	Qualidade da previsão por conjunto.....	37
3.3	MÉTODOS PARA OTIMIZAÇÃO ESTOCÁSTICA	40
3.3.1	Otimização estocástica implícita.....	41
3.3.2	Otimização estocástica explícita:.....	42
3.3.3	Otimização estocástica linear em duas etapas.....	45
3.4	ANÁLISE E COMPARAÇÃO DAS OTIMIZAÇÕES	47
3.4.1	Retorno financeiro inicial, suplementar e total	48
3.4.2	Comportamento de um cenário possível	50
3.4.2.1	Método por correção de volume, sem antecipação do mercado <i>intraday</i>	52
3.4.2.2	Método por pós-otimização, com antecipação do mercado <i>intraday</i>	53
3.4.2.3	Complementariedade dos dois métodos	54
3.4.3	Atualização do retorno financeiro total	54

3.4.4	Três visões de abordagem	55
3.4.5	Comparação das funções de densidade do retorno financeiro	57
3.4.6	Análise de sensibilidade	58
3.5	CONSTRUÇÃO DO PROGRAMA ÓTIMO	59
3.5.1	Abordagem de otimização estocástica explícita	59
3.5.2	Abordagem de otimização estocástica implícita	61
3.5.3	Abordagem por otimização estocástica em duas etapas	63
3.6	GAMS	65
4	CASO ESTUDADO E APLICAÇÃO	67
4.1	MODELIZAÇÃO DAS INCERTEZAS	68
4.1.1	Afluentes do Rio Ródano	68
4.1.2	Previsão de Preços	71
4.1.2.1	Modelo Estatístico	71
4.1.2.2	Geração de traços temporalmente coerentes	76
4.2	TESTES DE OTIMIZAÇÃO POR UMA SITUAÇÃO	80
4.2.1	Escolha da situação de referência para os testes	80
4.2.2	Recuperação dos dados de entrada	81
4.2.3	Geração da previsão por conjunto a partir dos dados de entrada	81
5	RESULTADOS E SIMULAÇÕES	83
5.1	FUNÇÃO DE DENSIDADE DO RETORNO FINANCEIRO TOTAL	83
5.2	ANÁLISE DE SENSIBILIDADE	86
5.3	TEMPO DE CÁLCULO	88
5.4	ANÁLISE DOS RESULTADOS	89
6	CONCLUSÃO E PERSPECTIVAS	90
6.1	CONCLUSÃO	90
6.2	PERSPECTIVAS	91
6.2.1	Melhoria da modelização das incertezas	91
6.2.2	Realizar testes em várias situações de referência	92
6.2.3	Reduzir o tempo de cálculo da ferramenta probabilista	92
7	REFERÊNCIAS	94

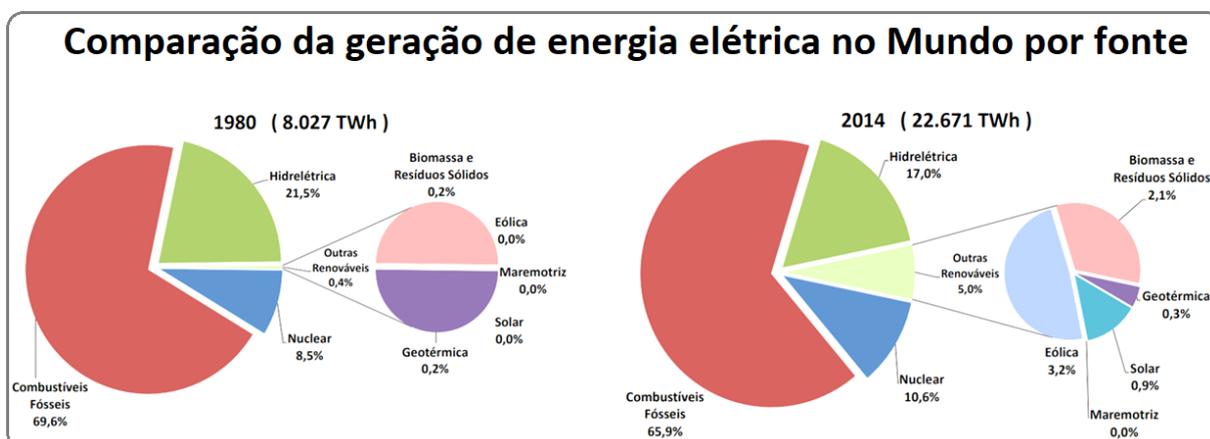
1 INTRODUÇÃO

Os fenômenos da eletricidade foram observados pelos seres humanos muito antes do nascimento de Cristo, mas estudos e pesquisas aprofundadas começaram somente a partir do século XVIII, com um grande destaque para Benjamin Franklin. Muitos dos avanços obtidos na época foram documentados no livro *History and Present Status of Electricity* (Priestley, 1767).

Como a energia elétrica pode ser facilmente gerada, transmitida e transformada ela se tornou parte da vida dos seres humanos. O conhecimento deste fenômeno evoluiu muito ao ponto que ela está presente em tudo o que fazemos, desde eletrodomésticos simples a sistemas eletrônicos e de comunicação de alta performance.

Durante um grande período do tempo, e até mesmo hoje em dia, a maior parte da geração da eletricidade, em uma escala global, se dá com a utilização de matérias primas que produzem algum malefício ambiental. A Figura 1 fornecida pela Empresa de Pesquisa Energética (EPE), mostra que entre 1980 e 2014 a configuração da produção de energia elétrica no mundo não teve grandes alterações. Pode-se notar que a geração da eletricidade continua sendo predominante a partir de combustíveis fósseis, com uma redução de 5%, que é basicamente a porcentagem da inserção das fontes renováveis. É interessante enfatizar que a geração total quase triplicou durante esse período, ou seja, o consumo continua em um grande crescente.

Figura 1 Geração de energia elétrica no Mundo por fonte

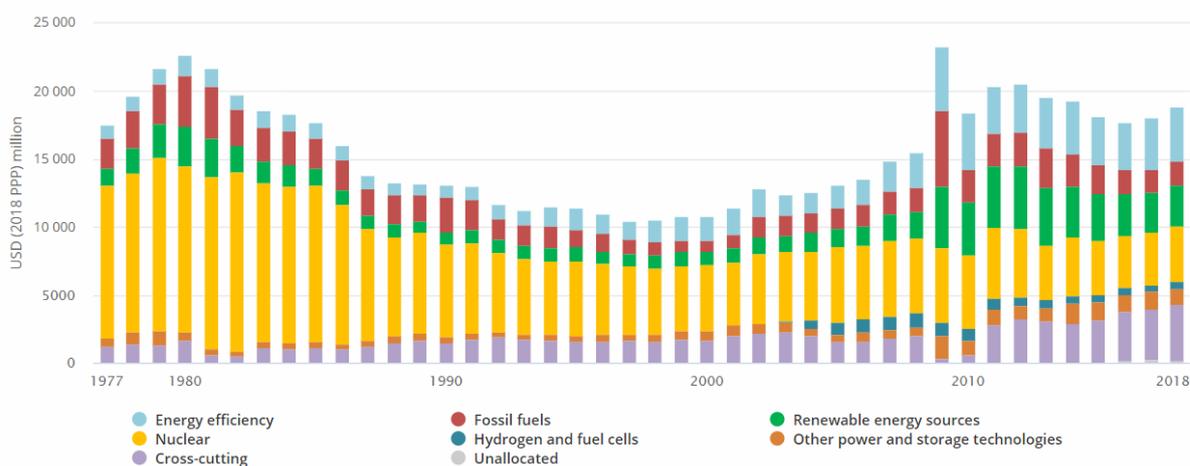


Fonte: EPE, 2016

A poluição atmosférica e os efeitos dos rejeitos de usinas nucleares fazem parte de uma grande discussão da sociedade e com isso o desenvolvimento e pesquisas de fontes renováveis cresceu principalmente nos últimos anos. Segundo a *International Energy Agency* (IEA) o investimento em pesquisas de fontes renováveis e também em eficiência energética cresceram bastante a partir de 2010 como podemos ver na Figura 2.

A crise do petróleo da década de 70 incentivou uma grande onda de pesquisas em energia nuclear e eólica que com o passar dos anos foi diminuindo em função do fim da crise, e na virada do século foi sendo substituída por investimentos em células de hidrogênio, energias renováveis e eficiência energética.

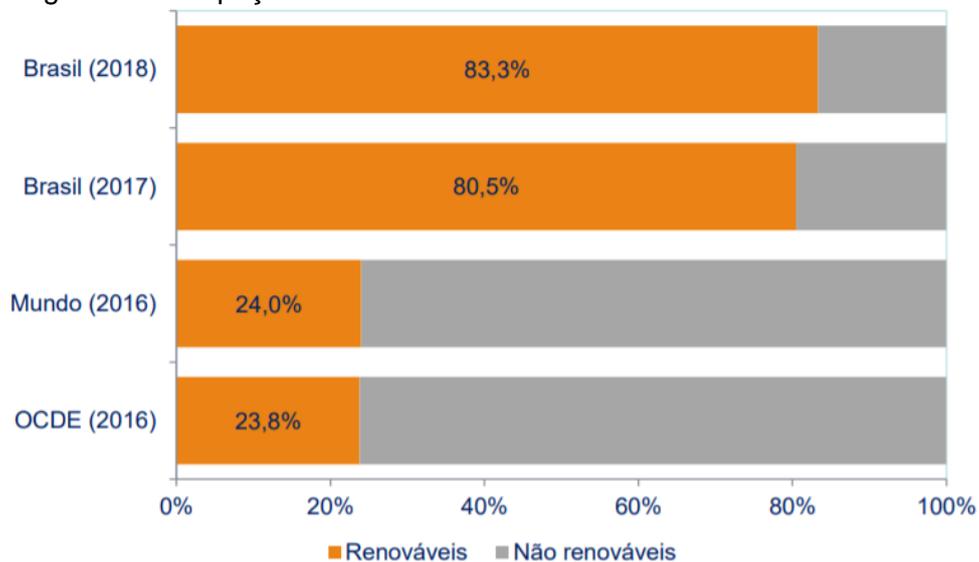
Figura 2 Investimento mundial em pesquisas no setor elétrico ao longo dos anos



Isso mostra uma grande preocupação, em escala mundial, na maneira que se produz e utiliza a energia elétrica, afinal as principais fontes que são utilizadas não são infinitas e muito menos sustentáveis.

A situação apresentada acima não é a mesma quando se considera o cenário brasileiro. A matriz elétrica do país se concentrou na fonte hidráulica após o término da Segunda Guerra Mundial, mas o nascimento desta tecnologia no Brasil se deu em 1889 quando foi instalada a Usina de Marmelos em Juíz de Fora. Por possuir o terceiro maior potencial hídrico do mundo, o país teve em 2018 aproximadamente 64,7% da sua geração proveniente de rios e 17,3% de outras fontes renováveis (eólica, solar e biomassa). Para esclarecer como o cenário brasileiro destoa do mundial, em questão de potência instalada de fontes renováveis, a Figura 3 mostra essas informações através de números.

Figura 3 Participação de fontes renováveis na matriz elétrica



Fonte: EPE, 2019

Apesar da grande participação de fontes renováveis, o Brasil passou por uma crise energética em 2001 e 2002 quando o país sofreu uma longa estiagem aliada a uma deficiência no planejamento da expansão do sistema de geração, o que estimulou um processo de revisão da estrutura do setor elétrico que culminou com a implantação do novo modelo regulatório de 2004, que buscava melhorar o planejamento do setor elétrico resultando em instalações de novas termelétricas e também a conexão das regiões do Brasil por longas redes de transmissão. Essas medidas reduziram a participação das hidrelétricas. E, esforços mais recentes têm sido tomados para alavancar as fontes alternativas de geração de energia elétrica. É nesse cenário que, o trabalho proposto está vinculado e, nesse sentido, apresenta-se a seguir o contexto deste trabalho.

1.1 CONTEXTO

A relação produção/consumo de energia elétrica deve ser igual ou muito próxima uma da outra para garantir a estabilidade da rede já que diferente de mercadorias em geral, a energia elétrica, em grandes quantidades, deve ser produzida e consumida instantaneamente (Taillon, 2019). Uma maneira das concessionárias saberem o quanto de energia o sistema precisa em um determinado momento futuro é a partir da análise do mercado de energia.

Uma forma de comercialização da energia elétrica em atacado, adotada em alguns mercados, é pelo sistema de bolsa de energia elétrica, onde se reúnem produtores e consumidores para comercializar a eletricidade. Um tipo de mercado muito utilizado é o tipo *day-ahead* (dia seguinte) onde o produtor de energia deve antes do meio-dia de cada dia declarar para o operador do sistema quanto de energia ele vai produzir/vender no dia seguinte em intervalo horário. No entanto, os produtores não conhecem os preços do dia seguinte e por isso utilizam previsões para tentar gerar mais energia quando o preço é mais alto e gerar menos quando o preço é menor obedecendo a famosa lei de oferta e demanda. A abertura do mercado de energia no Reino Unido em 1990, por exemplo, foi debatida em diversos artigos com opiniões diversas. Segundo (Newbery & Pollitt, 1997), os custos com combustíveis diminuíram e a produtividade e investimentos no mercado de energia aumentaram com a desregulamentação do mercado. Porém no ponto de vista de (Jamashb, Nuttall, & Pollitt, 2008), após a desregulamentação do mercado no Reino Unido o investimento em pesquisas privadas diminuiu.

As empresas que geram energia elétrica a partir de fontes naturais como sol, vento e chuva dependem fortemente das previsões meteorológicas para saber o quanto elas podem produzir no dia seguinte. Desta maneira, novamente a partir de previsões, os produtores podem otimizar a produção que será vendida no mercado *day-ahead* em função da quantidade de água que chega dos afluentes (no caso deste trabalho), e do preço da energia. A otimização da produção não permite somente aumentar o lucro da empresa, mas também aproveitar ao máximo o fluxo de água, valorizando a energia que pode ser transformada em eletricidade.

Previsões determinísticas, ou seja, onde emprega-se somente uma previsão para descrever as condições meteorológicas, tornam difícil antecipar exatamente o que vai acontecer, já que o comportamento da atmosfera é muito dinâmico. Uma maneira interessante de trabalhar com previsões é usando a previsão por conjunto, onde várias previsões são feitas a partir de estados iniciais diferentes. Assim, ao invés de utilizar uma única previsão, pode-se utilizar um conjunto de 5, 10, ou mesmo 100 previsões para descrever o comportamento futuro da meteorologia e de maneira análoga do mercado de energia elétrica.

Considerando que as hidrelétricas, mesmo sendo de configuração fio d'água, possuem uma certa margem para trabalhar como reservatório, e tendo como objetivo maximizar a valorização da água, utiliza-se a pequena flexibilidade de

armazenamento do rio para tornar a produção eficiente. Assim, a estratégia de otimização vai, a partir de um conjunto de previsões, buscar a melhor maneira para adaptar a produção com a capacidade limitada de armazenamento hídrico e ter, ao final, o programa de produção ótimo.

O diferencial deste trabalho é justamente o estudo da aplicação de uma abordagem estocástica na maneira de otimizar a produção de usinas hidrelétricas fio d'água em mercados *day-ahead*. Além disso, o uso de um algoritmo para buscar o programa ótimo modifica a lógica da operação das hidrelétricas, que são, em geral, feitas em função da experiência de operadores, por conseguinte, lentas e passíveis de erros básicos. Por estas razões esse trabalho pode servir de interesse para outros estudantes, professores e até mesmo empresas geradoras de energia elétrica, que possuam interesse no domínio da otimização probabilística.

1.2 JUSTIFICATIVA

Como descrito na introdução, a energia elétrica já faz parte da vida cotidiana dos seres humanos e fica até difícil imaginar como seria viver sem ela. Um mundo que é cada vez mais tecnológico é também um mundo que precisa cada vez mais de energia elétrica para fazer funcionar todos os dispositivos que são utilizados. A busca por fontes limpas e a melhoria da eficiência energética de equipamentos cresceu muito nos últimos anos como a Figura 2 mostra. A necessidade de uma revolução na maneira de produzir e consumir eletricidade é um dos muitos importantes desafios da humanidade. Hoje existem 7,7 bilhões de pessoas que consomem mais de um milhão de terajoule de energia (de todas as fontes) por dia, segundo (Gray, 2017) em seu artigo na *British Broadcasting Corporation* (BBC). De acordo com a IEA a população mundial consumiu 21 372TWh de energia elétrica em 2017.

A quantidade de energia elétrica consumida cresce a cada ano, e este é um dos inúmeros trabalhos e pesquisas que visam buscar soluções para os problemas que já não estão no futuro, estão presentes hoje em dia e por isso devem ser solucionados.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo Geral

Este trabalho se enquadra no contexto da produção de energia renovável que possui poucos impactos ambientais como as hidrelétricas fio d'água.

O ponto chave deste trabalho é o estudo da utilização da previsão probabilística na meteorologia e do mercado de energia elétrica, para otimizar a produção de hidrelétricas fio d'água valorizando ao máximo a quantidade de água disponível. O objetivo geral é obter uma comparação entre otimização determinística e probabilística.

1.3.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos do trabalho são:

- a) Garantir a coerência da previsão por conjunto;
- b) Identificar diferentes maneiras de tomar em conta os dados estocásticos;
- c) Analisar os impactos da otimização probabilística em relação à determinística

Com o fim da fase introdutória do trabalho, o leitor pode avançar para o próximo capítulo, onde, apresenta-se e explica-se os conhecimentos base que são necessários para a compreensão integral deste trabalho. Toda a teoria importante pode ser concentrada em alguns pilares que estão descritos nos subcapítulos da seção Instrumentos de análise.

2 INSTRUMENTOS DE ANÁLISE

2.1 USINA HIDRELÉTRICA

Uma central hidrelétrica é uma obra de engenharia que utiliza o potencial hidráulico de um rio para produzir eletricidade, estas centrais utilizam a pressão da queda de água para fazer girar as turbinas, que estão conectadas à geradores, transformando assim a energia potencial e cinética em eletricidade. Estas usinas podem ter diferentes portes, e a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) possui três classificações em função da potência instalada. A Tabela 1 mostra a classificação:

Tabela 1 Classificação de hidrelétricas

Tipo de usina	Potência instalada
Central Geradora Hidrelétrica (CGH)	até 1MW
Pequena Central Geradora (PCG)	1,1MW até 30MW
Usina Hidrelétrica de Energia (UHE)	acima de 30MW

Fonte: Realizada pelo autor

Além da classificação por porte das usinas, elas também podem ser divididas em dois grandes grupos, usinas fio d'água e de reservatório. Existe uma confusão nesta divisão, já que, em muitos casos, usinas fio d'água possuem um reservatório como a usina de Itaipu por exemplo. Porém, o acúmulo de água é insignificante em relação ao fluxo de água do rio Paraná, ou seja, o reservatório não conseguiria "segurar" toda a água que chega. Para melhor compreensão, a definição da ANEEL pode ser lida a seguir:

De acordo com a Resolução Normativa ANEEL n. 425, de 1 fevereiro de 2011:

Usina hidrelétrica ou pequena central hidrelétrica que utiliza reservatório com acumulação suficiente apenas para prover regularização diária ou semanal, ou ainda que utilize diretamente a vazão afluente do aproveitamento. (ANEEL, 2011)

Muito se discute sobre a falta de regularidade das usinas fio d'água já que não possuem grandes reservatórios, e por isso, ficam sujeitas a redução da produção de energia elétrica em certos períodos. Com isso, as usinas termelétricas são ativadas

umentando o preço da energia para consumidor final, e contribuindo para a poluição. Como já explicado na seção 1.3, o objetivo deste trabalho envolve a melhoria da eficiência das usinas fio d'água, reduzindo a influência das termelétricas no cenário Brasileiro ou de qualquer outro país que possua grande utilização da fonte hidráulica para geração de energia elétrica.

2.2 NOÇÕES DE MERCADO DE ENERGIA ELÉTRICA

O mercado do Setor Elétrico Brasileiro (SEB) sofreu sua última grande reforma em 2004, com objetivo de solucionar alguns problemas da época. No entanto, atualmente ainda enfrenta outros desafios a serem superados, como (Viana, 2018), (Dantas, Castro, Dorado, Vardiero, & Brandão, 2017) e (Hochstetler, 2017) mostram em seus trabalhos. A complexidade regulatória, um Preço de Liquidação de Diferenças (PLD) extremamente volátil e uma limitação na migração dos consumidores do Ambiente de Contratação Regulada (ACR) para o Ambiente de Contratação Livre (ACL) são alguns exemplos dos problemas apontados pelos autores. Essas dificuldades tornam necessária a evolução do mercado brasileiro para continuar garantindo a expansão eficiente do sistema elétrico, mas também aproximar-se de um mercado mais competitivo expandindo o mecanismo de leilões (inclusão do mercado *day-ahead* e *intraday*).

O mercado de energia é geralmente dividido entre o mercado de varejo e de atacado sendo que a maioria da energia produzida pelos produtores é comercializada neste último. Os intervenientes no mercado atacadista são os produtores, os fornecedores de eletricidade e os grandes consumidores industriais. O particular neste mercado é que a eletricidade se distingue da maioria dos outros bens de consumo, de maneira que ela deve ser produzida na quantidade e no momento em que é necessário, uma vez que não pode ser armazenada facilmente. Portanto, a maioria das transações de eletricidade envolve a entrega em um determinado momento no futuro. Dependendo do tipo de contrato ou de mercado, as transações podem cobrir diferentes períodos de tempo (Erbach, 2016):

- **Contratos a longo termo:** até 20 anos;
- **Mercado futuro:** de semanas à alguns anos;

- **Mercado *day-ahead***: dia seguinte;
- **Mercado *intraday***: durante o dia com entregas à tempo determinado;
- **Mercado de equilíbrio**: equilíbrio em tempo real em função da oferta e demanda.

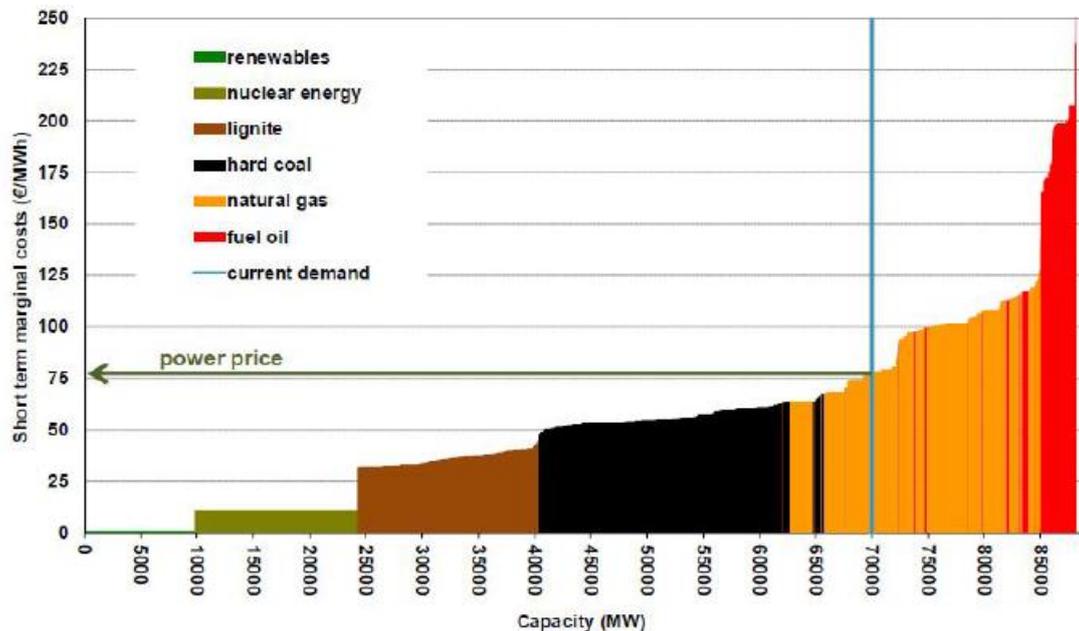
A eletricidade pode ser negociada de forma privada entre duas partes, assim ocorre no mercado de “balcão”. Também pode ser comercializada através de uma bolsa Energia (como no caso da Europa: EPEX SPOT), que em conjunto traz mais compradores/vendedores e oferece preços transparentes e competitivos. Os preços da energia variam em função da famosa lei da oferta e procura, mas existem outras variáveis que afetam o preço. No mercado atacadista, o preço da eletricidade oscila, e em geral os preços são maiores durante o dia nos dias úteis, e menores ao amanhecer e aos fins de semana.

No caso de mercados de energia elétrica competitivos, sempre que a rede necessita de eletricidade, as geradoras são iniciadas em uma ordem que vai do preço de custo mais baixo ao preço mais elevado. A aplicação deste princípio levou ao “efeito sobre o mérito”, segundo o qual os preços atacadistas baixam devido ao fato dos produtores de energia eólica, hidráulica e solar não possuírem custos de combustível e podem, por conseguinte, oferecer preços baixos que determinam os níveis de preços para os outros geradores. O Gráfico 1 mostra exatamente a aplicação do efeito de mérito no mercado de energia elétrica da Alemanha. As usinas com baixíssimo custo (renováveis) são despachadas primeiro, em seguida as nucleares, e assim por diante até o momento que a demanda (linha azul) no dado instante é suprida. O custo de operação da última usina é definido como preço SPOT, que neste gráfico está um pouco acima de 75€/MWh.

O mercado *day-ahead* é onde a maior parte da energia é comercializada na Europa e também em alguns estados dos EUA. Seu funcionamento se dá da seguinte maneira: os produtores devem, antes das 12 horas do dia presente, declarar a energia que será produzida e, portanto, comercializada no dia seguinte. Porém no momento da declaração as empresas não sabem os preços da energia do dia seguinte. Somente depois de 12:40 os preços SPOT são estabelecidos e divulgados pela bolsa de valores. Em outras palavras, as empresas hidrogeradoras preveem os preços do dia seguinte para tentar trabalhar com as margens do rio de modo a declarar sua

produção nos momentos mais favoráveis, já que a produção é dada em períodos horários.

Gráfico 1 Definição do preço SPOT (ordem de mérito) do mercado Alemão



Fonte: (Dantas, Castro, Dorado, Vardiero, & Brandão, 2017)

Uma vez declarada a produção de energia do dia seguinte, as empresas se comprometem a cumpri-la. Em caso de diferenças, positivas ou negativas, sanções são aplicáveis. A maneira mais inteligente para reduzir essas diferenças e evitar as penalidades é utilizando o mercado *intraday*. Neste mercado, os fornecedores podem vender energia continuamente até uma hora antes entrega, mas o preço é afetado em 5% em relação ao preço SPOT. Então, se uma concessionária produz menos energia do que declarou, pode encontrar outro produtor para comprar a quantidade de energia em falta e, assim, respeitar o que foi declarado (o inverso é feito em caso de sobre produção).

2.3 NOÇÕES DE METEOROLOGIA

A produção de energia das hidrelétricas é diretamente dependente da meteorologia, em função da dependência das chuvas. Assim, o entendimento dos fenômenos naturais é indispensável para a previsão da energia elétrica que será produzida por fontes hidráulicas e, portanto, a sua venda no mercado como explicado

acima. A previsão de chuva e do derretimento de neve (em alguns locais) são importantes e os analistas buscam calcular onde e quando haverá chuva/neve, e a quantidade que vai influenciar os afluentes dos rios.

Uma previsão meteorológica é uma estimativa do estado futuro da atmosfera. Ela é criada utilizando o estado atual da atmosfera por meio de diversas observações e, em seguida, calculando a evolução deste estado no tempo usando um modelo de computador de previsão. O resultado dos cálculos é então interpretado por um grupo de meteorologistas que realizam um boletim com as previsões. Importante frisar que as incertezas estão sempre presentes, já que o comportamento da atmosfera é muito dinâmico.

No caso das geradoras de energia elétrica, o objetivo é ser o mais preciso possível, gerando uma única curva de previsão que é utilizado para a criação do programa de produção das usinas. Como a atmosfera é um sistema caótico, os pequenos erros em seu estado inicial podem causar grandes erros nas previsões. Isto significa que nunca podemos criar um sistema de previsão perfeito, porque não podemos observar a todos os detalhes do estado inicial da atmosfera. Para solucionar esse problema de incertezas utiliza-se a teoria da previsão por conjunto que é detalhada na próxima seção.

2.4 NOÇÕES DE INCERTEZAS E PREVISÃO POR CONJUNTO

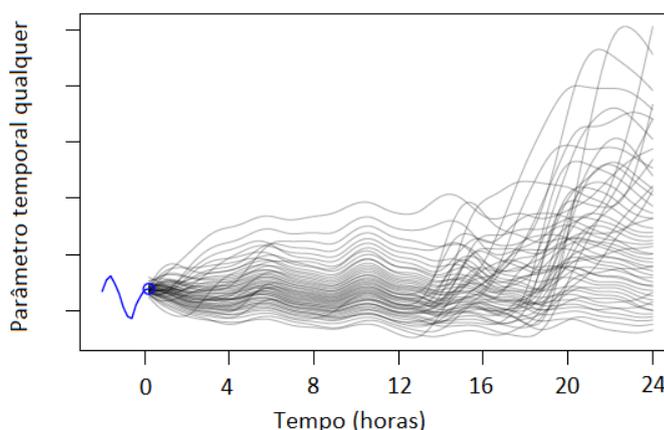
Esta seção explica o que é a previsão por conjunto e a sua importância na realização deste trabalho, afinal, as principais informações que alimentam o problema aqui exposto são dados incertos do futuro. Os modelos de previsão meteorológica não possuem um desempenho perfeito, eles estão sujeitos a erros, sejam eles devido a erros na medição das condições iniciais ou as imperfeições do modelo que aumentam os erros ao passar do tempo (Lorenz, 1963). A descoberta de que pequenos erros iniciais podem levar à erros catastróficos na previsão de um ponto futuro mais distante, o famoso efeito borboleta, fez com que se apontasse para a necessidade de mudanças na maneira de prever as condições climáticas. Segundo (Toth & Kalnay, 1993) realizar várias previsões com pequenas perturbações iniciais para obter um conjunto, pode ser um caminho para a confiabilidade das previsões meteorológicas.

De acordo com Epstein (1969, p. 739):

As previsões dinâmicas estocásticas apresentam erros quadráticos médios significativamente menores do que procedimentos determinísticos e também fornecem informações específicas sobre a natureza e extensão da incerteza das previsões. (Epstein, 1969).

A previsão do preço da energia do dia seguinte, assim como o fluxo d'água que chega dos afluentes são dados incertos, já que são dados do futuro e não são conhecidos no momento da definição do programa de produção do dia seguinte. Dessa forma, o primeiro passo para tomar em conta as incertezas nesses dados é modelá-las, ou seja, estimar a lei de probabilidade desses dados sabendo as informações disponíveis no lançamento do modelo (processo aleatório). Então, parte-se de uma previsão determinística desses dados para uma previsão probabilística. Por razões práticas, não se usa a lei da probabilidade como tal, mas várias realizações desta lei, criando-se a previsão por conjunto. Essa técnica corresponde matematicamente a uma amostra independente e distribuída de forma idêntica da lei de probabilidade da saída do modelo. Chama-se membro, um elemento desse conjunto de previsões e, traço a evolução de um membro com o passar do tempo, como mostrado no Gráfico 2. A curva em azul é a observação do passado até o instante que a previsão ocorre, e as curvas em cinza representam os membros da previsão por conjunto.

Gráfico 2 Previsão por conjunto de um fenômeno temporal qualquer



Fonte: Realizado pelo autor

A qualidade de uma previsão probabilística é dada por 3 critérios:

- **Precisão:** A precisão de uma previsão probabilística é a capacidade de prever a grandeza que será observada *a posteriori*. Para uma previsão determinista, a precisão corresponde à diferença entre a previsão e a observação *a posteriori*. Para uma previsão por conjunto, a previsão é normalmente estimada pela diferença entre a previsão média dos membros e a observação *a posteriori*.
- **Confiabilidade:** A confiabilidade de uma previsão é a confiança que pode ser ter dela. Por exemplo, quando esta é uma previsão categórica (uma previsão do tempo que anuncia a chuva ou não), confiabilidade é a capacidade de discernir as categorias, chuva ou não. Confiabilidade é, portanto, a visão do usuário sobre a precisão da previsão.
- **Resolução:** A resolução de uma previsão probabilística está associada à gama de incertezas. A resolução corresponde à largura, em torno da esperança da função densidade de probabilidade da previsão probabilística ou, equivalentemente, a extensão da função de distribuição da previsão probabilística. A resolução depende, portanto, da estimativa das incertezas: se as incertezas são mal estimadas, a previsão probabilística pode ser boa, mas sem ser muito confiável. A resolução não depende de observações feitas *a posteriori*.

Uma vez que essas informações são conhecidas, o detalhamento sobre como esses dados são gerados pode ser visto na seção 3.2.

2.5 NOÇÕES DE OTIMIZAÇÃO

Para realizar esta seção utiliza-se alguns conceitos encontrados nas notas de aula de (Secchi, 2015) e da tese de doutorado de (Croquet, 2012). A otimização é basicamente um processo para encontrar a solução ótima para um problema. No caso da matemática, busca-se encontrar o máximo ou o mínimo de uma função matemática a partir da escolha ótima das suas variáveis (inteiras ou reais) dentro de um conjunto possível de valores. As técnicas de otimização são, em geral, utilizadas quando a solução não pode ser facilmente obtida, seja um problema financeiro, ordenação de

tarefas ou qualquer outro. Existem alguns elementos que são importantes na otimização:

- Convexidade: quando a função objetivo é convexa, simplifica-se os resultados já que um mínimo local será um mínimo global e único,
- Espaço de busca: é a região, ou espaço regido pelas variáveis de decisão, onde está inserida a solução ótima da função objetivo,
- Função objetivo: é a função a qual decide-se maximizar ou minimizar,
- Restrições: são as leis naturais que regem o problema, ou limites impostos, podendo ser equações de igualdade ou desigualdade,
- Variáveis de decisão: são os valores que se alteram afim de encontrar a combinação que possui solução ótima, as variáveis podem ser reais, inteiras ou discretas.

As definições matemáticas de uma otimização determinística de dimensão finita são descritas a seguir:

Seja $f \in \mathcal{F}(\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p, \mathbb{R})$, $g = (g_k)_{1 \leq k \leq r} \in \mathcal{F}(\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p, \mathbb{R}^r)$ onde n , p e r são inteiros não nulos. Seja $e \in \mathbb{R}^p$, considera-se o problema de otimização determinista com restrições sob a forma geral:

$$\max_{x \in \mathbb{R}^n} \{f(x, e) | \forall k \in \{1, \dots, r\}, g_k(x, e) \leq 0\} \quad (1)$$

Procura-se encontrar um vetor $x \in \mathbb{R}^n$ que maximiza a função parcial $f(\cdot, e)$ e que satisfaz as restrições: $\forall k \in \{1, \dots, r\}, g_k(x, e) \leq 0$. Pode-se escrever $\max_{x \in \mathbb{R}^n} \{f(x, e) | \forall k \in \{1, \dots, r\}, g_k(y, e) \leq 0\}$.

Denota-se $\mathcal{A} = \mathcal{A}(e) = \{x \in \mathbb{R}^n | \forall k \in \{1, \dots, r\}, g_k(x, e) \leq 0\}$ o conjunto de elementos admissíveis do problema de otimização (equação (1)). Supõe-se, a partir desse momento, que $\mathcal{A} \neq \emptyset$.

- A função f é chamada de função objetivo do problema de otimização,
- as funções de restrição são: $\forall k \in \{1, \dots, r\}, g_k(x, e) \leq 0$,
- o vetor $x \in \mathbb{R}^n$ é a variável de decisão (é aquele sobre a qual incide a otimização),

- o vetor $e \in \mathbb{R}^p$ é a variável ambiental (que intervém unicamente na avaliação da função objetivo e das limitações),
- diz-se que o problema de otimização (equação (1)) é convexo se as funções $f(\cdot, e)$ e g são convexas. Nesse caso o conjunto \mathcal{A} é convexo.

Existe um teorema de existência para os problemas de otimização convexas

Teorema 1:

- o problema de otimização (equação (1)) é convexo,
- a função parcial (convexa) $f(\cdot, e)$ é contínua,
- o conjunto (não vazio e convexo) \mathcal{A} é fechado,
- uma (no mínimo) das duas afirmações a seguir é verdadeira:

(i) o conjunto (não vazio, convexo e fechado) \mathcal{A} é limitada

(ii) a função parcial (contínua) - $f(\cdot, e)$ é coerciva

Portanto, existe (no mínimo) um vetor $x \in \mathcal{A}$ solução do problema de otimização (equação (1)). Supõe-se também que a função $f(\cdot, e)$ é estritamente convexa sobre \mathcal{A} , então existe um único vetor $x \in \mathcal{A}$ que é solução do problema de otimização (equação (1)).

Diz-se que o problema de otimização (equação (1)) é linear se as funções $f(\cdot, e)$ e g são funções afins. Lembrando que : seja $\varphi = (\varphi_k)_{1 \leq k \leq r}$ uma função de \mathbb{R}^n dentro de \mathbb{R}^p , se diz que a função φ é afim se por todo $k \in \{1, \dots, r\}$ existe $a_k \in \mathbb{R}^n$ e $b_k \in \mathbb{R}$ tal que $\forall x \in \mathbb{R}^n, \varphi_k(x) = \langle a_k, x \rangle + b_k$. Deduz-se do teorema 1, o teorema de existência para os problemas lineares seguinte.

Teorema 2:

- o problema de otimização (equação (1)) é linear,
- o conjunto (não vazio e fechado) \mathcal{A} é limitado,

Portanto, existe (no mínimo) um vetor $x \in \mathcal{A}$ solução do problema de otimização (equação (1)). Define-se que para todo $e \in \mathbb{R}^p$ o problema de otimização (equação (1)) possui (ao mínimo) uma solução. Supõe-se também que as funções f e g podem ser calculadas.

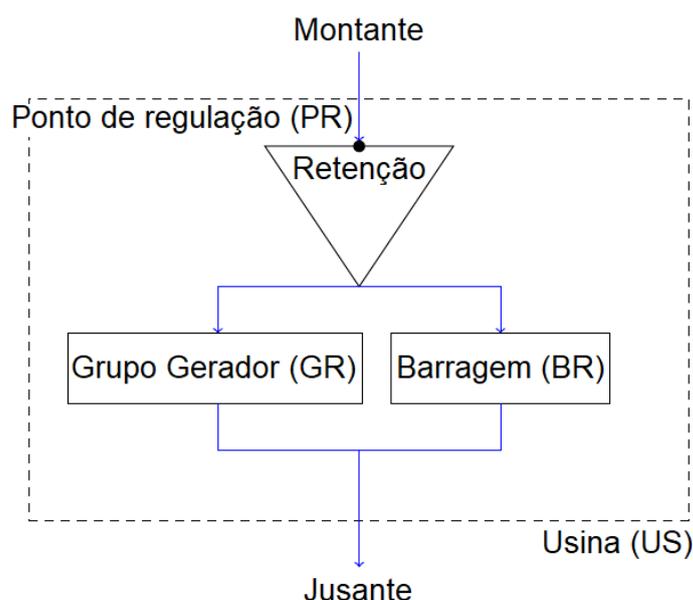
3 METODOLOGIA

A metodologia aqui presente descreve os procedimentos realizados para criação coerente dos dados de entrada e da modelização do problema, permitindo assim a obtenção dos resultados. Dessa maneira, analisa-se as informações descritas na seção Instrumentos de análise, para que sejam aplicadas com o objetivo de atender os resultados finais. Por se tratar de um estudo de caso, utiliza-se uma abordagem qualitativa que permite uma análise também quantitativa dos resultados.

3.1 MODELIZAÇÃO DO RIO

As usinas fio d'água são muitas vezes instaladas em cascata, para aproveitar a alta vazão que o rio possui. Considera-se então uma série de usinas, em que a quantidade delas depende do caso estudado, e que se atribui o índice i para cada usina, na ordem de montante para jusante, onde $i \in \{1, \dots, I\}$, sendo I o número de usinas. Este tipo de ordenamento é caracterizado pelo esquema da Figura 4. O rio (em azul) é separado em dois ramos: um ramo que possui a barragem e o vertedouro e um ramo que possui o grupo gerador. Estes dois ramos encontram-se a jusante.

Figura 4 Esquema geral de uma usina hidrelétrica



Fonte: Realizada pelo autor

Assim uma usina é caracterizada por:

- Um grupo gerador (GR): geração de energia elétrica,
- Uma barragem (BR) que possui um vertedouro: retenção e liberação de água (alguns casos também possuem geradores),
- Um ponto de regulação (PR): ponto de referência para os cálculos,
- Uma retenção: volume de água estocado entre a saída da usina anterior e a usina considerada.

A barragem permite criar uma retenção (para formar a altura de queda ao nível da usina), garantir vazão mínima ecológica e a descarga de água em caso de saturação do volume. O grupo gerador contém as turbinas que produzem uma potência elétrica proporcional à vazão de água que as atravessa e à altura de queda. Dado que o volume da retenção é baixo (em relação à entrada de água, já que se trata de usinas fio d'água), o volume é diretamente impactado pela vazão dos afluentes a montante e, por conseguinte, à situação meteorológica.

3.1.1 Horizonte de cálculo

O dia D se refere ao dia presente em que os cálculos são feitos. Para ter uma abordagem numérica, o tempo é discretizado em períodos de tempo regulares. A partir desse momento considera-se a variável $t \in \{1, \dots, T\}$, onde $T \in \mathbb{N}^*$, em ordem cronológica. O horizonte de cálculo na modelização do rio é por definição o conjunto dos períodos de tempo em que os cálculos são realizados, e vários tamanhos de horizontes podem ser utilizados, mas considerando-se que se trabalha no mercado do tipo *day-ahead* e com previsões, este horizonte não precisa ser longo. Define-se então:

- O horizonte de cálculo inclui 4 dias, do $D - 1$ ao $D + 2$ (inclusive),
- O período de tempo possui uma duração de 10 minutos.

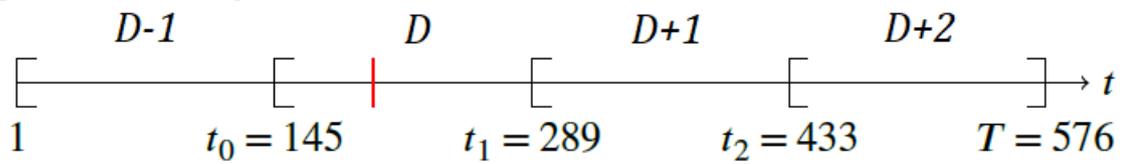
Considerando esses valores, um horizonte de cálculo possui $T = 4 * 24 * 6 = 576$ períodos de tempo. Denota-se também:

- $t_0 = 24 * 6 + 1 = 145$ é o primeiro período de tempo do dia D ,
- $t_1 = 2 * 24 * 6 + 1 = 289$ é o primeiro período de tempo do dia $D + 1$,

- $t_2 = 3 * 24 * 6 + 1 = 433$ é o primeiro período de tempo do dia $D + 2$,
- $t_D \in \{t_0, \dots, t_1 - 1\}$ é o período de tempo do instante presente (10h do dia D).

A Figura 5 permite uma compreensão visual desta definição temporal do problema, onde a linha vermelha marca o instante presente. Os cálculos são feitos somente para os períodos de tempo do futuro (entre t_D e T) e os dados do passado são utilizados já são dados observados e reais.

Figura 5 Demonstração visual do horizonte de cálculo



Fonte: Realizada pelo autor

3.1.2 Vazão de água e tempo de atraso

Seja $i \in \{1, \dots, I\}$ e $t \in \{1, \dots, T\}$ tem-se:

- $Q_{GR}(i, t)$ a vazão de água que atravessa o grupo gerador da usina i no período de tempo t ,
- $Q_{BR}(i, t)$ a vazão de água que atravessa o vertedouro da usina i no período de tempo t ,
- $Q_{BRMin}(i, t)$ a vazão mínima restrita da barragem da usina i no período de tempo t .

A vazão teórica da usina $Q_{UST}(i, t)$ na usina i no período de tempo t é por definição a vazão que atravessa a usina se não existisse nenhuma restrição:

$$Q_{UST}(i, t) = Q_{GR}(i, t) + Q_{BR}(i, t) - Q_{BRMin}(i, t)$$

O conhecimento da vazão teórica da usina $Q_{UST} = (Q_{UST}(i, t))_{\substack{1 \leq i \leq I \\ 1 \leq t \leq T}} \in \mathbb{R}^{I \times T}$ permite definir completamente o programa de produção (isto é (i.e.) vazão do grupo gerador, vazão da barragem caso possua gerador, e portanto a potência total

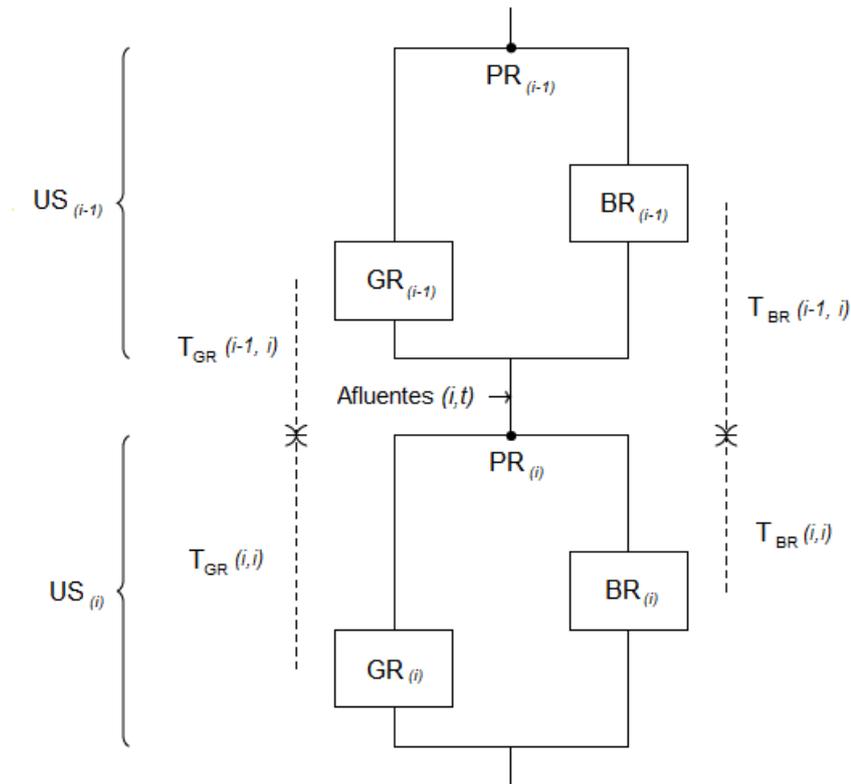
turbinada) no horizonte de cálculo. A partir dessa etapa chama-se $Q_{UST} \in \mathbb{R}^{I \times T}$ de programa de produção.

A propagação da água de uma usina para outra é um fenômeno indispensável na modelização de um rio. O tempo de atraso é o tempo de propagação da água de um ponto para o ponto de regulação da usina considerada. Na gama energética (desconsiderando de enchente e estiagem), o tempo de atraso é praticamente constante, e é independente do fluxo (o fluxo pode mudar, mas a velocidade de propagação é constante). Na sequência, supõe-se que os tempos de atraso são constantes (ao seu valor médio observado na gama energética) e expressos em números em período tempo de 10 minutos.

Usando como o exemplo o estudo de caso descrito na seção 4, a água leva cerca de um a dois dias para percorrer todo o rio Ródano. Portanto, para conhecer as vazões do dia D e em diante, é necessário inicializar os cálculos a partir do fluxo realizados no dia $D - 1$ e por isso é dada a importância aos dados do passado. A Figura 6 mostra o esquema da modelização do tempo de propagação. Para todo $i \in \{1, \dots, I\}$, tem-se:

- $T_{GR}(i - 1, i)$ o tempo de atraso entre a saída do grupo gerador da usina $i - 1$ e o ponto de regulação da usina i ,
- $T_{BR}(i - 1, i)$ o tempo de atraso entre a saída da barragem da usina $i - 1$ e o ponto de regulação da usina i ,
- $T_{GR}(i, i)$ o tempo de atraso entre o ponto de regulação da usina i a entrada do grupo gerador da usina i ,
- $T_{BR}(i, i)$ o tempo de atraso entre o ponto de regulação da usina i a entrada da barragem da usina i .

Figura 6 Esquema da modelização do tempo de atraso



Fonte: Realizada pelo autor

3.1.3 Balanço d'água e restrições de exploração

Sendo $i \in \{1, \dots, I\}$ e $t \in \{t_D, \dots, T\}$: denota-se *Contribuição* (i, t) o fluxo de água natural (principalmente os afluentes do rio) que chegam ao ponto de regulação da usina i no período de tempo t . Nota-se também $V(i, t)$ o volume da retenção da usina i no período de tempo t . Sendo assim, a vazão de água $Q_{in}(i, t)$ que entra na usina i no período de tempo t , que propaga ao ponto de regulação provém dos afluentes naturais, e da propagação da usina anterior:

$$Q_{in}(i, t) = \text{Contribuição}(i, t) + Q_{GR}(i-1, t - T_{GR}(i-1, i)) + Q_{BR}(i-1, t - T_{BR}(i-1, i)) \quad (2)$$

A vazão de água $Q_{out}(i, t)$ que sai da usina i no período de tempo t que propaga ao ponto de regulação se escreve:

$$Q_{out}(i, t) = Q_{GR}(i, t - T_{GR}(i, i)) + Q_{BR}(i, t - T_{BR}(i, i)) \quad (3)$$

A equação principal da modelização da usina i é a descrição do balanço d'água no ponto de regulação, onde $\delta t = 10min$: que é a duração do período de tempo:

$$Q_{out}(i, t) = Q_{in}(i, t) - \frac{V(i, t) - V(i, t-1)}{\delta t} \quad (4)$$

As restrições de exploração são as restrições que devem respeitar as diferentes grandezas definidas acima. Um exemplo de restrição são os valores máximos e mínimos do reservatório, ou até mesmo a vazão máxima e mínima de um grupo gerador. O enorme conjunto de restrições não está descrito explicitamente neste relatório, mas é importante notar que todas as restrições são expressas como restrições do programa de produção Q_{UST} . Denota-se $\mathcal{A} \subset \mathbb{R}^{I \times T}$ o conjunto de programas de produção $Q_{UST} \in \mathbb{R}^{I \times T}$ satisfazendo as leis físicas da modelização (balanço d'água) e das restrições de exploração. Esse conjunto depende dos afluentes $Contribuição \in \mathbb{R}^{I \times T}$ e admite-se que se pode definir o conjunto \mathcal{A} na maneira:

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}(Contribuição) = \{Q_{UST} \in \mathbb{R}^{I \times T} \mid \forall l \in \{1, \dots, r\}, g_l(Q_{UST}, Contribuição) \leq 0\} \quad (5)$$

onde $g = (g_l)_{1 \leq l \leq r} \in \mathcal{F}(\mathbb{R}^{I \times T} \times \mathbb{R}^{IT}, \mathbb{R}^r)$ com $r \in \mathbb{N}^*$ é uma função convexa (pelo menos quando definida por partes).

3.1.4 Retorno financeiro

O retorno financeiro do horizonte de cálculo futuro se calcula a partir da potência elétrica produzida e do preço da energia. Seja $i \in \{1, \dots, I\}$ e $t \in \{1, \dots, T\}$: a vazão turbinada $Q_{Turb}(i, t)$ da usina i no período de tempo t é obtida a partir do programa de produção $Q_{UST} \in \mathbb{R}^{I \times T}$. Sendo $Q_{Turb}(i, t) = Q_{GR}(i, t) + \lambda_i Q_{BR}(i, t)$ onde $\lambda_i \in [0; 1]$ é um parâmetro conhecido e depende da existência de geradores no vertedouro.

Denota-se $P_{HidroUS}(i, t)$ a potência hidroelétrica (líquida) produzida pela usina i no período de tempo t . Ela é calculada em função da relação física ϕ_i (conhecida) entre a vazão turbinada e a potência produzida: $P_{HidroUS}(i, t) = \phi_i(Q_{Turb}(i, t))$. A potência total produzida pelo conjunto de usinas no período de tempo t é calculada

pela equação $P_{Hidro}(t) = \sum_{i=1}^I P_{HidroUS}(i, t)$. Para simplificar o problema, considera-se que não existe perda, ou seja, a produção bruta é igual a produção líquida.

Denota-se $P_{Vendas}(t)$ a potência que foi vendida para o período de tempo t . Esse valor é principalmente a venda realizada no dia anterior no mercado *day-ahead*, ou seja, se $t \geq t_1$, $P_{Vendas}(t) \approx 0$, já que no momento da otimização se está em t_D e, portanto, o programa do $D + 1$ ainda não foi definido. O retorno financeiro G_t , no período de tempo t , é obtido a partir da potência produzida $P_{Hidro}(t)$ (em MW), do preço da energia $Preço(t)$ (nesse caso estudado, em €/MWh) e da potência já vendida no mercado $P_{Vendas}(t)$ (em MW):

$$G_t = \delta t * \alpha(t) * Preço(t) * (P_{Hidro}(t) - P_{Vendas}(t))$$

onde $\delta t = 10min$ que é a duração do período de tempo, e

$$\alpha(t) = \begin{cases} 1 & \text{se } t \geq t_1 \\ 0,92 & \text{se } t < t_1 \text{ e } P_{Hidro}(t) \geq P_{Vendas}(t) \\ 1,08 & \text{se } t < t_1 \text{ e } P_{Hidro}(t) < P_{Vendas}(t) \end{cases}$$

O coeficiente $\alpha(t)$ permite simplesmente modelizar os preços do mercado *intraday* do dia D a partir do preço SPOT. O valor de 0,92 se refere ao preço afetado do mercado *intraday* para venda do excesso de produção em relação à venda realizada no dia anterior, e o valor de 1,08 se refere ao preço afetado para compra da falta de produção da venda realizada no dia anterior. O retorno financeiro do horizonte de cálculo é obtido a partir do programa de produção $Q_{UST} \in \mathbb{R}^{I \times T}$ e do preço da energia $Preço \in \mathbb{R}^T$:

$$G(Q_{UST}, Preço) = \sum_{t=t_j}^T G_t = \delta t \sum_{t=t_j}^T \alpha(t) Preço(t) (P_{Hidro}(t) - P_{Vendas}(t)) \quad (6)$$

Onde as variáveis em azul dependem diretamente do programa de produção Q_{UST} .

3.2 MÉTODO PARA OBTENÇÃO DA PREVISÃO POR CONJUNTO

Toda essa seção foi escrita a partir do artigo de (Candille & Talagrand, 2004), da tese de doutorado de (Vié, 2012) e dos conhecimentos adquiridos durante o estágio

realizado na França. Por serem informações complementares, elas estão referenciadas no começo deste capítulo, e não a cada momento específico.

A seguir, as previsões do mercado de energia são dadas a prazos específicos de tempo discreto, e as meteorológicas são dadas a pontos específicos do espaço e a prazos de tempo. Os pontos do espaço são indexados pela variável $i \in \{1, \dots, I\}$ (onde $I \in \mathbb{N}^*$) e os intervalos temporais são indexados pela variável $h \in \{1, \dots, H\}$ (onde $H \in \mathbb{N}^*$). Usa-se também os $L = I * H$ pares, $l = (i, h)$ para $i \in \{1, \dots, I\}$ e $h \in \{1, \dots, H\}$ (ordenados, por exemplo, na ordem lexicográfica). Assim, reagrupamos a dependência espacial e temporal dentro do mesmo índice $l \in \{1, \dots, L\}$ para as previsões meteorológicas, e somente a dependência temporal para a previsão do mercado de energia. Para cobrir o caso mais complexo, previsão meteorológica, o método é descrito para o índice l , no caso da previsão do mercado de energia, considerar somente a variável do tempo h . Seja então $X = (X(l))_{1 \leq l \leq L}$ um processo aleatório real representando um parâmetro escalar que se procura prever, e que está em função do espaço e do tempo.

Considera-se um modelo preditivo determinístico que fornece uma previsão do parâmetro X de informações disponíveis no momento do seu lançamento (dados de entrada). Uma previsão por conjunto bruta de X é obtida perturbando ligeiramente os dados de entrada de acordo com as incertezas estimadas: para cada conjunto de dados de entrada perturbados, o modelo de predição determinístico é lançado com esse conjunto de condições iniciais e obtém-se um membro do conjunto. Denota-se $(x_1(l), \dots, x_M(l))_{1 \leq l \leq L}$ (onde $M \in \mathbb{N}^*$) a previsão por conjunto bruta do parâmetro X obtido.

Em geral, a previsão por conjunto bruta resultante está sujeita a erros do modelo de previsão e da falta de precisão. Um pós-processamento estatístico é, portanto, necessário para gerenciar a calibração e a resolução da lei do processo aleatório X . A ideia é usar um histórico de pares de previsão/observação para corrigir a saída do modelo de previsão e, esse histórico faz parte o conjunto de aprendizado para pós-processamento estatístico.

Existem dois grandes métodos para o pós-processamento estatístico que possuem performances equivalentes:

1. **Ensemble Model Output Statistics (EMOS):** Esse método permite estimar para todo $l \in \{1, \dots, L\}$, a lei global da variável aleatória $[X(l)|x_1(l), \dots, x_M(l)]$.

Seja $l \in \{1, \dots, L\}$, o caso clássico do pós-processamento EMOS onde o objetivo é encontrar uma lei normal:

$$X(l)|x_1(l), \dots, x_M(l) \sim \mathcal{N}(a_0(l) + a_1(l)x_1(l) + \dots + a_M(l)x_M(l), b_0(l) + b_1(l)\sigma(l)^2)$$

onde $(a_i(l))_{0 \leq i \leq M} \in \mathbb{R}^{M+1}$, $(b_0(l), b_1(l)) \in \mathbb{R}^2$ e $\sigma(l)$ é o desvio padrão empírico da amostra $(x_1(l), \dots, x_M(l))$. Os coeficientes $(a_m)_{0 \leq m \leq M} \in \mathbb{R}^{M+1}$ e $(b_0, b_1) \in \mathbb{R}^2$ são estimados por regressão linear múltipla, por máximo de probabilidade ou por minimização do *Continuous Ranked Probability Score (CRPS)* descrito na seção 3.2.2.

2. Bayesian Model Averaging (BMA): Esse método estima para todo $l \in \{1, \dots, L\}$ a lei da variável aleatória $[X(l)|x_1(l), \dots, x_M(l)]$ como combinação linear das leis das variáveis aleatórias $[X(l)|x_m(l)]$, para $m \in \{1, \dots, M\}$. Seja $l \in \{1, \dots, L\}$, o caso clássico do pós-processamento BMA onde o objetivo é encontrar uma combinação linear das leis normais:

$$X(l)|x_1(l), \dots, x_M(l) \sim \sum_{m=1}^M \omega_m(l) \mathcal{N}(c_{0m}(l) + c_{1m}(l)x_m(l), \sigma_m(l)^2)$$

onde $(\omega_m(l))_{1 \leq m \leq M} \in [0; 1]^M$, $(c_{0m}(l))_{1 \leq m \leq M} \in \mathbb{R}^M$, $(c_{1m}(l)) \in \mathbb{R}^M$ e $\sigma_m(l)_{1 \leq m \leq M} \in \mathbb{R}_+^M$ são estimados por máximo de probabilidade ou por minimização do CRPS.

Nessa etapa, é estimado para todo $l \in \{1, \dots, L\}$ a lei da variável aleatória real $[X(l)|x_1(l), \dots, x_M(l)]$. Reconstrói-se uma previsão por conjunto do parâmetro X com M membros, retirando para todo $l \in \{1, \dots, L\}$, M realizações $\tilde{x}_1(l), \dots, \tilde{x}_M(l)$ da variável aleatória $[X(l)|x_1(l), \dots, x_M(l)]$. Ao invés de retirar os valores aleatoriamente, pode-se também utilizar os M quantis de ordem $l/(M+1)$, para $l \in \{1, \dots, M\}$, e é isso que permite realizar uma melhor amostragem da lei de probabilidade da variável aleatória real $[X(l)|x_1(l), \dots, x_M(l)]$.

A previsão por conjunto $(\tilde{x}_1(l), \dots, \tilde{x}_M(l))_{1 \leq l \leq L}$ construída é calibrada com o conjunto de aprendizagem e assim ela não está mais sujeita aos erros do modelo de previsão. Porém, ela não respeita a coerência espaço-temporal das previsões: para todo $m \in \{1, \dots, M\}$, o m -ésimo valor $\tilde{x}_m(l)$ em um ponto $l \in \{1, \dots, L\}$ é retirado independentemente do m -ésimo valor $\tilde{x}_m(l')$ em um outro ponto $l' \in \{1, \dots, L\} \setminus \{l\}$. No entanto, essa coerência espaço-temporal é uma característica indispensável numa previsão meteorológica realista. Deve-se encontrar um método para criar uma

previsão por conjunto respeitando a coerência espaço-temporal, a partir da previsão por conjunto $(\tilde{x}_1(l), \dots, \tilde{x}_M(l))_{1 \leq l \leq L}$.

3.2.1 Método para obtenção da coerência espaço-temporal

A coerência espaço-temporal da previsão por conjunto $(\tilde{x}_1(l), \dots, \tilde{x}_M(l))_{1 \leq l \leq L}$ é construída pelo rearranjo dos membros a cada índice $l \in \{1, \dots, L\}$. Existem duas maneiras eficazes de realizar o rearranjo:

1. Ensemble Copula Coupling (ECC): para todo $l \in \{1, \dots, L\}$, organiza-se os valores $(\tilde{x}_m(l))_{1 \leq m \leq M}$ de maneira a conservar a ordem dos traços da previsão bruta $(x_1(l), \dots, x_M(l))_{1 \leq l \leq L}$.

Seja $s_1 \in \mathcal{S}_M$ uma permuta que organiza o conjunto $(\tilde{x}_m(l))_{1 \leq m \leq M}$ em ordem crescente: $\tilde{x}_{s_1(1)}(l) \leq \dots \leq \tilde{x}_{s_1(M)}(l)$

Seja $\sigma_1 \in \mathcal{S}_M$ uma permuta que organiza o conjunto $(x_m(l))_{1 \leq m \leq M}$ em ordem crescente: $x_{\sigma_1(1)}(l) \leq \dots \leq x_{\sigma_1(M)}(l)$

Impõe-se que $\forall m \in \{1, \dots, M\}$, $\hat{x}_m(l) = \tilde{x}_{s_1(\sigma_1^{-1}(m))}(l)$

A previsão por conjunto $(\hat{x}_1(l), \dots, \hat{x}_M(l))_{1 \leq l \leq L}$ respeita então a coerência espaço-temporal da previsão por conjunto bruta $(x_1(l), \dots, x_M(l))_{1 \leq l \leq L}$.

2. Schaake Shuffle: para todo $l \in \{1, \dots, L\}$, organiza-se os valores $(\tilde{x}_m(l))_{1 \leq m \leq M}$ de maneira a conservar a ordem dos traços formados por M observações $(\bar{x}_1(l), \dots, \bar{x}_M(l))_{1 \leq l \leq L}$ retiradas uniformemente de maneira aleatória.

Seja $s_1 \in \mathcal{S}_M$ uma permuta que organiza o conjunto $(\tilde{x}_m(l))_{1 \leq m \leq M}$ em ordem crescente: $\tilde{x}_{s_1(1)}(l) \leq \dots \leq \tilde{x}_{s_1(M)}(l)$

Seja $\sigma_1 \in \mathcal{S}_M$ uma permuta que organiza o conjunto $(x_m(l))_{1 \leq m \leq M}$ em ordem crescente: $x_{\sigma_1(1)}(l) \leq \dots \leq x_{\sigma_1(M)}(l)$

Impõe-se que $\forall m \in \{1, \dots, M\}$, $\hat{x}_m(l) = \tilde{x}_{s_1(\sigma_1^{-1}(m))}(l)$

A previsão por conjunto $(\hat{x}_1(l), \dots, \hat{x}_M(l))_{1 \leq l \leq L}$ respeita então a coerência espaço-temporal das M observações retiradas de maneira aleatória.

3.2.2 Qualidade da previsão por conjunto

Uma vez que o modelo estatístico é estimado sobre o conjunto de aprendizagem, testa-se a qualidade das previsões em um conjunto de teste (outro histórico de pares previsões brutas/observações). Procura-se quantificar os critérios de qualidade de um modelo de previsão probabilística descritos na seção 2.4. Denota-se D_{teste} o conjunto dos índices que formam o conjunto de teste sobre qual se mede a qualidade do modelo estatístico.

Para todo $d \in D_{teste}$ e para todo $l \in \{1, \dots, L\}$, denota-se:

- $\bar{x}^{(d)}(l)$ a observação *a posteriori* para o índice l do d -ésimo elemento do conjunto de teste;
- $(\hat{x}_1^{(d)}(l), \dots, \hat{x}_M^{(d)}(l))$ a previsão por conjunto coerente para o índice l do d -ésimo elemento do conjunto de teste;
- $F_1^{(d)}$ a função de distribuição prevista para o índice l do d -ésimo elemento do conjunto de teste.

O diagrama de Talagrand é uma ferramenta utilizada para visualizar a confiabilidade da previsão de conjunto do conjunto de teste. Para todo $d \in D_{teste}$ e, para todo $l \in \{1, \dots, L\}$ é definido:

$$r_{dl} = 1 + \text{card}\{m \in \{1, \dots, M\} \mid \bar{x}^{(d)}(l) \leq \bar{x}_m^{(d)}\} \in \{1, \dots, M + 1\}$$

Onde a categoria de observação $\bar{x}^{(d)}(l)$ dentre as previsões $\bar{x}_m^{(d)}(l)$ para $m \in \{1, \dots, M\}$.

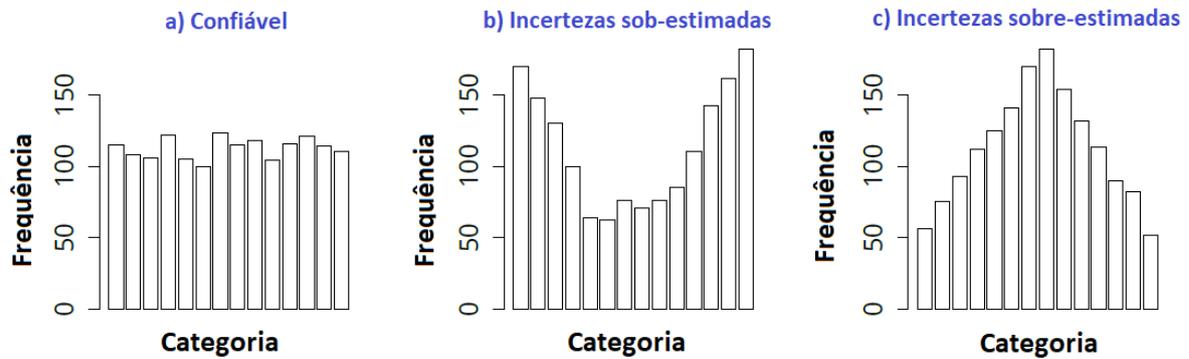
O diagrama de Talagrand é por definição a curva da função:

$$\begin{aligned} & \{1, \dots, M + 1\} \rightarrow \mathbb{N} \\ & r \rightarrow \text{card}\{(d, l) \in D_{teste} \times \{1, \dots, L\} \mid r_{dl} = r\} \end{aligned}$$

A Figura 7 representa as 3 situações básicas que se pode encontrar. Se o diagrama é relativamente nivelado (Figura 7a), as observações possuem a mesma probabilidade de estarem dentro dos intervalos formados pela previsão por conjunto: as previsões são confiáveis. Se o diagrama possui o formato de U (Figura 7b), onde as categorias das extremidades são sobre-representadas, as incertezas são sub-

estimadas. Inversamente, quando o diagrama possui o formato de \cap (Figura 7c) as incertezas estão sobre-estimadas.

Figura 7 Exemplos de diagramas de Talagrand



Fonte: Realizada pelo autor

Continuous Ranked Probability Score (CRPS): é um índice para medir a precisão e a resolução da previsão por conjunto. Ele calcula a diferença entre a função de distribuição das observações e das previsões. Seja $l \in \{1, \dots, L\}$ e para todo $d \in D_{teste}$ não existe incertezas sobre o valor $\bar{x}^{(d)}(l)$ já que se trata de uma observação e não é aleatória, então a função de distribuição das observações para o índice l do d -ésimo elemento do conjunto de teste é definido por:

$$\forall u \in \mathbb{R}, \mathbb{P}[\bar{x}^{(d)}(l) \leq u] = H(u - \bar{x}^{(d)}(l))$$

onde H é a função de Heavside, definida sobre \mathbb{R} por:

$$\forall u \in \mathbb{R}, H(u) = \begin{cases} 0 & \text{se } u < 0 \\ 1 & \text{se } u \geq 0 \end{cases}$$

o CRPS para o índice l é definido por:

$$CRPS(l) = \frac{1}{\text{card}(D_{teste})} \sum_{d \in D_{teste}} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(F_l^{(d)}(u) - H(u - \bar{x}^{(d)}(l)) \right)^2 du$$

O CRPS a um índice l é, portanto, a média das distâncias quadráticas entre a função de distribuição das previsões e a função de distribuição das observações para

cada par do conjunto de teste. O índice CRPS é sempre positivo, de mesma unidade que a grandeza X e quanto mais próximo de 0, as previsões possuem melhor resolução e são mais precisas.

Relação com o Mean Absolute Error (MAE): Nota-se que o CRPS é o análogo probabilístico do MAE. De fato, se para todo $d \in D_{teste}$, se dispõe de uma única previsão determinista $(\hat{x}_1^{(d)}(l))_{1 \leq l \leq L}$ da grandeza X em vez do conjunto $(\hat{x}_1^{(d)}(l), \dots, \hat{x}_M^{(d)}(l))_{1 \leq l \leq L}$ (i.e. se $M = 1$), então para todo $l \in \{1, \dots, L\}$:

$$CRPS(l) = \frac{1}{\text{card}(D_{teste})} \sum_{d \in D_{teste}} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(H(u - \hat{x}_1^{(d)}(l)) - H(u - \bar{x}^{(d)}(l)) \right)^2 du$$

onde encontra-se a definição do MAE:

$$CRPS(l) = \frac{1}{\text{card}(D_{teste})} \sum_{d \in D_{teste}} \left| \hat{x}_1^{(d)}(l) - \bar{X}^{(d)}(l) \right| = MAE(l)$$

Continuous Ranked Probability Skill Score (CRPSS): como o CRPS não é o suficiente para confirmar que as previsões do conjunto de teste são de boa qualidade, é necessário comparar a um CRPS de referência. Sendo assim, utiliza-se o CRPSS. Seja $l \in \{1, \dots, L\}$ e seja o CRPS de referência o cálculo da previsão por conjunto bruta $(x_1^{(d)}(l), \dots, x_M^{(d)}(l))_{1 \leq l \leq L}$ para $d \in D_{teste}$:

$$CRPS_{ref}(l) = \frac{1}{\text{card}(D_{teste})} \sum_{d \in D_{teste}} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(G_l^{(d)}(u) - H(u - \bar{x}^{(d)}(l)) \right)^2 du$$

onde, para todo $d \in D_{teste}$, $G_l^{(d)}$ designa a função de distribuição empírica da amostra $(x_1^{(d)}(l), \dots, x_M^{(d)}(l))$:

$$\forall u \in \mathbb{R}, G_l^{(d)}(u) = \frac{1}{M} \text{card} \left\{ m \in \{1, \dots, M\} \mid x_m^{(d)}(l) \leq u \right\}$$

o CRPSS é definido segundo a relação:

$$\forall l \in \{1, \dots, L\}, CRPSS(l) = 1 - \frac{CRPS(l)}{CRPS_{ref}(l)}$$

O valor do CRPSS está dentro do intervalo $] - \infty; 1]$. Quanto mais próximo de 1, a previsão de conjunto de teste possui melhor resolução e são mais precisas em relação as previsões por conjunto brutas. Em outras palavras as previsões por conjunto do conjunto de teste possuem melhor qualidade que as previsões brutas se, e somente se o CRPSS é positivo.

3.3 MÉTODOS PARA OTIMIZAÇÃO ESTOCÁSTICA

As informações sobre otimização expostas nessa seção foram elaboradas a partir de um conjunto de referências que são complementares. As fontes utilizadas sobre otimização sob incertezas são as teses de doutorado: (Guerra, 2016), (Baudoui, 2012), (Croquet, 2012) e dos artigos: (Pereira & Pinto, 1991), (Andrieu, 2004), e (Shapiro, 2010).

Esta seção detalha as diferentes abordagens probabilísticas para otimização estocástica (explícita, implícita e em duas etapas) que permitem integrar as incertezas sobre as variáveis ambientais (contribuições dos afluentes do Ródano e preços da eletricidade). Em alguns modelos de otimização, o valor da variável ambiental $e \in \mathbb{R}^p$ não é conhecida. É o caso, por exemplo, quando se representa a previsão de um preço ou de um parâmetro meteorológico para uma data futura. A otimização estocástica consiste em adaptar o problema da otimização determinista (equação (1)), tomando em conta as incertezas sobre a variável ambiental. A variável ambiental não é mais representada por um vetor $e \in \mathbb{R}^p$, mas por um vetor aleatório ξ , com valores em \mathbb{R}^p , dos quais se pressupõe que a lei do vetor é conhecida. Supõe-se, a partir desse momento, que o vetor aleatório ξ é de quadrado integrável, ou seja, pode-se calcular sua esperança $E[\xi]$ e sua variância $Var[\xi]$.

Existem três visões diferentes de otimização estocástica, dependendo se a parte aleatória é tratada fora do problema de otimização (otimização estocástica implícita), se a parte aleatória é gerida dentro do problema otimização (otimização estocástica explícita) ou utilização simultânea da parte aleatória na construção da

solução ótima e na análise das consequências desta solução em função das incertezas sobre a variável ambiental (otimização estocástica em duas etapas).

3.3.1 Otimização estocástica implícita

A otimização estocástica implícita (ou não intrusiva) consiste a gerenciar a parte aleatória fora do problema de otimização. Trata-se de um método do tipo Monte-Carlo, que utiliza o problema de otimização determinista (equação (1)) com vários valores do vetor e provenientes de várias tiragens do vetor aleatório ξ . Seja (ξ_1, \dots, ξ_N) onde $N \in \mathbb{N}^*$ uma amostra independente e identicamente distribuída (i.i.d) do vetor aleatório ξ . Essa amostra representa N cenários equiprováveis da variável ambiental. Para todo $i \in \{1, \dots, N\}$, seja $x_i \in \mathcal{A}$ uma solução do problema de otimização determinista (equação (1)) com $e = \xi_i$.

O objetivo da otimização estocástica implícita é de determinar um único vetor $x \in \mathcal{A}$ a partir do conhecimento das soluções intermediárias $x_i \in \mathcal{A}$, para todo $i \in \{1, \dots, N\}$. Sendo assim, duas maneiras são possíveis:

1. Escolher x dentre as soluções intermediárias x_i para todo $i \in \{1, \dots, N\}$, i.e escolher como solução ótima a melhor solução intermediária, seguindo um critério determinado.
2. Construir x como a média das soluções intermediárias x_i para todo $i \in \{1, \dots, N\}$.

Primeira maneira: Quatro métodos podem ser utilizados para escolher a melhor solução dentre as soluções intermediárias, onde a escolha do método depende do que se prefere privilegiar.

- Escolher a solução intermediária que possui o melhor ganho:

$$x = x_i, \text{ onde } i \in \operatorname{argmax}_{1 \leq j \leq N} f(x_j, \xi_j)$$

- Escolher a solução intermediária que possui o melhor ganho em média para cada cenário da variável ambiental:

$$x = x_i, \text{ onde } i \in \operatorname{argmax}_{1 \leq j \leq N} \sum_{l=1}^N f(x_j, \xi_l)$$

- Escolher a solução intermediária que melhor respeita as restrições para cada cenário da variável ambiental (melhor confiabilidade):

$$x = x_i, \text{ onde } i \in \operatorname{argmax}_{1 \leq j \leq N} \operatorname{card}\{l \in \{1, \dots, N\} | g(x_j, \xi_l) \leq 0\}$$

- Escolher uma solução intermediária que possui o menor desvio padrão para cada cenário da variável ambiental (menos incertezas sobre o ganho):

$$x = x_i \text{ onde } i \in \operatorname{argmin}_{1 \leq j \leq N} \sum_{l=1}^N (f(x_j, \xi_l) - \overline{f(x_j, \xi)})^2, \text{ com } \overline{f(x_j, \xi)} = \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N f(x_j, \xi_l)$$

Segunda maneira: Dois métodos podem ser utilizados para construir o vetor $x \in \mathcal{A}$

- Método por regressão linear:

$$x = \operatorname{argmin}_{y \in \mathcal{A}} \sum_{i=1}^N \|x_i - y\|^2$$

- Método com aproximação da média empírica:

$$x = \operatorname{argmin}_{y \in \mathcal{A}} \|\mu - y\|^2, \text{ onde } \mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

Pode-se estender este método aproximando-se, não só da média empírica, mas dos primeiros momentos empíricos da amostra (x_1, \dots, x_N) .

3.3.2 Otimização estocástica explícita:

A otimização estocástica explícita (ou intrusiva) consiste em gerenciar a parte aleatória dentro do problema de otimização. Assim, as incertezas da variável ambiental propagam-se à função objetivo e às restrições. Para estimar as várias grandezas que se seguem, considera-se sempre a amostra i.i.d. (ξ_1, \dots, ξ_N) do vetor aleatório ξ .

Gestão da aleatoriedade da função objetivo:

A função parcial $f(\cdot, \xi)$ é atualmente uma variável aleatória, substitui-se a função objetivo do problema de otimização (equação (1)) por uma medida de robustez $\rho(\cdot, \xi)$ que não é aleatória. Três métodos são possíveis para construir a medida de robustez:

- Método maximizando o ganho esperado médio:

$$\forall x \in \mathbb{R}^n, \rho(x, \xi) = E[f(x, \xi)]$$

para todo $x \in \mathbb{R}^n$, pode-se estimar o valor de $\rho(x, \xi)$ com ajuda da amostra i.i.d (ξ_1, \dots, ξ_N) :

$$\forall x \in \mathbb{R}^n, \rho(x, \xi) \approx \overline{f(x, \xi)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x, \xi_i)$$

Se para todo $e \in \mathbb{R}^p$ a função $f(\cdot, e)$ é convexa (respectivamente (resp.) afim), então a função $\rho(\cdot, \xi)$ é convexa (resp. afim). Esse método pode deixar a desejar em termos de robustez se, para a solução ótima $x \in \mathbb{R}^n$, o desvio padrão $\text{Var}\sqrt{[f(x, \xi)]}$ é muito elevado, i.e. se as incertezas na avaliação da função objetivo (devido às incertezas sobre a variável ambiental) forem grandes. Neste caso, pode-se considerar determinar uma solução, ainda que menos eficaz (ganho médio mais fraco), mas mais robusto (menos sensível às incertezas sobre a variável ambiental). A robustez deste método pode ser melhorada pela penalização do desvio padrão:

$$\forall x \in \mathbb{R}^n, \rho(x, \xi) = E[f(x, \xi)] - \lambda \sqrt{\text{Var}[f(x, \xi)]}, \text{ onde } \lambda > 0$$

para todo $x \in \mathbb{R}^n$, pode-se estimar o valor de $\rho(x, \xi)$ com auxílio da amostra i.i.d (ξ_1, \dots, ξ_N) :

$$\rho(x, \xi) \approx \overline{f(x, \xi)} - \lambda \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (f(x, \xi_i) - \overline{f(x, \xi)})^2}$$

No entanto, com essa melhoria, a natureza do problema de otimização determinista (equação (1)) (convexa ou linear), não é necessariamente conservada.

- Método maximizando o pior caso:

$$\forall x \in \mathbb{R}^n, \rho(x, \xi) = \min_{1 \leq i \leq N} f(x, \xi_i)$$

se para todo $e \in \mathbb{R}^p$, a função $f(\cdot, \xi)$ é convexa (resp. afim), então a função $\rho(\cdot, \cdot)$ é convexa (resp. afim).

- Método maximizando um quantil de ordem $\alpha \in]0; 1[$ pequeno:

$$\forall x \in \mathbb{R}^n, \rho(x, \xi) = q_\alpha(x), \text{ onde } P[f(x, \xi) \leq q_\alpha(x)] \leq \alpha$$

para todo $x \in \mathbb{R}^n$, pode-se estimar $\rho(x, \xi)$ com auxílio da amostra i.i.d (ξ_1, \dots, ξ_N) : seja $\sigma \in \mathcal{S}_N$ uma permutação que organiza os valores de $f(x, \xi_i)$ em ordem crescente $f(x, \xi_{\sigma(1)}) \leq \dots \leq f(x, \xi_{\sigma(N)})$, então: $\rho(x, \xi) \approx f(x, \xi_{\sigma(\lfloor \alpha N \rfloor)})$ onde $\lfloor \cdot \rfloor$ designa a função parte inteira. Se para todo $e \in \mathbb{R}^p$, a função $f(\cdot, e)$ é convexa (resp. afim), então a função $\rho(\cdot, \xi)$ é convexa (resp. afim).

Na sequência considera-se uma das funções de robustez $\rho(\cdot, \xi)$ definidas acima que conserva a natureza (convexa ou linear) do problema de otimização determinista (equação (1)).

Gestão da aleatoriedade das restrições:

Existem três métodos para gerir a aleatoriedade das restrições.

- Método por otimização robusta (quase certa):

$$\max_{x \in \mathbb{R}^n} \{\rho(x, \xi) \mid \forall k \in \{1, \dots, r\}, g_k(x, \xi) \leq 0 \text{ q. c.}\}$$

pode-se estimar esse problema de otimização estocástica com auxílio da amostra i.i.d (ξ_1, \dots, ξ_N) :

$$\max_{x \in \mathbb{R}^n} \{\rho(x, \xi) \mid \forall k \in \{1, \dots, r\}, \forall i \in \{1, \dots, N\}, g_k(x, \xi_i) \leq 0\} \quad (7)$$

se a solução existir, ela é confiável (respeita as restrições para todos os cenários). Se, para todo $e \in \mathbb{R}^p$ o problema de otimização determinista (equação (1)) é convexa (resp. afim), então o problema de otimização estocástica robusta (equação (7)) é convexa (resp. afim).

- Método por otimização em esperança:

$$\max_{x \in \mathbb{R}^n} \{\rho(x, \xi) \mid \forall k \in \{1, \dots, r\}, E[g_k(x, \xi_i)] \leq 0\}$$

pode-se estimar esse problema de otimização estocástica com auxílio da amostra i.i.d (ξ_1, \dots, ξ_N):

$$\max_{x \in \mathbb{R}^n} \left\{ \rho(x, \xi) \mid \forall k \in \{1, \dots, r\}, \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g_k(x, \xi_i) \leq 0 \right\} \quad (8)$$

se a solução existir, ela não é confiável (só respeita o valor médio das restrições). Se o problema de otimização determinista (equação (1)) é convexo (resp. afim), então o problema da otimização estocástica robusta (equação (8)) é convexa (resp. afim).

- Método por otimização em probabilidade:

$$\max_{x \in \mathbb{R}^n} \left\{ \rho(x, \xi) \mid \forall k \in \{1, \dots, r\}, P[g_k(x, \xi_i) \leq 0] \geq 1 - \alpha_k \right\}$$

sendo para todo $k \in \{1, \dots, r\}$, $\alpha_k \in]0, 1[$ a taxa de risco de não respeitar a restrição $g_k(x, e) \leq 0$. Pode-se estimar esse problema de otimização estocástica com auxílio da amostra i.i.d (ξ_1, \dots, ξ_N):

$$\max_{x \in \mathbb{R}^n} \left\{ \rho(x, \xi) \mid \forall k \in \{1, \dots, r\}, \frac{1}{N} \text{card}\{i \in \{1, \dots, N\} \mid g_k(x, \xi_i) \leq 0\} \geq 1 - \alpha_k \right\}$$

no entanto, com este método, a natureza do problema de otimização determinista (equação (1)) (convexa ou linear) não é necessariamente mantida. A tese (Andrieu, 2004) desenvolve em detalhe a otimização estocástica em probabilidade, a noção de medida de risco e as dificuldades associadas. Ela fornece, em especial, as condições para que o conjunto \mathcal{A} das soluções admissíveis do problema de otimização estocástica provável seja convexa.

3.3.3 Otimização estocástica linear em duas etapas

Quando as incertezas estão associadas a um futuro incerto, pode-se considerar um modelo de várias etapas. Cada uma das etapas permite definir a melhor decisão a tomar tendo em conta das decisões tomadas nas fases anteriores e das suas consequências para as etapas futuras. A solução ótima é, portanto, calculada antecipando as possíveis consequências desta decisão com as diferentes realizações

possíveis. Por exemplo, a escolha da melhor solução intermediária na abordagem de otimização estocástica implícita (ver seção 3.3.1) pode ser realizada antecipando as consequências de cada solução intermediária x_i (onde $i \in \{1, \dots, N\}$) com cada outro cenário ξ_j para $j \in \{1, \dots, N\} \setminus \{i\}$.

O objetivo da otimização estocástica em duas etapas consiste em fazer a análise das consequências da solução ideal (etapa 2 (da subseção 3.4)) no interior da construção da solução ótima (etapa 1 (da subseção 3.4)). Supõe-se, além disso, que as funções $f(\cdot, e)$ e g são afins. Seja $q \in \mathcal{F}(\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p, \mathbb{R})$ uma função afim em relação à segunda variável. Para todo $(x, e') \in \mathcal{A} \times \mathbb{R}^p$, seja $\mathcal{B}(x, e')$ um subespaço vetorial do \mathbb{R} -espaço vetorial \mathbb{R}^n . Dentro desse subespaço, considera-se o problema de otimização estocástica linear em duas etapas sob a forma geral:

$$\max_{x \in \mathcal{A}(e)} \{f(x, e) + E_{\xi}[Q(x, \xi)]\} \quad (9)$$

$$\text{onde } \forall (x, e') \in \mathcal{A} \times \mathbb{R}^p, Q(x, e') = \max_{y \in \mathcal{B}(x, e')} q(x, y, e')$$

constrói-se assim uma solução $x \in \mathcal{A}(e)$ que faz o melhor compromisso entre a maximização da função objetivo $f(\cdot, e)$ e a maximização do ganho médio suplementar previsto com a solução x e as realizações possíveis do vetor aleatório ξ (i.e. antecipação do comportamento, medida pela função q , da solução x em relação à aleatoriedade).

Na prática, a esperança é estimada utilizando a amostra (ξ_1, \dots, ξ_N) da variável aleatória ξ . Existem algoritmos para resolver, de maneira eficaz, este tipo de problema de otimização como por exemplo *Stochastic Dual Dynamic Programming (SDDP)*, ver (Shapiro, 2010). No entanto, como parte deste trabalho, o problema de otimização é transformado de estocástico de duas etapas (equação (9)) em um problema de otimização estocástica em uma etapa equivalente à:

$$\max_{x \in \mathcal{A}(e)} \left\{ f(x, e) + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N q(x, y_i, \xi_i) \right\}$$

$$\forall i \in \{1, \dots, N\}, y_i \in \mathcal{B}(x, \xi_i)$$

este problema pode ser resolvido com um método clássico, mas a resolução requer um tempo de cálculo mais elevado devido à presença de variáveis de decisão adicionais.

3.4 ANÁLISE E COMPARAÇÃO DAS OTIMIZAÇÕES

Esta seção apresenta o método utilizado para comparar as diferentes abordagens probabilistas entre si e com a abordagem determinista.

As variáveis ambientais (as contribuições e os preços) do problema de otimização são previsões para os dias futuros. Para considerar o futuro incerto, há, portanto, que considerar as incertezas sobre as variáveis ambientais. Transforma-se então a ferramenta determinista num instrumento probabilístico através de uma das abordagens de otimização estocástica que são apresentadas nas subseções 3.3.1, 3.3.2 e 3.3.3. As variáveis ambientais são então vetores aleatórios que representam as incertezas:

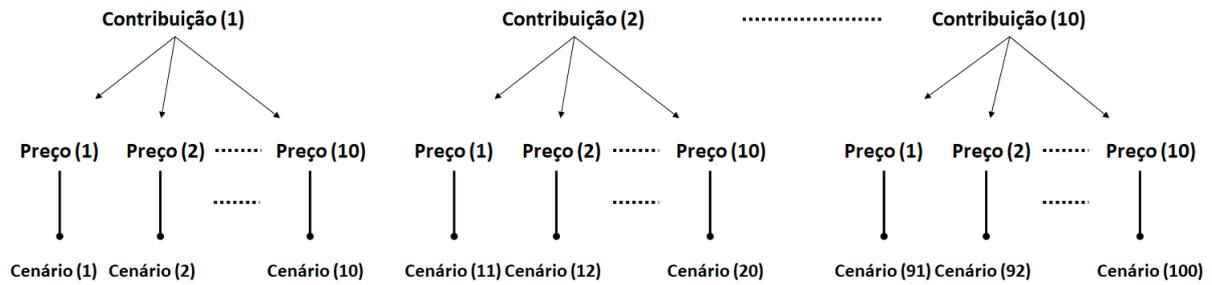
- As contribuições das afluições *Contribuição* que constituem um vetor aleatório com valores em $\mathbb{R}^{I \times T}$
- Os preços *Preços* que constituem um vetor aleatório com valores em \mathbb{R}^T

Em seguida, utilizam-se estimativas estatísticas provenientes de um método do tipo Monte-Carlo (problema *Sample Average Approximation (SAA)*, sem se preocupar com o estudo de erros de aproximação destas estimativas. As amostras das variáveis ambientais para as estimativas estatísticas são as previsões por conjunto construídas pelas medidas descritas na seção 4.1, com no máximo 10 traços (i.e. $N = 10, K = 10$). Recorda-se que os as curvas das afluições e as curvas dos preços são construídas independentemente umas em relação as outras. Há, portanto, $S = N * K = 100$ combinações possíveis. Na sequência, considera-se todas as combinações possíveis.

Um cenário possível (n, k) (em que $(n, k) \in \{1, \dots, N\} * \{1, \dots, K\}$) é, por definição, a dupla de curvas $(Contribuição(n, \cdot), Preço(k, \cdot))$ e o cenário determinista é, por definição, a dupla de traços $(Contribuição^{DET}, Preço^{DET})$.

Para simplificar a redação deste documento, um cenário possível $(n, k) \in \{1, \dots, N\} * \{1, \dots, K\}$ é representado pela sua classificação $s \in \{1, \dots, S\}$ (onde $S = N * K$) na ordem lexicográfica dos cenários possíveis. O cenário possível de classificação é designado a dupla $(n_s, k_s) \in \{1, \dots, N\} * \{1, \dots, K\}$. A Figura 8 mostra a identificação dos cenários possíveis, para o exemplo do caso em que $N = K = 10$.

Figura 8 Identificação dos possíveis cenários



Cada método de otimização estocástica descritas nas subseções 3.3.1, 3.3.2 e 3.3.3 pode ser dividida em duas grandes etapas para serem analisadas e comparadas:

1. Cria-se programas de produção que correspondem aos cenários possíveis, cada um otimizado em função da sua combinação de preço e contribuição. Cada programa define as vendas de energia no mercado *day-ahead* (às 12h do dia D para o dia $D + 1$),

2. Análise das consequências da escolha precedente em função de todos cenários possíveis. Ou seja, aplica-se cada um dos programas definidos (na etapa anterior) em todos os outros cenários possíveis, já que no dia seguinte, a situação real não é aquela em que cada programa foi construído. Assim, essa etapa é utilizada para analisar como cada um dos programas se “adapta” aos outros cenários possíveis.

Uma explicação em detalhes dessas etapas é descrita na subseção seguinte.

3.4.1 Retorno financeiro inicial, suplementar e total

Retorno financeiro inicial: A primeira etapa permite definir o retorno financeiro inicial. Trata-se do retorno financeiro, dado pela equação (6) do programa de produção ótimo $Q_{UST} \in \mathbb{R}^{I \times T}$ construído, para cada um dos cenários possíveis. Este retorno financeiro contabiliza o mercado *intraday* para o dia D (com as vendas P_{Vendas} do dia anterior) e no mercado *day-ahead* para os dias $D + 1$ e $D + 2$.

Os programas de produção ótimos Q_{UST} são construídos a partir de cada um dos cenários possíveis $s \in \{1, \dots, S\}$ (mais o determinista), em seguida, o retorno financeiro inicial $G_0(Q_{UST})$ é calculado com a curva de preço $Preço(k_s,)$ do respectivo cenário:

$$G_0(Q_{UST}) = G(Q_{UST}, \text{Preço}(k_s,))$$

Um valor financeiro inicial é, portanto, calculado para todos programas otimizados, sendo utilizado o mercado *intraday* para o dia D e o mercado *day-ahead* para os dias $D + 1$ e $D + 2$.

Retorno financeiro suplementar: A segunda etapa permite definir o retorno financeiro suplementar para todos cenários possíveis, de cada programa definido anteriormente. Seja $Q_{UST} \in \mathbb{R}^{I \times T}$ um programa de produção ótimo definido na primeira etapa. Este programa permite definir a potência hidráulica produzida P_{Hidro} em todo o horizonte de cálculo e, portanto, as próximas vendas que se efetuarão às 12h para o dia $D + 1$. Por conseguinte, dispõe-se da seguinte potência alvo, que contém as vendas para o dia D (P_{Vendas}) e as próximas vendas do dia $D + 1$ (P_{Hidro}) (período de tempo do intervalo $[t_1; t_2]$):

$$\forall t \in \{t_d, \dots, T\}, P_{alvo}(t) = \begin{cases} P_{Vendas}(t) & \text{se } t < t_1 \\ P_{Hidro}(t) & \text{se } t_1 \leq t < t_2 \\ 0 & \text{se } t > t_2 \end{cases} \quad (10)$$

O programa de produção ótimo escolhido a partir do cenário s na primeira etapa, pode não ser um programa ótimo caso o cenário real seja outro diferente do previsto. Por exemplo, o programa de produção ótimo Q_{UST} foi construído a partir das curvas de contribuição $N = 1$ e de preço $K = 2$ e as vendas são realizadas de acordo com este programa de produção. Mas durante o dia $D + 1$ nota-se que as condições reais são diferentes (por exemplo $N = 5$ e $K = 7$), ou seja, o programa deve ser adequado a partir do mercado *intraday* para que as restrições ambientais e de operação sejam respeitadas.

Infelizmente, não é sempre que se consegue vender/comprar no mercado *intraday* e por isso dois métodos são utilizados para o cálculo do retorno financeiro suplementar:

- **Correção de volume:** simula-se que não é possível utilizar o mercado *intraday* do dia $D + 1$ e, portanto, penalidades são aplicadas em caso de desrespeito do programa declarado no mercado *day-ahead* e uma correção de volume é realizada em tempo real pelos controladores das

usinas para manter a produção dentro dos limites das restrições e obtém-se o programa ótimo corrigido $Q_{UST}^{(n_s)}$,

- **Pós-otimização:** se antecipa o mercado *intraday* e supõe-se que se todas as diferenças (entre o programa declarado no mercado *day-ahead* e o produzido) podem ser comercializadas e obtém-se um programa pós-otimizado virtual $Q_{USTVirtual}(s, ,)$.

O retorno financeiro suplementar contém: os ajustes realizados nos dias D e $D + 1$ pelo mercado *intraday*, e ajuste realizado no mercado *day-ahead* para o dia $D + 2$. Este cálculo é realizado considerando as diferenças entre o programa Q_{UST} definido na primeira etapa e o programa adaptado na segunda etapa (seja $Q_{UST}^{(n_s)}$ ou o $Q_{USTVirtual}(s, ,)$). A segunda etapa calcula somente as diferenças e, portanto, pode ser positiva ou negativa dependendo de cada caso. O retorno financeiro suplementar é calculado utilizando a correção de volume e também a pós-otimização, fornecendo 2 resultados.

Retorno financeiro total: O retorno financeiro total $G_{Total}(Q_{UST}, s)$ para o programa de produção Q_{UST} e cenário possível $s \in \{1, \dots, S\}$ é a soma retorno financeiro inicial e suplementar:

$$G_{Total}(Q_{UST}, s) = G_0(Q_{UST}) + G_1(Q_{UST}, s)$$

o retorno financeiro total, portanto, fornece informações sobre a capacidade do programa de produção ideal Q_{UST} reagir com o cenário possível s (capacidade de gerar um retorno financeiro e de respeitar as restrições).

3.4.2 Comportamento de um cenário possível

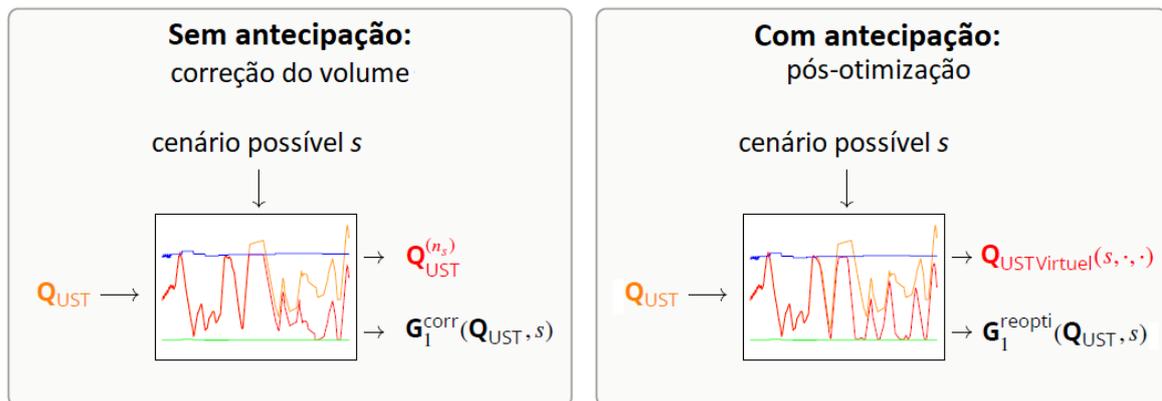
Esta subseção permite explicar em mais detalhes o cálculo do retorno financeiro suplementar que é realizado de duas maneiras:

Considera-se um programa de produção $Q_{UST} \in \mathbb{R}^{I \times T}$ construído pela situação de referência estudada. Esse programa de produção permite definir a potência hidráulica produzida P_{Hidro} sobre todo o horizonte e, portanto, as próximas vendas que serão efetuadas às 12h para o dia $D + 1$. Dispõe-se então da potência alvo (equação (13))

Seja $s \in \{1, \dots, S\}$. Busca-se nessa parte descrever um método para analisar o comportamento do programa de produção Q_{UST} com o todos os cenários s . A análise se sustenta sobre o estudo do retorno financeiro suplementar que é obtido pelas vendas P_{alvo} realizadas, e com o cenário s .

Dois métodos são propostos: com ou sem a antecipação do futuro mercado *intraday* do dia $D + 1$. O primeiro método supõe que não se pode modificar, em tempo real, o programa de produção (realiza-se somente a correção dos volumes, deixando os controladores das usinas modificarem em tempo real os fluxos de água previstos em caso de desrespeito das restrições). O segundo método supõe que se pode modificar, em tempo real, o programa de produção (efetua-se uma pós-otimização em função das novas vendas no mercado *intraday*). A Figura 9 mostra o esquemático operacional desses dois métodos.

Figura 9 Esquemático do cálculo do retorno financeiro suplementar



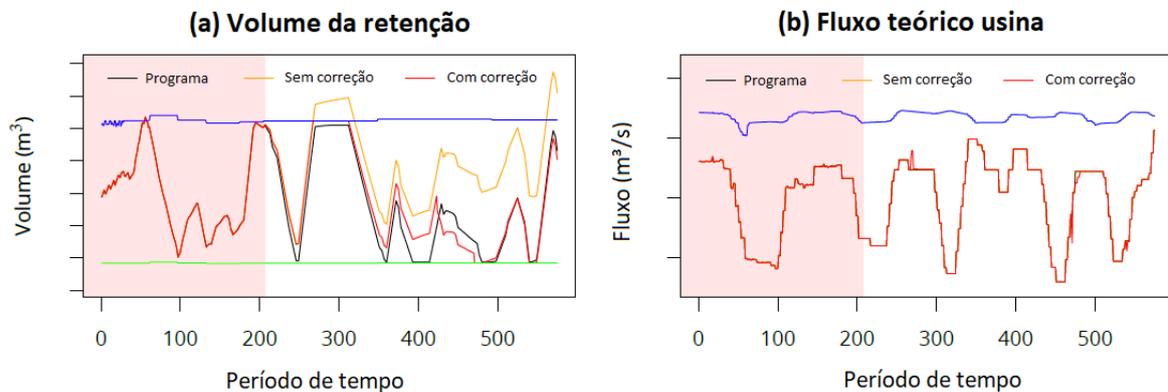
Fonte: Realizada pelo autor

Pode-se ver na imagem que sem a antecipação do mercado *intraday* ocorre somente uma limitação do volume no momento que o programa de produção iria passar do limite máximo do volume, e pode-se ver que $Q_{UST}^{(n_s)}$ mesmo após a alteração, possui um formato similar à Q_{UST} . Realizando a antecipação do mercado e, portanto, realizando uma pós-otimização, $Q_{USTVirtual}(s, \cdot, \cdot)$ é bem diferente do programa Q_{UST} já que uma pós-otimização é realizada para obter o melhor retorno financeiro em função do novo cenário.

3.4.2.1 Método por correção de volume, sem antecipação do mercado *intraday*

Um algoritmo, escrito em linguagem R, permite simular a propagação dos fluxos para respeitar o programa de produção Q_{UST} com a curva de contribuição $Contribuição(n_s, ,)$. A dificuldade é que os níveis de retenção são muito sensíveis: a aplicação do programa de produção Q_{UST} com a curva de contribuição $Contribuição(n_s, ,)$ pode desrespeitar as restrições (Figura 10). Para contornar essa dificuldade, e se aproximar de uma visão operacional, o algoritmo de simulação possui um módulo que permite modificar iterativamente o programa de produção para que os níveis de retenção respeitem os limites máximos e mínimos.

Figura 10 Correção do programa de produção para respeitar os limites da retenção



Fonte: Realizada pelo autor

Denota-se $Q_{UST}^{(n_s)}$ o programa de produção modificado a partir do programa de produção inicial Q_{UST} para respeitar as restrições de limites máximos e mínimos sob os volumes das retenções com o a curva de contribuição $Contribuição(n_s, ,)$. Esse programa de produção não é ótimo para o cenário possível s . A potência associada ao programa de produção modificado $Q_{UST}^{(n_s)}$ é denotado $P_{Hidro}^{(n_s)}$.

No cálculo de retorno financeiro suplementar, a diferença de produção entre o programa de produção inicial Q_{UST} e o modificado $Q_{UST}^{(n_s)}$ é calculado no preço afetado do mercado *intraday* dos dias D e $D + 1$. O retorno financeiro suplementar corresponde então, as consequências do programa de produção Q_{UST} desconsiderando vendas no mercado *intraday* do dia $D + 1$ para o cenário possível s . O retorno financeiro suplementar $G_1^{corr}(Q_{UST}, s)$ para o programa de produção Q_{UST} e o cenário possível s , com correção de volume, é dado por:

$$G_1^{corr}(Q_{UST}, s) = \delta t \sum_{t=t_j}^T \beta(s, t) \text{Preço}(k_s, t) \left(P_{Hidro}^{(n_s)}(t) - P_{alvo}(t) \right)$$

sendo para todo $t \in \{1, \dots, T\}$,

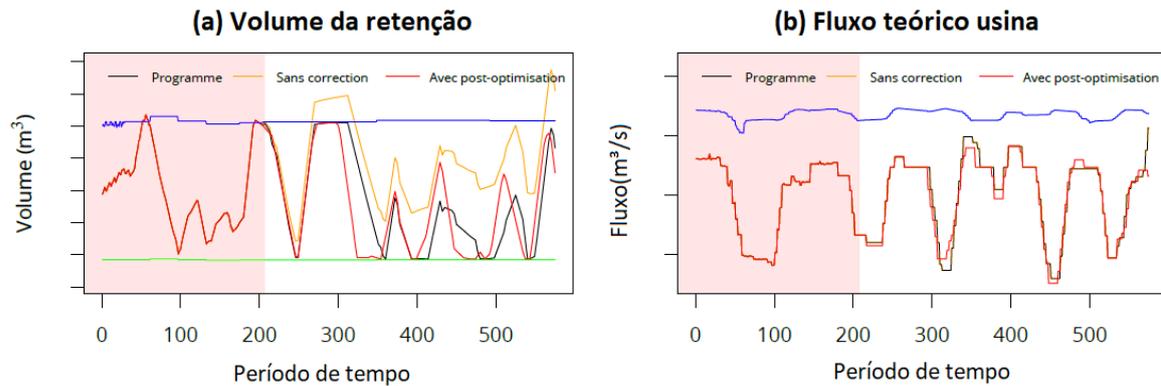
$$\beta(s, t) = \begin{cases} 0.92 & \text{se } P_{Hidro}^{(n_s)}(t) \geq P_{alvo}(t) \\ 1.08 & \text{se } P_{Hidro}^{(n_s)}(t) \leq P_{alvo}(t) \end{cases}$$

As variáveis em azul dependem diretamente do programa de produção Q_{UST} .

3.4.2.2 Método por pós-otimização, com antecipação do mercado *intraday*

Na prática, o programa de produção Q_{UST} é re-otimizado várias vezes por dia, dependendo novas vendas e novas previsões. O método de pós-otimização consiste em antecipar o futuro programa de produção (virtual) $Q_{USTvirtual}(s, \cdot)$ que seria re-otimizado para tomar em conta as vendas da potência P_{alvo} e o cenário possível s (ver que na Figura 11, contrariamente à Figura 10, o volume modificado já não possui a mesma forma do volume inicial).

Figura 11 Pós-otimização do programa de produção



Fonte: Realizada pelo autor

No cálculo do retorno financeiro suplementar, a diferença de produção entre o programa de produção inicial Q_{UST} e o programa de produção virtual $Q_{USTvirtual}(s, \cdot)$ é calculado pelo preço afetado do mercado *intraday* dos dias D a $D + 1$. O retorno financeiro suplementar corresponde, assim, às consequências do programa de produção Q_{UST} antecipando o mercado *intraday* do dia $D + 1$ para o cenário possível s . O retorno financeiro suplementar G_1^{reopti} (para mais ou para menos) para o

programa de produção Q_{UST} e o cenário possível s , com pós-otimização, é então dada pelo problema de otimização:

$$G_1^{reopti}(Q_{UST}, s) = \max_{Q_{UST}^{virtual}(s, \cdot) \in \mathcal{A}(\text{Contribuição}(n_s, \cdot))} \delta t \sum_{t=t_j}^T \beta(s, t) \text{Preço}(k_s, t) \left(P_{Hidro}^{(n_s)}(t) - P_{alvo}(t) \right) \quad (11)$$

sendo para todo $t \in \{t_j, \dots, T\}$

$$P_{alvo}(t) = \begin{cases} P_{Vendas}(t) & \text{se } t < t_1 \\ P_{Hidro}(t) & \text{se } t_1 \leq t < t_2 \\ 0 & \text{se } t > t_2 \end{cases}, \beta(s, t) = \begin{cases} 0.92 & \text{se } P_{Hidro}^{(n_s)}(t) \geq P_{alvo}(t) \\ 1.08 & \text{se } P_{Hidro}^{(n_s)}(t) < P_{alvo}(t) \end{cases}$$

As variáveis em azul (resp. em laranja) dependem diretamente do programa de produção Q_{UST} (resp. do programa de produção virtual $Q_{UST}^{virtual}(s, \cdot)$)

3.4.2.3 Complementariedade dos dois métodos

O método com correção de volume aproxima-se menos do processo operacional da gestão de energia do que o método com pós-otimização. No entanto, ele permite medir a importância antecipar o futuro mercado *intraday* para gerir as incertezas sobre os cenários possíveis. Além disso, o método com correção de volume é muito mais rápido do que o método com pós-otimização já que ele efetua somente uma otimização. O processo operacional real está posicionado entre os dois métodos, já que não é sempre que se encontra compradores/vendedores no mercado *intraday*, e as vezes é realmente necessário realizar a correção de volume diretamente a partir dos controladores das usinas.

3.4.3 Atualização do retorno financeiro total

O retorno financeiro total é a soma do inicial e o suplementar, e com as novas notações utilizadas:

- O retorno financeiro total $G_{total}^{corr}(Q_{UST}, s)$ do programa de produção Q_{UST} . com o cenário possível s e correção de volume é dada por:

$$G_{total}^{corr}(Q_{UST}, s) = G_0(Q_{UST}) + G_1^{corr}(Q_{UST}, s)$$

- O retorno financeiro total $G_{total}^{reopti}(Q_{UST}, s)$ do programa de produção Q_{UST} . com o cenário possíveis e pós-otimização é dada por:

$$G_{total}^{reopti}(Q_{UST}, s) = G_0(Q_{UST}) + G_1^{reopti}(Q_{UST}, s) \quad (12)$$

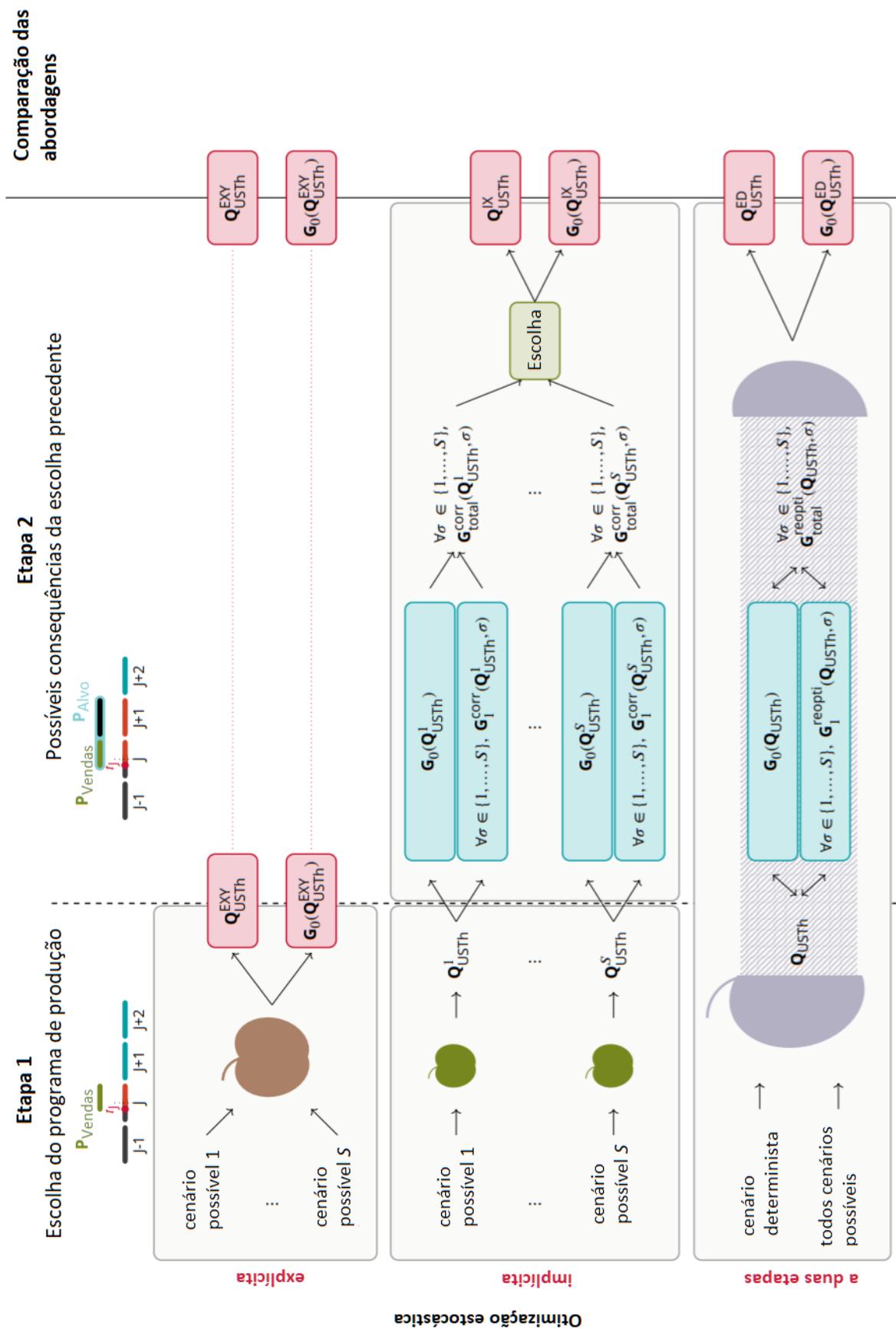
3.4.4 Três visões de abordagem

A ideia geral é determinar um programa de produção $Q_{UST} \in \mathbb{R}^{I \times T}$ que retorna o melhor retorno financeiro total médio. São propostas três visões diferentes para gerir as incertezas, dependendo se a segunda etapa é ocultada na primeira ou se as duas etapas são feitas separadamente ou simultaneamente (abordagens descritas na seção 3.3). Cada uma destas visões está associada a um tipo otimização estocástica (explícita, implícita ou em duas etapas). A Figura 12 resume as três visões diferentes.

Visão onde a segunda etapa é escondida na primeira: otimização estocástica explícita: Para este ponto de vista, constrói-se o programa de produção Q_{UST} por uma das abordagens por otimização estocástica explícita (ver seção 3.5.1), maximizando o retorno financeiro inicial e respeitando da melhor forma as restrições, em função dos cenários possíveis. O retorno financeiro suplementar não é usado diretamente para determinar o programa de produção Q_{UST} . Como a otimização é realizada no retorno financeiro inicial com todos os cenários possíveis, a segunda etapa do ponto 3.4.1 é escondida na primeira. Esta visão fornece um problema similar do problema de otimização determinista: a otimização realizada para construir o programa de produção ótimo é apenas sobre o retorno financeiro inicial (e não o retorno total, que nem sequer é calculado). Assim, nesta visão, o futuro mercado *intraday* do dia $D + 1$ não é antecipado.

Visão onde as duas etapas são realizadas separadamente: otimização estocástica implícita: Para esta visão, o retorno financeiro e o suplementar são calculados separadamente, um após o outro. Primeiro constroem-se os programas de produção intermediários da primeira etapa e retorno financeiro inicial associado (abordagens por otimização estocástica implícita, ver ponto 3.5.2).

Figura 12 Esquemático das três abordagens para otimização com incertezas



Fonte: Realizada pelo autor

Calcula-se em seguida, a partir dos programas de produção intermediários, os retornos financeiros suplementares para cada cenário possível (com correção de volume e pós otimização). O programa de produção ideal (definitivo) Q_{UST} é o programa de produção intermediário que possui o melhor (num certo sentido) retorno financeiro total médio. A otimização é primeiramente realizada para maximizar o retorno financeiro inicial (e não o total, que é calculado subsequentemente), portanto, sem antecipar o futuro mercado *intraday* do dia $D + 1$. Só num segundo momento (segunda etapa: retorno financeiro suplementar) que se antecipa o futuro mercado *intraday* do dia $D + 1$.

Visão onde as duas etapas são realizadas simultaneamente: otimização estocástica em duas etapas: Para esta visão, o retorno financeiro inicial e o suplementar são calculados simultaneamente. O programa de produção ótimo Q_{UST} é construído diretamente para maximizar o retorno financeiro total médio. É um “grande” problema de otimização estocástica em duas etapas, apresentada no ponto 3.5.3. Contrariamente às visões precedentes, esta dá a possibilidade, no momento da otimização de construir o programa de produção ótimo, de encontrar a melhor estratégia (ou seja, a melhor avaliação), em função das incertezas, entre as vendas o mercado *day-ahead* e os ajustes ao futuro mercado *intraday* do dia $D + 1$ antecipado.

3.4.5 Comparação das funções de densidade do retorno financeiro

A otimização determinista, e as três visões do parágrafo anterior permitem, cada uma delas, definir um programa de produção ótimo $Q_{UST} \in \mathbb{R}^{I \times T}$ (ótimo em termo de retorno financeiro total médio) e um retorno financeiro inicial associado $G_0(Q_{UST}) \in \mathbb{R}$ (no caso determinista, somente o retorno financeiro é calculado). Busca-se traçar uma função de densidade (empírica) do retorno financeiro total para o programa de produção Q_{UST} .

Para isso, calcula-se o retorno financeiro suplementar $G_1(Q_{UST}, s)$ para cada cenário possível $s \in \{1, \dots, S\}$ (com correção de volume e pós-otimização), e em seguida o total $G_{Total}(Q_{UST}, s)$.

Para a solução determinista e para cada abordagem de otimização estocástica, pode-se traçar a função de densidade da lei do retorno financeiro total (do qual as incertezas são tratadas pelos cenários possíveis). A melhor abordagem é aquela em

que a função de densidade é associada a uma alta esperança e um baixo desvio-padrão em relação aos outros. A esperança reside na performance da abordagem e o desvio padrão na precisão desta performance. As vantagens em tomar em conta o futuro incerto na otimização se mede comparando as funções de densidade do retorno financeiro total das abordagens de otimização estocástica com a função de densidade da solução determinista.

3.4.6 Análise de sensibilidade

Esta seção é redigida a partir da tese de doutorado de (Jacques, 2005) e do livro (Saltelli, et al., 2008).

Realiza-se uma análise de sensibilidade para determinar as variáveis ambientais que são mais influentes sobre as incertezas do retorno financeiro total.

Para cada abordagem de otimização estocástica e para a solução determinista, calculam-se os índices de Sobol de primeira ordem (para cada uma das duas variáveis ambientais) e o índice de Sobol que toma em conta as interações as variáveis ambientais. O índice de Sobol de primeira ordem para as contribuições é dado por:

$$S_{\text{Contribuição}}(Q_{UST}) = \frac{\text{Var}_{\text{Contribuição}}[E_s[G_{\text{total}}(Q_{UST}, s)] | \text{Contribuição}]}{\text{Var}_s[G_{\text{total}}(Q_{UST}, s)]}$$

O índice de Sobol de primeira ordem para os preços é dado por:

$$S_{\text{Preço}}(Q_{UST}) = \frac{\text{Var}_{\text{Preço}}[E_s[G_{\text{total}}(Q_{UST}, s)] | \text{Preço}]}{\text{Var}_s[G_{\text{total}}(Q_{UST}, s)]}$$

O índice de Sobol para as interações entre as contribuições e os preços é dado por:

$$S_{\text{Interação}}(Q_{UST}) = 1 - S_{\text{Contribuição}} - S_{\text{Preço}}$$

Os índices de Sobol são valores entre 0 e 1 e quanto mais próximo de 1, mais as incertezas sobre a variável ambiental associada se propaga ao retorno financeiro total.

3.5 CONSTRUÇÃO DO PROGRAMA ÓTIMO

Esta subseção permite explicitar a construção do programa de produção ótimo (definitivo) para cada uma das três visões do ponto 3.4.4. Recorda-se que cada uma destas visões está associada a um tipo de otimização estocástica (explícita, implícita ou em duas etapas). Definem-se igualmente o retorno financeiro inicial associado a cada uma destas visões.

3.5.1 Abordagem de otimização estocástica explícita

Recorda-se que o conjunto dos elementos admissíveis \mathcal{A} é dado pela equação (5). No problema de otimização (6) as incertezas sobre as contribuições apenas intervêm sobre as restrições enquanto que as incertezas sobre os preços intervêm na função objetivo. Como na seção 3.3 propõe-se gerir as incertezas com três métodos para as restrições e três métodos para a função objetivo, $3 * 3 = 9$ abordagens são propostas por otimização estocástica explícita. Na lista que se segue, são identificados com o rótulo EXY, onde $X = \{1, 2, 3\}$ (resp. $Y = \{1, 2, 3\}$) designa o número do método utilizado para gerir as incertezas nas restrições (resp. na função objetivo).

A escrita das abordagens por otimização estocástica explícita é muito semelhante à escrita do problema determinista. A diferença é que as abordagens por otimização estocástica explícita fazem intervir simultaneamente todos os cenários possíveis. O retorno financeiro inicial $G_0(Q_{UST}^{EXY})$ é então dada por:

$$G_0(Q_{UST}^{EXY}) = G(Q_{UST}^{EXY}, Preço^{DET})$$

E11 - Otimização robusta de ganho médio:

$$Q_{UST}^{E11} = \operatorname{argmax}_{Q_{UST} \in \mathbb{R}^{I \times T}} \left\{ \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S G(Q_{UST}, Preço(k_s,)) \mid \forall s \in \{1, \dots, S\}, Q_{UST} \in \mathcal{A}(\text{Contribuição}(n_s,)) \right\} \quad (13)$$

E12 - Otimização robusta do pior caso:

$$Q_{UST}^{E12} = \operatorname{argmax}_{Q_{UST} \in \mathbb{R}^{I \times T}} \left\{ \min_{1 \leq s \leq S} G(Q_{UST}, \text{Preço}(k_s,)) | \forall s \in \{1, \dots, S\}, Q_{UST} \in \mathcal{A}(\text{Contribuição}(n_s,)) \right\} \quad (14)$$

E13 - Otimização robusta de quantil: Sendo o $\alpha_q \in [0; 1]$

$$Q_{UST}^{E13} = \operatorname{argmax}_{Q_{UST} \in \mathbb{R}^{I \times T}} \left\{ q_{\alpha_q}(Q_{UST}) | \forall s \in \{1, \dots, S\}, Q_{UST} \in \mathcal{A}(\text{Contribuição}(n_s,)) \right\} \quad (15)$$

com

$$\frac{1}{S} \operatorname{card} \left\{ s \in \{1, \dots, S\} | G(Q_{UST}, \text{Preço}(k_s,)) \leq q_{\alpha_q}(Q_{UST}) \right\} \leq \alpha \quad (16)$$

E21 - Otimização em esperança do ganho médio:

$$Q_{UST}^{E21} = \operatorname{argmax}_{Q_{UST} \in \mathbb{R}^{I \times T}} \left\{ \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S G(Q_{UST}, \text{Preço}(k_s,)) | \forall l \in \{1, \dots, r\}, \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S g_l(Q_{UST}, \text{Contribuição}(n_s,)) \leq 0 \right\} \quad (17)$$

E22 - Otimização em esperança do pior caso:

$$Q_{UST}^{E21} = \operatorname{argmax}_{Q_{UST} \in \mathbb{R}^{I \times T}} \left\{ \min_{1 \leq s \leq S} G(Q_{UST}, \text{Preço}(k_s,)) | \forall l \in \{1, \dots, r\}, \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S g_l(Q_{UST}, \text{Contribuição}(n_s,)) \leq 0 \right\} \quad (18)$$

E23 - Otimização em esperança do quantil: Sendo o $\alpha_q \in [0; 1]$

$$Q_{UST}^{E23} = \operatorname{argmax}_{Q_{UST} \in \mathbb{R}^{I \times T}} \left\{ q_{\alpha_q}(Q_{UST}) | \forall l \in \{1, \dots, r\}, \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S g_l(Q_{UST}, \text{Contribuição}(n_s,)) \leq 0 \right\} \quad (19)$$

onde $q_{\alpha_q}(Q_{UST})$ é dado pela equação (17)

E31 - Otimização em probabilidade do ganho médio:

$$Q_{UST}^{E31} = \operatorname{argmax}_{Q_{UST} \in \mathbb{R}^{I \times T}} \left\{ \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S G(Q_{UST}, \text{Preço}(k_s,)) | \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S 1_{\mathcal{A}(\text{Contribuição}(n_s,))}(Q_{UST}) \geq 1 - \alpha_p \right\} \quad (20)$$

E32 - Otimização em probabilidade do pior caso:

$$Q_{UST}^{E32} = \operatorname{argmax}_{Q_{UST} \in \mathbb{R}^{I \times T}} \left\{ \min_{1 \leq s \leq S} G(Q_{UST}, \text{Preço}(k_s,)) \mid \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S 1_{\mathcal{A}(\text{Contribuição}(n_s,))}(Q_{UST}) \geq 1 - \alpha_p \right\} \quad (21)$$

E33 - Otimização em probabilidade do quantil:

$$Q_{UST}^{E33} = \operatorname{argmax}_{Q_{UST} \in \mathbb{R}^{I \times T}} \left\{ q_{\alpha_q}(Q_{UST}) \mid \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S 1_{\mathcal{A}(\text{Contribuição}(n_s,))}(Q_{UST}) \geq 1 - \alpha_p \right\} \quad (22)$$

3.5.2 Abordagem de otimização estocástica implícita

Para qualquer $\sigma \in \{1, \dots, S\}$, calcula-se o programa de produção $Q_{UST}^\sigma \in \mathbb{R}^{I \times T}$ solução do problema otimização para o cenário possível σ (i.e. a dupla de traços $(\text{Contribuição}(n_{\sigma,}), \text{Preço}(k_{\sigma,}))$):

$$Q_{UST}^\sigma = \max_{Q_{UST} \in \mathcal{A}(\text{Contribuição}(n_{\sigma,}))} G(Q_{UST}, \text{Preço}(k_{\sigma,}))$$

como o conjunto dos elementos admissíveis \mathcal{A} depende aqui de uma variável ambiental (as contribuições), apenas os quatro primeiros métodos da seção 3.3 são diretamente (e facilmente) aplicáveis. Na lista que se segue, são identificados com o rótulo IX, onde $X \in \{1, 2, 3, 4\}$ designa o número do método utilizado. As abordagens por otimização estocástica implícita são métodos que permitem escolher o melhor programa de produção $Q_{UST}^{IX} = Q_{UST}^s$ (onde $s \in \{1, \dots, S\}$) entre as soluções intermediárias Q_{UST}^σ para $\sigma \in \{1, \dots, S\}$. O retorno financeiro inicial $G_0(Q_{UST}^{IX})$ para as abordagens por otimização estocástica implícita é então dado por:

$$G_0(Q_{UST}^{IX}) = G(Q_{UST}^s, \text{Preço}(k_s,))$$

I1 – Melhor retorno financeiro inicial: Escolhe-se a solução intermediária a qual possui o maior retorno financeiro:

$$Q_{UST}^{I1} = Q_{UST}^s, \text{ onde } s \in \operatorname{argmax}_{1 \leq \sigma \leq S} G(Q_{UST}^\sigma, \text{Preço}(k_s,)) \quad (23)$$

uma vez calculadas todas as soluções intermediárias, esta abordagem é muito rápida (efetua-se uma simples comparação dos valores ótimos do retorno financeiro). A segunda etapa do parágrafo 3.4 não é utilizada neste método.

I2 – Melhor retorno financeiro total médio: Escolhe-se a solução intermediária que melhor reage aos cenários possíveis:

$$Q_{UST}^{I2} = Q_{UST}^s, \text{ onde } s \in \operatorname{argmax}_{1 \leq \sigma \leq S} \sum_{\sigma'=1}^S G_{total}^{corr}(Q_{UST}^\sigma, \sigma') \quad (24)$$

uma vez calculadas todas as soluções intermediárias, esta abordagem requer uma o cálculo do retorno financeiro total de cada solução intermediária com cada cenário possível (segunda etapa do parágrafo 3.4).

I3 – Melhor respeito das restrições: Escolhe-se a solução intermediária que melhor respeita as restrições para os cenários possíveis:

$$Q_{UST}^{I3} = Q_{UST}^s, \text{ onde } s \in \operatorname{argmax}_{1 \leq \sigma \leq S} \sum_{\sigma'=1}^S 1_{\mathcal{A}(Contribuição(n_{s,,}))}(Q_{UST}^\sigma)^{(n_{\sigma'})}$$

uma vez calculadas todas as soluções intermediárias, esta abordagem requer o cálculo do valor total do retorno financeiro de cada solução intermediária com cada curva de contribuição. Além disso, este método não é muito pertinente, uma vez que o cumprimento das restrições já é considerado nos retornos financeiros totais da abordagem I2 anterior.

I4 – Menor desvio-padrão: Escolhe-se a solução intermediária que menos difunde as incertezas, ou seja, o que fornece o menor desvio padrão dos retornos financeiros totais com todos os cenários possíveis:

$$Q_{UST}^{I4} = Q_{UST}^s, \text{ onde } s \in \operatorname{argmin}_{1 \leq s' \leq S} \sigma(s')$$

onde, para todo $s' \in \{1, \dots, S\}$, $\sigma(s') > 0$ designa o desvio padrão empírico da amostra:

$$\left(G_{total}^{corr}(Q_{UST}^{s'}, w) \right)_{1 \leq w \leq S}$$

uma vez calculadas todas as soluções intermediárias, esta abordagem requer o cálculo do retorno financeiro total (com correção de volume) de cada solução intermediária com cada cenário possível.

3.5.3 Abordagem por otimização estocástica em duas etapas

A abordagem de otimização estocástica em duas etapas consiste em realizar as duas etapas em um único “grande” problema de otimização. Procura-se, portanto, diretamente um programa de produção que maximiza o retorno financeiro total médio. Como a correção de volume é delicada a formular matematicamente na forma de uma restrição linear, só se utiliza o retorno financeiro total com pós-otimização. Utiliza-se do método descrito na seção 3.3.3. A abordagem é identificada por otimização estocástica em duas etapas com etiqueta ED.

Mais especificamente, a abordagem de otimização estocástica em duas etapas consiste em determinar o programa de produção ótimo $Q_{UST} \in \mathcal{A}(\text{Contribuição}^{DET})$ a partir do cenário determinista, antecipando, para cada cenário possível $s \in \{1, \dots, S\}$, as alterações que dem ser realizadas nos dias *intraday* D a $D + 1$ para continuar a maximizar o retorno financeiro com o cenário possível s (por conseguinte, constrói-se um programa de produção virtual $Q_{UST}^{virtual}(s, \cdot) \in \mathcal{A}(\text{Contribuição}(n_s, \cdot))$ que representa o programa de produção que será alterado).

Nota-se em azul (resp. laranja) as variáveis que dependem diretamente do programa de produção ideal Q_{UST} (resp. programas de produção virtual $Q_{UST}^{virtual}(s, \cdot)$). O problema da abordagem por otimização estocástica em duas etapas é escrito:

$$Q_{UST}^{ED} = \underset{Q_{UST} \in \mathcal{A}(\text{Contribuição}^{DET})}{\operatorname{argmax}} \left\{ G(Q_{UST}, \text{Preço}^{DET}) + \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S G_1^{reopti}(Q_{UST}, s) \right\} \quad (25)$$

onde $G_1^{reopti}(Q_{UST}, s)$ é a solução do problema de otimização da equação (11) e $G_{total}^{reopti}(Q_{UST}, s)$ é dado pela equação (12). Pode-se escrever o problema (25) sob a forma equivalente do problema por otimização estocástica a uma etapa:

$$Q_{UST}^{ED} = \underset{\substack{Q_{UST} \in \mathcal{A}(\text{Contribuição}^{DET}) \\ \forall s \in \{1, \dots, S\}, Q_{UST}^{virtual}(s, \cdot) \in \mathcal{A}(\text{Contribuição}(n_s, \cdot))}}{\text{argmax}} \left\{ G(Q_{UST}, \text{Preço}^{DET}) + \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S G_s(Q_{UST}^{virtual}(s, \cdot), Q_{UST}, s) \right\} \quad (26)$$

onde para todo $s \in \{1, \dots, S\}$,

$$G_s(Q_{UST}^{virtual}(s, \cdot), Q_{UST}, s) = \delta t \sum_{t=t_j}^T \beta(s, t) \text{Preço}(k_s, t) (P_{Hidrovirtual}(s, t) - P_{alvo}(t))$$

sendo para todo $t \in \{t_j, \dots, T\}$,

$$P_{alvo}(t) = \begin{cases} P_{Vendas}(t) & \text{se } t < t_1 \\ P_{Hidro}(t) & \text{se } t_1 \leq t < t_2 \\ 0 & \text{se } t > t_2 \end{cases}, \beta(s, t) = \begin{cases} 0.92 & \text{se } P_{Hidrovirtual}^{(n_s)}(t) \geq P_{alvo}(t) \\ 1.08 & \text{se } P_{Hidrovirtual}^{(n_s)}(t) < P_{alvo}(t) \end{cases}$$

Em seguida, a abordagem de otimização estocástica em duas etapas aponta para o problema (26). A função G permite representar a primeira etapa: o retorno financeiro inicial previsto com o programa de produção ideal Q_{UST} e o cenário determinista. Esta função permite maximizar as vendas no mercado *day-ahead*. A função G_s permite representar a segunda etapa: o retorno financeiro suplementar (para mais ou para menos) uma vez que o programa de produção ideal Q_{UST} fixado e com um cenário possível. A potência alvo P_{alvo} contém as vendas futuras que serão realizadas (às 12h do dia D para o dia $D + 1$). Esta função permite maximizar os ajustes (transações) no futuro mercado *intraday* do dia $D + 1$. A diferença $P_{Hidrovirtual}(s, \cdot) - P_{alvo}$ representa a futura diferença entre a potência do programa de produção virtual que será otimizado para se adaptar ao cenário possível s e as futuras vendas P_{alvo} . Esta diferença é contabilizada com o preço alterado (graças ao coeficiente β), uma vez que a segunda etapa antecipa o futuro mercado *intraday* dos dias D a $D + 1$. A função G_s é, portanto, a função objetivo do problema determinista aplicado com o cenário possível, as vendas P_{alvo} e um período *intraday* estendido para todo o horizonte de cálculo.

Esta abordagem permite realizar as etapas das subsecções 3.5 e 3.4.2 dentro de um mesmo problema de otimização. Assim, esta abordagem é a que mais se aproxima do processo operacional real: permite definir a melhor estratégia (i.e. avaliação), em de acordo com as incertezas, entre as vendas no mercado *day-ahead* e as transações do futuro mercado *intraday* $D + 1$. No entanto, esta abordagem aumenta

consideravelmente o número de variáveis de decisão (o programa de produção habitual, bem como um programa de produção virtual para cada cenário possível), portanto, pode ser impraticável na realidade para um número grande de cenários possíveis e/ou um número grande de usinas.

3.6 GAMS

Matematicamente o modelo é escrito na forma de um problema de otimização sob restrições, e nesse caso o objetivo é maximizar o retorno financeiro em função de todas as variáveis e restrições. A função objetivo do problema e suas restrições são combinações lineares das variáveis. Como o problema aqui tratado é à números inteiros, ou seja, as variáveis fazem parte do conjunto dos inteiros \mathbb{Z} .

Retomam-se as notações das subseções precedentes, a otimização que se quer realizar incide sobre o programa de produção hidrelétrico que é inteiramente determinado a partir do conhecimento de $Q_{UST}(i, t)$ de cada usina $i \in \{1, \dots, I\}$ a cada período de tempo $t \in \{1, \dots, T\}$ do horizonte de cálculo. Assim, a variável de decisão, usada mais tarde, é o fluxo de usina teórica $Q_{UST}(i, t) \in \mathbb{R}^{I \times T}$ e a função objetivo é o retorno financeiro $G \in \mathcal{F}(\mathbb{R}^{I \times T} \times \mathbb{R}^T, \mathbb{R})$. Além disso, \mathcal{A} constitui o conjunto dos elementos admissíveis do problema de otimização (equação (5)). Assim, o problema de otimização determinista escreve-se:

$$\begin{aligned} & \max_{Q_{UST} \in \mathbb{R}^{I \times T}} \{G(Q_{UST}, Preço) | \forall l \in \{1, \dots, r\}, g_l(Q_{UST}, Contribuição) \leq 0\} & (27) \\ \text{i.e,} & \max_{Q_{UST} \in \mathcal{A}(Contribuição)} G(Q_{UST}, Preço) \end{aligned}$$

Os dados $Contribuição \in \mathbb{R}^{I \times T}$ e $Preço \in \mathbb{R}^T$ são variáveis ambientais para o problema de otimização da equação (27). A variável ambiental $Contribuição$ intervém somente nas restrições e a variável ambiental $Preço$ intervém somente na função objetivo.

Uma maneira eficaz de resolver problemas de otimização é a utilização de softwares. Nesse caso estudado o software utilizado é o *General Algebraic Modeling System (GAMS)* que é um sistema de modelização de alto nível para a programação matemática e otimização de inteiros lineares, não lineares e mistos. No caso do problema aqui tratado, a modelização não é linear, já que a lei física entre a potência

gerada e a quantidade de água turbinada não é linear, no entanto pode-se torna-la linear realizando uma linearização por partes. Essa problemática da linearização por partes não será abordada no trabalho já que foge do escopo, e no caso estudado, ela foi realizada anteriormente por outra pessoa. O problema de otimização da equação (27) é na realidade um problema de otimização linearizado por partes.

Como os elementos permitidos são soluções físicas limitadas, o conjunto (fechado) \mathcal{A} é limitado. Além disso, na gama energética (desconsiderando de enchente e estiagem), tem-se: $\mathcal{A} \neq \emptyset$. No entanto, o problema de otimização o não possui necessariamente uma solução, porque não é completamente linear.

Na prática, o problema de otimização da equação (27) é resolvido numericamente com a linguagem GAMS. Descrever as restrições lineares por partes nesta linguagem requer a definição de variáveis binárias. O problema de otimização que é resolvido numericamente é, portanto, um problema *Mixed-Integer Programming (MIP)*, que é uma mistura entre otimização combinatória (em número inteiro) e otimização linear. O problema é resolvido pela *solver* Cplex mip. Define-se um intervalo de tempo para parar o processo de resolução caso demore muito tempo para encontrar uma solução ideal para o problema *MIP*. No final deste período, GAMS retorna uma das melhores soluções encontrada (mas não é *a priori* o resultado ótimo). De qualquer forma, GAMS também retorna uma solução do problema relaxado, ou seja, o problema em que as restrições de número inteiro e binário são estendidas em um intervalo real. O problema relaxado é convexo, portanto, de acordo com o Teorema 1 da seção 2.5, admite-se (pelo menos) uma solução. O intervalo MIP retornado pelo GAMS mede o erro relativo entre a solução MIP e a solução relaxada. Não existe um limite de intervalo MIP acima do qual rejeita-se sistematicamente a solução retornada. No entanto, por experiência dos operadores, uma boa solução para o problema de otimização da equação (27) está associada a um intervalo MIP inferior a 10% ou 15% (dependendo da configuração usada).

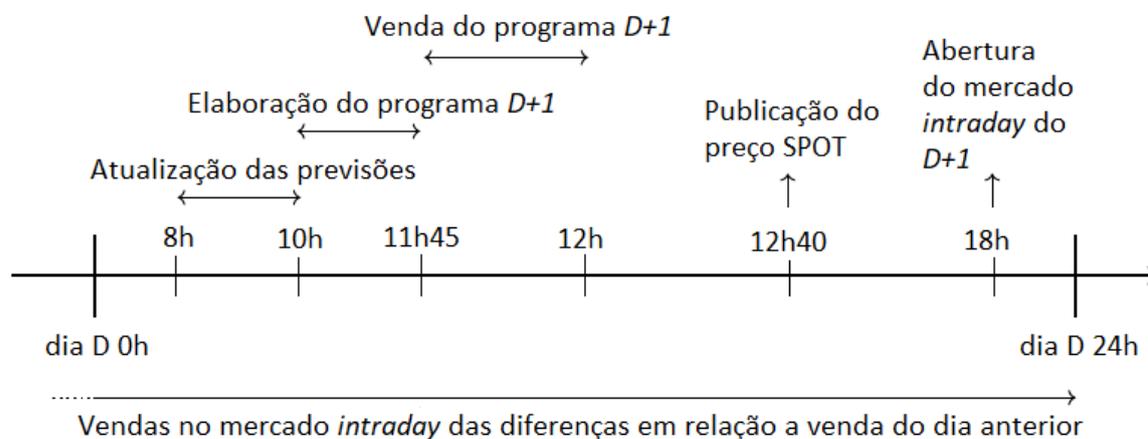
4 CASO ESTUDADO E APLICAÇÃO

As ferramentas necessárias para a compreensão do presente estudo foram descritas nos capítulos anteriores. Nesse capítulo, esses conhecimentos serão aplicados ao caso da otimização probabilística da produção de energia de usinas hidrelétricas no rio Ródano, na França, que é concessionado pela empresa francesa *Compagnie Nationale du Rhône (CNR)*.

Uma observação importante é que o rio Ródano possui 18 usinas em série, mas para este estudo consideram-se somente 6 já que as incertezas do rio só foram modeladas para os afluentes que desaguam no Ródano entre as 6 primeiras usinas (trecho chamado de Alto Ródano), a explicação para isso é apresentada na seção 4.1.1.

Para realizar a simulação completa do problema é necessário conhecer a cronologia da gestão operacional, ou seja, colocar-se no ponto de vista operacional para que a otimização e estudo sigam uma sequência real (Figura 13).

Figura 13 Cronologia da gestão operacional



Fonte: Realizada pelo autor

A ferramenta de otimização é utilizada para realizar a elaboração do programa $D + 1$, ou seja, antes da venda do programa, justamente para realizar as melhores vendas em função da meteorologia e do preço de energia do dia seguinte. O horizonte de cálculo utilizado é o da Figura 5, onde:

- O instante presente é a 10h do dia D ($t_D = 205$)
- O período *intraday* é até o fim do dia D (período $t \in \{t_D, \dots, t_1 - 1\}$)

- O resto do horizonte ($t \in \{t_1, \dots, T\}$) é valorizado no mercado *day-ahead*

Assim, a escolha de uma situação de referência dia D é necessária. Posteriormente, uma situação de referência do passado é escolhida para realizar os testes (seção 4.2.1). Considera-se apenas os mercados *day-ahead* e *intraday*, por isso a potência vendida para $t > t_1$, é nula, ou seja: $P_{vendas}(t) = 0$. Como pode-se ver na Figura 13, em $t_D = 10h$ do dia D o programa do dia $D + 1$ ainda não foi definido.

4.1 MODELIZAÇÃO DAS INCERTEZAS

Duas fontes de incertezas são identificadas no problema de otimização estocástica: a afluência no rio e o preço da eletricidade.

Esses dados são fontes de incertezas, pois correspondem às previsões para dias futuros e não são conhecidos no momento do lançamento do cálculo. Para tratamento dessas incertezas, escolhe-se o método de previsão por conjunto, que já é utilizado pela empresa e também é adaptado para a otimização estocástica. Em seguida, realiza-se uma simplificação, em que: pressupõe-se que as variáveis ambientais (afluências e preço) são independentes. Como resultado, a previsão de cada dado incerto é construída sem levar em consideração os outros dados incertos. Na realidade, existe uma correlação entre variáveis ambientais. No entanto, construir previsões de conjuntos que respeitem essa correlação é uma tarefa muito complexa, fora do escopo deste trabalho.

4.1.1 Afluentes do Rio Ródano

Um estudo foi realizado para gerar traços de fluxo a partir de modelos meteorológicos e hidrológicos. A principal dificuldade é que os traços devem preservar a correlação espaço-temporal dos fluxos (ver seção 3.2.1). De fato, as zonas de chuva geralmente se estendem por várias bacias hidrográficas, de modo que o fluxo de um afluente é espacialmente correlacionado com o fluxo de outro afluente próximo. Da mesma forma, o fluxo de um afluente em um período de tempo está correlacionado com seu fluxo em período de tempo vizinhas (o fluxo não é uma grandeza "ruidosa": é necessário respeitar uma trajetória temporal coerente).

Joseph Bellier realizou seu doutorado e apresentou artigos em parceria com a CNR respondendo esse problema. Joseph Bellier propõe no artigo (Bellier, Zin, &

Bontron, 2018) um método (semelhante aos métodos apresentados na seção 3.2.1). para criar uma previsão total dos fluxos dos afluentes do Alto Ródano a partir da previsão por conjunto do modelo meteorológico do *European Center for Medium-Range Weather Forecast (ECMWF)*. Com esse material, dispõe-se de uma previsão geral emitida todos os dias, contendo 50 membros de previsão por conjunto de fluxo dos seis afluentes do Alto Ródano (L'Arve, La Valserine, Le Fier, Les Usses, Le Séran e Le Guiers) com até 120 horas de alcance (em períodos de 1 hora). Os dias de realização dessas previsões vão de 01/01/2011 a 25/12/2014 com base no *RUN* das 0h UTC de previsão por conjunto bruto produzido por o modelo climático do ECMWF.

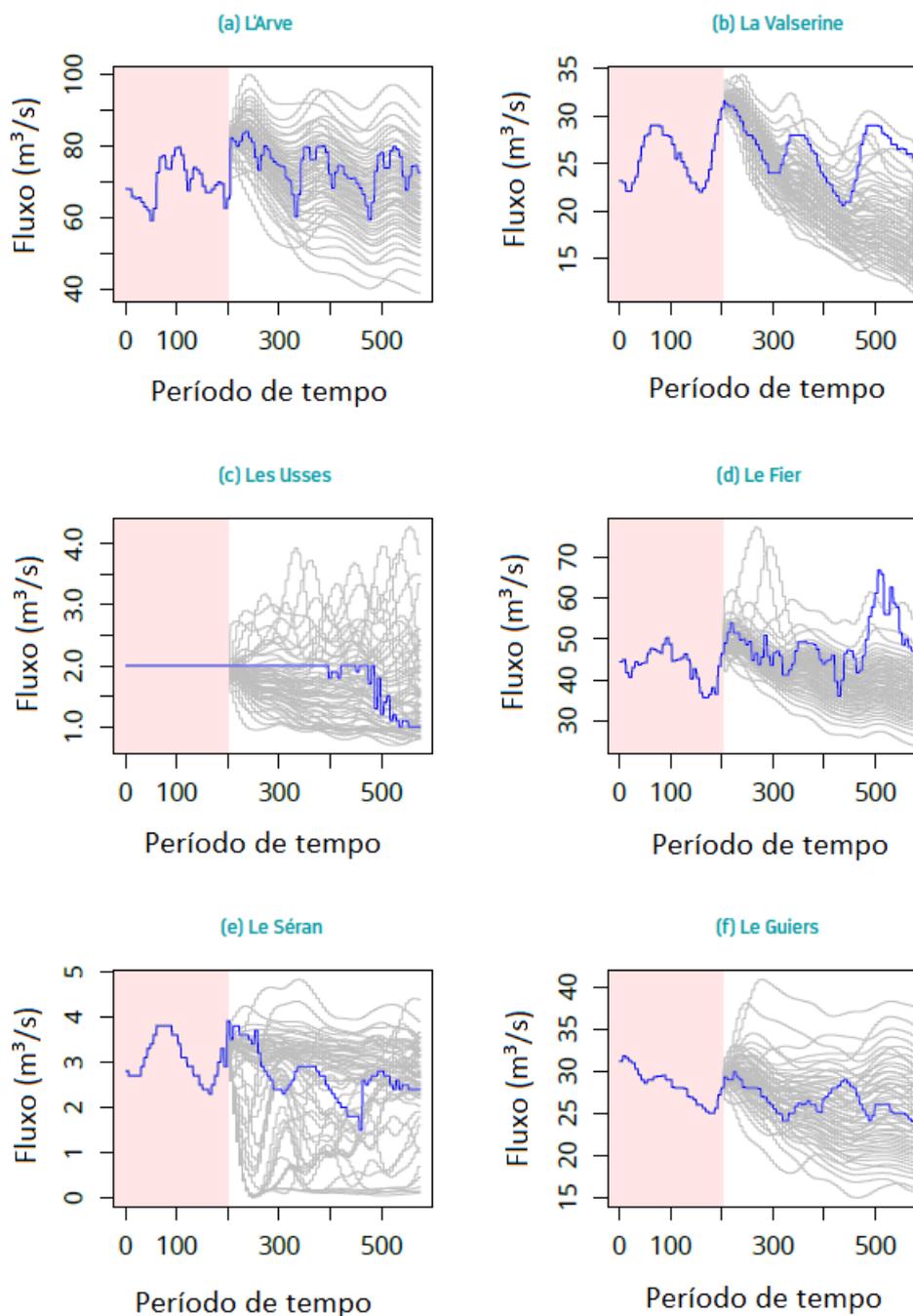
Essas previsões são pós-processadas para garantir sua confiabilidade (EMOS) e depois reorganizadas para garantir a coerência espaço-temporal. Então, essas previsões são integradas em três modelos hidrológicos diferentes, os hidrogramas resultantes são pós-processados para combinar as saídas dos modelos, levando em consideração seu desempenho relativo e garantindo sua confiabilidade (BMA). Finalmente, os hidrogramas são reorganizados para garantir sua coerência espaço-temporal. O procedimento completo está especificado no artigo (Bellier, Zin, & Bontron, 2018). Escolhe-se um dia entre 01/01/2011 e 25/12/2014, considerado dia D para a realização dos cálculos. Para utilizar um dia não incluído no período entre 01/01/2011 e 25/12/2014, é necessário repetir as etapas do procedimento descrito no artigo de Joseph Bellier.

Os dados de previsão meteorológica fornecidos estão em períodos de uma hora. Portanto, uma mudança para períodos de 10 minutos é necessária para adequá-los com a modelização do rio. Nota-se que esses dados possuem 50 membros para cada previsão por conjunto, mas utiliza-se na otimização (ver subseção 4.2.1) somente $N = 10$ membros, escolhidos aleatoriamente, são utilizados. Para todo $n \in \{1, \dots, N\}$, para todo afluente f do Alto-Ródano, e para todo $t \in \{1, \dots, T\}$, denota-se $Q_{Afluente}(n, f, t)$ o fluxo no período de tempo t , para o membro n e afluente f . Em seguida, os fluxos de cada membro são propagados para o ponto de regulação de cada usina. Os fluxos devido aos afluentes do membro $n \in \{1, \dots, N\}$, calculados no ponto de regulação da usina $i \in \{1, \dots, 6\}$ no período de tempo $t \in \{1, \dots, T\}$ escreve-se:

$$Contribuição_{Afluentes}(n, i, t) = Q_{Afluentes}(n, f, t - TRF(f, i))$$

onde $TRF(f, i)$ designa o tempo de propagação (valor conhecido) da água entre a estação de medição do afluente f e do ponto de regulação i (tempo de atraso).

Figura 14 Visualização da previsão por conjunto dos afluentes



Fonte: Realizada pelo autor

A Figura 14 mostra as previsões por conjunto dos afluentes após o processamento. As curvas em cinza representam as $N = 50$ previsões (das quais escolhe-se somente 10 para a otimização), as curvas em azul são as observações a

posteriori e as áreas em rosa claro são as observações do passado até o momento que se realiza a previsão. Os afluentes completos, para os traços $n \in \{1, \dots, N\}$ no ponto de regulação da usina $i \in \{1, \dots, I\}$ ao período de tempo $t \in \{1, \dots, T\}$, são obtidos adicionando as contribuições das *Bassins Versant Intermédiaire (BVI)*. Essas contribuições são pequenas em relação ao afluente e por isso suas incertezas não são modeladas. De qualquer maneira, o valor das contribuições é:

$$\text{Contribuição}(n, i, t) = \text{Contribuição}_{\text{Afluentes}}(n, i, t) + \text{Contribuição}_{\text{BVI}}(i, t)$$

4.1.2 Previsão de Preços

A previsão de preços para o horizonte de cálculo é outra fonte de incertezas. De fato, a venda da produção é realizada antes de se conhecer os preços do SPOT (ver a seção 2.2). Nesse sentido, a otimização busca produzir energia elétrica nas horas mais caras, embora não se saibam ao certo os preços do mercado da eletricidade no horizonte de cálculo utilizado.

Vários fatores afetam o preço da eletricidade e uma equipe encarregada do mercado de energia da CNR usa um modelo de tipo "Stack", que utiliza do princípio de ordem de mérito, para construir uma única curva (previsão determinística) dos preços de mercado *day-ahead* em período horário. Essa curva é atualizada várias vezes por dia, em função dos novos e mais precisos dados disponíveis. No entanto, não existe um modelo para construir diferentes cenários de preços (previsão por conjunto). Para gerar esses cenários (curvas) de preço, tem-se por base um estudo estatístico *a posteriori* e um rearranjo para garantir a coerência temporal dos cenários. O princípio é usar a teoria da previsão de conjuntos (seção 3.2), quando apenas uma previsão estiver disponível, que pode ser vista como um único membro de uma visualização bruta do conjunto.

A seguir os preços são expressos em €/MWh e as outras notações necessárias são descritas no decorrer da subseção.

4.1.2.1 Modelo Estatístico

Na concepção do programa hidráulico (fase de elaboração antes das 12h do dia D , Figura 13), os preços horários da eletricidade dos dias $D + 1$ e $D + 2$ não são conhecidos. Assim, há 48 períodos de tempo de 1h de previsão do preço da

eletricidade, indicados por $h \in \{1, \dots, 48\}$. O primeiro período $h = 1$ corresponde à hora entre 0h e 1h UTC do dia $D + 1$ e o último $h = 48$ corresponde à hora entre as 23h e as 24h UTC do dia $D + 2$.

Previsão por conjunto bruta: Procura-se obter uma previsão por conjunto do preço $\Pi(h)$ da eletricidade (variável aleatória real) para todo período $h \in \{1, \dots, 48\}$ da situação de referência estudada. Para este efeito, dispõe-se de uma previsão determinista $(\pi(h))_{1 \leq h \leq 48}$ dada pela última atualização da curva. Para adaptar a teoria de previsão geral da seção 3.2, considera-se que a previsão determinista $(\pi(h))_{1 \leq h \leq 48}$ forma uma previsão por conjunto bruta com um único membro $M = 1$ (segundo as notações da seção 3.2).

Estudo estatístico: O estudo estatístico consiste em adaptar o pós-processamento estatístico da seção 3.2. Trata-se em estimar, para qualquer $h \in \{1, \dots, 48\}$, a lei da variável aleatória $[\Pi(h)|\pi(h)]$ a partir de um histórico passado. Como no caso clássico do pós-processamento EMOS, usa-se um modelo gaussiano: para $h \in \{1, \dots, 48\}$, procura-se estimar os parâmetros $m(h) \in \mathbb{R}$ e $\sigma(h) > 0$ tais como:

$$[\Pi(h)|\pi(h)] \sim \mathcal{N}(m(h), \sigma(h)^2)$$

para tal, utiliza-se a comparação entre o histórico das atualizações diários das curvas em um prazo de 2 dias e o histórico de curvas de preços SPOT observados durante os mesmos dias (Tabela 2). O histórico utilizado para o estudo vai de 02/01/2013 a 30/12/2017 (1823 dias) e os preços são definidos em período de tempo horário. A cada dia $d \in \{1, \dots, 1823\}$ do histórico, dispõe-se:

- Dos preços SPOT observados $\bar{\pi}^{(d)}(h)$ para os períodos de tempo horários $h \in \{1, \dots, 48\}$ ($d + 1$ e $d + 2$),
- Da última atualização da previsão realizada no dia d $\pi^{(d)}(h)$ para os períodos horários $h \in \{1, \dots, 48\}$ ($d + 1$ e $d + 2$).

Olhando mais de perto o histórico, nota-se que existem casos extremos em que os desvios de previsão são muito grandes, ou seja, onde o preço SPOT realizado é

muito diferente do preço previsto. Pode tratar-se, por exemplo, de uma situação em que uma usina para de funcionar em um determinado momento de elevada procura de eletricidade ou de pânico financeiro quando existe o risco de não satisfazer toda a demanda. Estes casos extremos correspondem a casos incomuns e por isso, é escolhe-se elimina-los do histórico. Toma-se em conta apenas os prazos em que o desvio de previsão se situa entre os quantils de 5% e 95%.

Tabela 2 Estrutura do histórico dos dados do preço da energia elétrica

Dia d	Data	Hora h	Preço previsto $\pi^{(j)}(h)$	Preço SPOT $\bar{\pi}^{(j)}(h)$
02/01/2013	03/01/2013	1	41.61	38.25
		2	32.67	34.40
		⋮	⋮	⋮
		24	30.81	33.93
	04/01/2013	25	33.20	29.02
		26	27.62	24.71
		⋮	⋮	⋮
		48	38.78	42.94
03/01/2013	04/01/2013	1	33.81	33.93
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Fonte: Realizada pelo autor

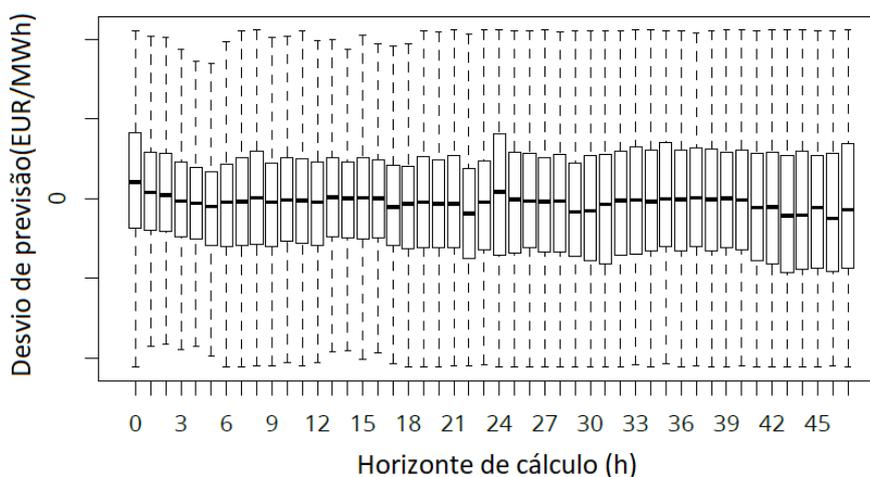
A aprendizagem do modelo estatístico é efetuada com base num conjunto de aprendizagem que corresponde 90% dos dias do histórico truncado (sem os extremos) tomado (uniformemente) ao acaso. Os 10% restantes dos dias do histórico truncado forma o conjunto de testes em que a qualidade do modelo estatístico obtido é testada. Nota-se $D_{aprend} \subset \{1, \dots, 1823\}$ o conjunto de dias da aprendizagem e $D_{teste} = \{1, \dots, 1823\} \setminus \{D_{aprend}\}$ o conjunto dos dias de teste. Se o modelo de previsão determinista é de boa qualidade, espera-se a propriedade $\forall h \in \{1, \dots, 48\}, m(h) \approx \pi(h)$ seja verdadeira. Na sequência, interessa-se para todo $h \in \{1, \dots, 48\}$, a variável aleatória:

$$\varepsilon(h) = \pi(h) - [\Pi(h)|\pi(h)] \sim \mathcal{N}(\mu(h), \sigma(h)^2) \quad (28)$$

com $\mu(h) = \pi(h) - m(h) \in \mathbb{R}$, um novo parâmetro a se estimar que substitui $m(h)$. Deve-se, portanto, estimar um modelo gaussiano por período, seja, *a priori*, $48 * 2 = 96$ parâmetros.

Estimativa dos parâmetros do modelo estatístico: A Figura 15 mostra o diagrama de caixas (*boxplot*) dos desvios de previsão por período do histórico truncado (diferenças $\pi(h)^{(d)} - \bar{\pi}^{(d)}(h)$), entre o preço previsto e o preço observado para os dias $d \in D_{Aprend}$ do conjunto de aprendizagem). Observa-se que os desvios de previsão são centrados em torno de 0 e que as caixas são relativamente simétricas entre si.

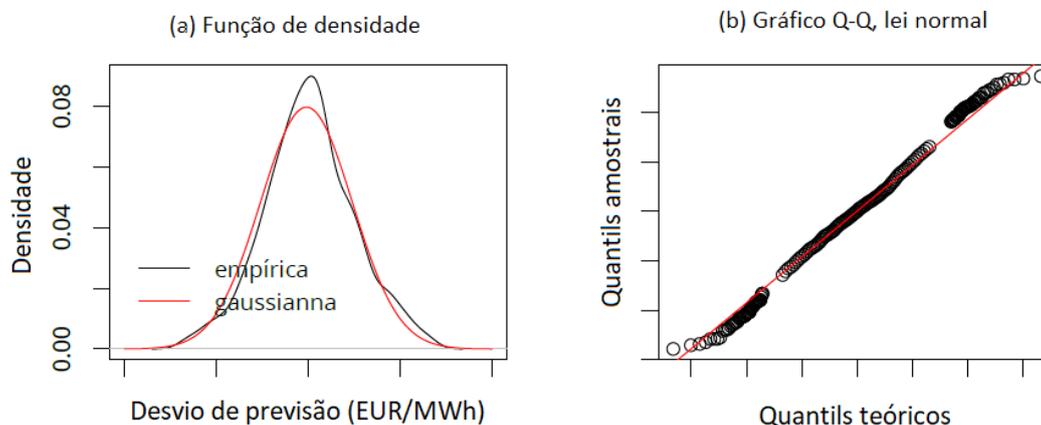
Figura 15 Diagrama de caixas dos desvios de previsão por período



Fonte: Realizada pelo autor

Além disso, a Figura 16 permite visualizar a comparação entre o desvio de previsão empírico e o modelo gaussiano para o período $h = 8$. Comparações para outros prazos são semelhantes. Nota-se que a função de densidade empírica está perto da gaussiana estimada pela média empírica e pelo desvio padrão empírico. Do mesmo modo, os pontos do gráfico quântico estão bem alinhados com a linha de referência.

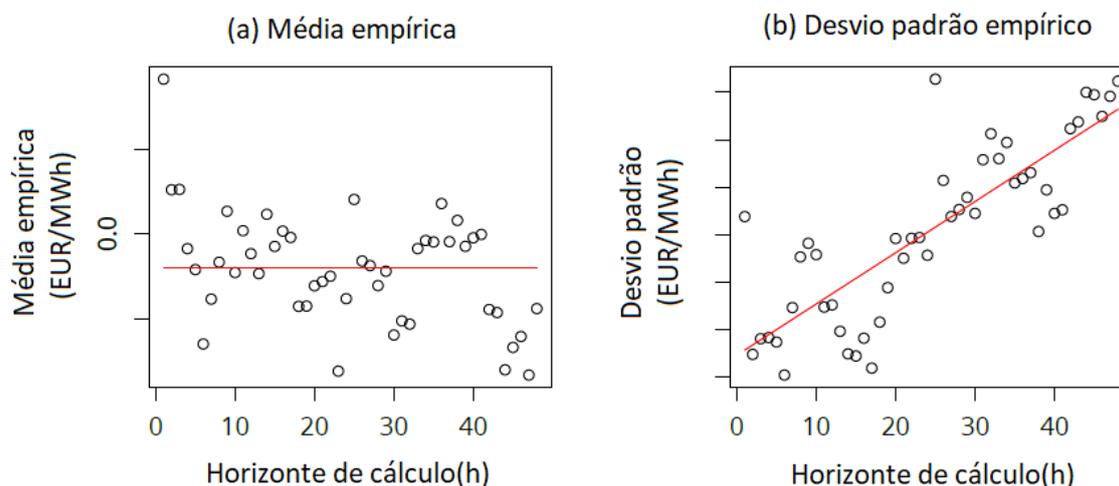
Figura 16 Comparação entre o desvio de previsão empírico e o modelo gaussiano



Fonte: Realizada pelo autor

O modelo gaussiano (equação (28)) é, portanto, relevante para o histórico, mas deve-se ter em mente que é uma simplificação. A qualidade do modelo é testada mais adiante.

Figura 17 Evolução temporal da média empírica e do desvio padrão empírico



Fonte: Realizada pelo autor

A Figura 17 mostra a evolução da média empírica e o desvio padrão empírico dos desvios de previsão (do conjunto de aprendizagem) em função dos períodos. Nota-se que o desvio de previsão aumenta quando o prazo se estende. No entanto, como as médias são bastante dispersas, opta-se por considerar uma esperança constante para o modelo gaussiano (em vermelho na Figura 17a). A esperança do modelo gaussiano (equação (28)) é, estimada pela média empírica do conjunto de aprendizagem: $\forall h \in \{1, \dots, 48\}, \mu(h) = \mu \in \mathbb{R}$ (por razões de confidencialidade, o valor numérico de μ não é mostrado, esta estimativa depende do conjunto de aprendizagem). O desvio padrão empírico aumenta com o passar do tempo, com uma tendência mais acentuada do que a média empírica. Isto mostra que a incerteza dos preços aumenta com o uma previsão para um futuro mais distante. Aproxima-se a relação entre o desvio-padrão e o período por uma reta, obtida por regressão linear (em vermelho na Figura 17b). Calcula-se com a linguagem R a partir do conjunto de aprendizagem: $\forall h \in \{1, \dots, 48\}, \sigma(h) = \alpha h + \beta$ onde $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$ (por razões de confidencialidade, os valores numéricos de α, β não são mostrados, esses valores dependem do conjunto de aprendizagem). O coeficiente de determinação ajustado é baixo ($R^2 = 0.676$) mas verifica-se que a estimativa dos coeficientes α, β é boa (os p-

valores da estatística Student são inferiores a 10^{-12}) e a regressão linear é relevante (resíduos estão bem dispersos e os resíduos normalizados estão bem alinhados com o gráfico quantil-quantil). Assim, o modelo estatístico utilizado é o seguinte:

$$\forall h \in \{1, \dots, 48\}, \varepsilon(h) = \pi(h) - [\Pi(h)|\pi(h)] \sim \mathcal{N}(\mu(h), \sigma(h)^2) \quad (29)$$

com $\mu \in \mathbb{R}$, e $\forall h \in \{1, \dots, 48\}, \sigma(h) = \alpha h + \beta$ são conhecidos.

A qualidade preditiva do modelo estatístico não é testada, uma vez que a qualidade da previsão por conjunto (que toma em conta a qualidade preditiva do modelo estatístico) é medida no final desta seção.

4.1.2.2 Geração de traços temporalmente coerentes

Sorteio estatístico: Para gerar uma previsão por conjunto $(\tilde{\pi}_1(h), \dots, \tilde{\pi}_K(h))_{1 \leq h \leq 48}$, correspondente a K traços de preço (onde $K \in \mathbb{N}^*$), retira-se, para cada período de tempo $h \in \{1, \dots, 48\}$, K realizações $\varepsilon_1(h), \dots, \varepsilon_K(h)$ do modelo de erro $\varepsilon(h)$ (equação(28)). É o que gera K preços $\tilde{\pi}_1(h) = \pi(h) - \varepsilon_1(h), \dots, \tilde{\pi}_K(h) = \pi(h) - \varepsilon_K(h)$ por período de tempo $h \in \{1, \dots, 48\}$. Recorda-se que $(\pi(h))_{1 \leq h \leq 48}$ designa a previsão determinista da curva de previsão. Na prática escolhe-se $K = 10$.

Autocorrelação dos preços. No entanto, existe realmente uma autocorrelação (temporal) dos preços. O preço de um período de tempo está correlacionado com o preço dos períodos vizinhos. Assim, a curva de preços possui uma coerência temporal significativa, que deve ser respeitada para gerar as curvas de preços.

Rearranjo de Schaake: Para garantir a coerência temporal nos traços de preço, aplica-se, em cada termo de tempo $h \in \{1, \dots, 48\}$, do horizonte de cálculo, um rearranjo de preços $\tilde{\pi}_k(h)$ para $k \in \{1, \dots, K\}$, a partir do método de rearranjo de Schaake (ver seção 3.2.1). Utiliza-se o método de rearranjo de Schaake em vez do método ECC, visto que a previsão de conjunto bruto tem apenas um membro (a previsão determinista).

Recorda-se que o método de rearranjo de Schaake consiste em reorganizar os preços obtidos $(\tilde{\pi}_1(h), \dots, \tilde{\pi}_K(h))_{1 \leq h \leq 48}$, para respeitar a coerência temporal de K

observações de 2 dias, retiradas (uniformemente) de forma aleatória do histórico dos preços SPOT observados entre 01/01/2013 e o 31/12/2017.

Assim, existe uma previsão por conjunto $(\hat{\pi}_1(h), \dots, \hat{\pi}_K(h))_{1 \leq h \leq 48}$, correspondente a K traços temporais coerentes do preço da eletricidade. A Tabela 3 mostra as diferentes notações utilizadas até o momento para facilitar a compreensão. Onde $h \in \{1, \dots, 48\}$ e $k \in \{1, \dots, K\}$ e $K = 10$:

Tabela 3 Notações do estudo estatístico dos preços

$\pi^{(d)}(\mathbf{h})$	Preço da previsão determinista do dia d no período de tempo h
$\bar{\pi}^{(d)}(\mathbf{h})$	Preço SPOT observado no período de tempo h , a partir do dia $d + 1$
$\pi(\mathbf{h})$	Preço da previsão determinista do dia D do instante presente do período de tempo h
$\tilde{\pi}_k(\mathbf{h})$	Preço do k -ésimo traço, não coerente, do dia D do instante presente do período de tempo h
$\hat{\pi}_k(\mathbf{h})$	Preço do k -ésimo traço, coerente, do dia D do instante presente do período de tempo h

Fonte: Realizada pelo autor

Qualidade da previsão global: Procura-se também, medir a qualidade da previsão por conjunto $(\hat{\pi}_1(h), \dots, \hat{\pi}_K(h))_{1 \leq h \leq 48}$. Para isso, utiliza-se o modelo de erro da equação (29) do conjunto de teste (10% remanescente do histórico truncado). A confiabilidade da previsão é visualizada no diagrama de Talagrand da Figura 18a. Lembra-se que o digrama de Talagrand é relativamente plano, o que significa que a previsão é bastante confiável. Esta observação permanece válida para todos os exemplos testados durante o trabalho realizado. Deve-se comparar também, com auxílio do cálculo CRPSS (ver seção 3.2), a qualidade do modelo de previsão por conjunto em relação à qualidade da previsão determinista bruta. Para todo $h \in \{1, \dots, 48\}$, nota-se $CRPS(h)$ o CRPS da previsão por conjunto $(\hat{\pi}_1(h), \dots, \hat{\pi}_K(h))_{1 \leq h \leq 48}$, no período de tempo h , calculado em linguagem R pelo comando **crps** da biblioteca de **verification**. O CRPS de referência para o cálculo do CRPSS é o da previsão por conjunto bruta $\pi(\mathbf{h})_{1 \leq h \leq 48}$, que se reduz nesse caso ao MAE (porque aqui a previsão geral bruta tem apenas um único membro, seção 3.2):

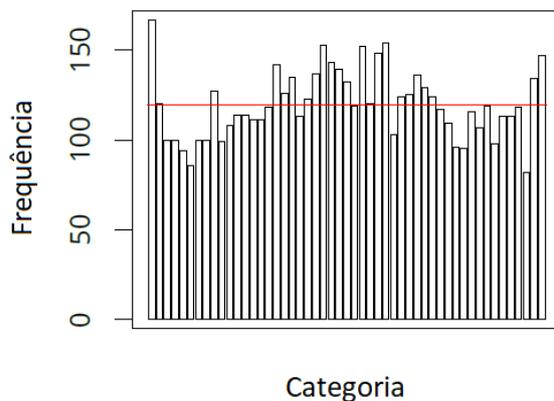
$$\forall h \in \{1, \dots, 48\}, CRPS_{ref}(h) = MAE_{ref}(h) = \frac{1}{card(D_{teste})} \sum_{d \in D_{teste}} |\pi^{(d)}(h) - \bar{\pi}^{(d)}|$$

onde D_{teste} designa o conjunto de dias do conjunto de teste. Tem-se então:

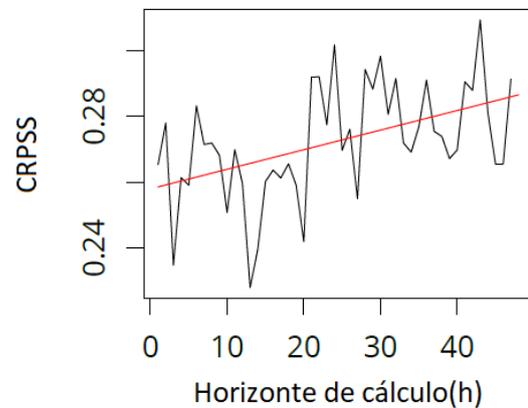
$$\forall h \in \{1, \dots, 48\}, CRPSS(h) = 1 - \frac{CRPS(h)}{MAE_{ref}(h)}$$

Figura 18 Qualidade da previsão por conjunto do preço

(a) Diagrama de Talagrand para previsão por conjunto



(b) CRPSS



Fonte: Realizada pelo autor

A Figura 18b mostra a evolução do CRPSS em função do horizonte de cálculo (em preto) e a reta que se aproxima esta evolução por uma simples regressão linear (em vermelho). Nota-se que os valores do CRPSS superiores a 0,22, é o que mostra que a previsão por conjuntos é mais pertinente do que a previsão determinista. Observa-se também que o CRPSS aumenta ligeiramente com o passar do tempo: mais distante, mais a previsão por conjunto é pertinente em relação à previsão determinista. Assim, o modelo da equação (29) é globalmente de boa qualidade (ainda que algumas melhorias podem ser realizadas).

Passagem à períodos de 10 minutos. Nesta fase, construiu-se uma previsão por conjunto $(\hat{\pi}_1(h), \dots, \hat{\pi}_K(h))_{1 \leq h \leq 48}$ do preço da eletricidade, definida em período horário a partir do dia $D + 1$. Resta usar esta previsão de conjunto para construir K traços de preços $Preço(1, \dots, Preço(K, \dots)$ definido no tempo $t \in \{1, \dots, T\}$ de 10 minutos do

horizonte de cálculo da modelização do Ródano. Recorda-se que $T = 576, t_1 = 289$ e $K = 10$. Seja, portanto, $t \in \{1, \dots, T\}$ e $k \in \{1, \dots, K\}$

- Se $t < t_1$ (ou seja, se o período de tempo t corresponde ao dia $D - 1$ ou ao dia D), o preço SPOT (horário) é conhecido então:

$$Preço(k, t) = Preço_{SPOT}(t)$$

onde $Preço_{SPOT}(t)$ é o preço SPOT da hora correspondente ao período de tempo t .

- Se $t \geq t_1$ (ou seja, o período de tempo t corresponde ao dia $D + 1$ ou $D + 2$) os preços não foram ainda definidos, então:

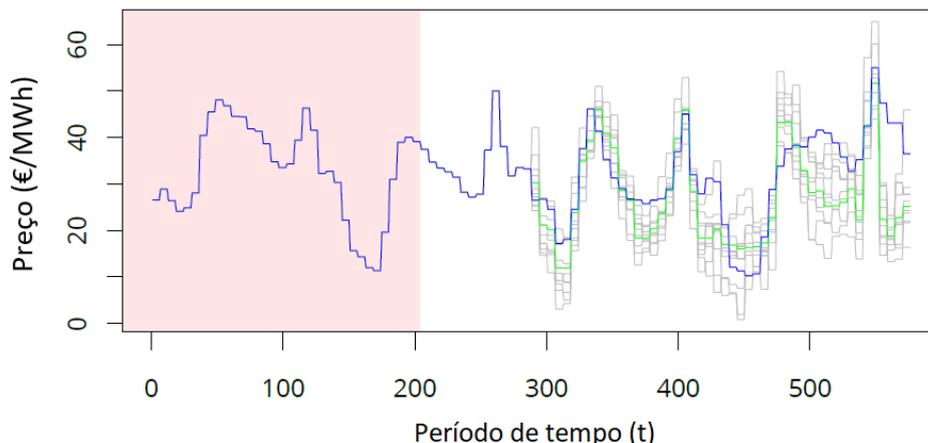
$$Preço(k, t) = \hat{\pi}_k(h)$$

onde $h = 1 + [(t - t_1)/6] \in \{1, \dots, 48\}$ é o período de tempo horário correspondente ao período de tempo t , e $[\cdot]$ corresponde a parte inteira. Resumindo:

$$\forall k \in \{1, \dots, K\}, \forall t \in \{1, \dots, T\}, Preço(k, t) = \begin{cases} Preço_{SPOT}(t) & \text{se } t \leq t_1 - 1 \\ \hat{\pi}_k(1 + [(t - t_1)/6]) & \text{se } t \geq t_1 \end{cases}$$

Desta maneira, forma-se um conjunto de $K = 10$ traços $Preço(1, \dots, Preço(K, \cdot))$, definidas no horizonte de cálculo em períodos de tempo de 10 minutos e que respeita a consistência temporal das K observações anteriores (Figura 19). Na figura, os traços da previsão por conjunto estão em cinza, o preço previsto determinista está em verde e o preço observado *a posteriori* está em azul. Em rosa, as informações do passado.

Figura 19 Previsão por conjunto dos preços



Fonte: Realizada pelo autor

4.2 TESTES DE OTIMIZAÇÃO POR UMA SITUAÇÃO

Esta seção define a resolução do problema de otimização para utilização e comparação as diferentes abordagens de otimização estocástica que permite tomar em conta o futuro incerto. Os testes são realizados numa única situação de referência e apenas para o Alto-Ródano (as primeiras seis usinas).

4.2.1 Escolha da situação de referência para os testes

Para testar e ilustrar as diferentes abordagens implementadas em GAMS (ver seção 3.6), uma situação de referência deve ser escolhida. Recorda-se que a situação de referência permite definir a situação hidráulica e econômica, bem como os parâmetros que configuram a ferramenta de otimização. A situação de referência é escolhida apenas para o Alto-Ródano no histórico das bases de dados da CNR, de modo a utilizar os dados de Joseph Bellier (previsão de conjunto das contribuições, ver subsecção 4.1.1). Além disso, para que o modelo linear das adaptações do Ródano seja lícito, escolhe-se uma situação de referência cujos fluxos estejam dentro da gama energética, em especial próximo do seu valor médio. Para atender esses critérios o dia D usado é o dia **19/03/2014**.

Horizonte de cálculo: A Tabela 4 permite associar cada dia do horizonte de cálculo ao período a situação de referência correspondente (Figura 5). Esta correspondência permite simplesmente dar uma interpretação ao número dos períodos de tempo.

Tabela 4 Correspondência do horizonte de cálculo para a situação de referência

Horizonte de cálculo	Situação de referência
Dia $D - 1$	Do 18/03/14 0h ao 18/03/14 24h
Dia D	Do 19/03/14 0h ao 19/03/14 24h
Dia $D + 1$	Do 20/03/14 0h ao 20/03/14 24h
Dia $D + 2$	Do 21/03/14 0h ao 21/03/14 24h
Instante presente t_d	19/03/14 10h

Fonte: Realizada pelo autor

4.2.2 Recuperação dos dados de entrada

Recupera-se os dados de entrada que são utilizados para resolver o problema de otimização (os dados são confidenciais e pertencem a CNR):

- os fluxos e os volumes realizados do passado (período de tempo $t \in \{1, \dots, t_d - 1\}$),
- as contribuições e os preços realizados do passado (período de tempo $t \in \{1, \dots, t_d - 1\}$),
- previsão determinista de contribuições e de preços para o futuro (período de tempo $t \in \{t_d, \dots, T\}$) para construir o cenário determinista
- as restrições operacionais e ambientais, e os parâmetros das usinas para todo o horizonte de cálculo,
- a parte P_{vendas} das potências vendidas apenas para o Alto Ródano,
- o programa de produção inicial construído à mão em t_d .

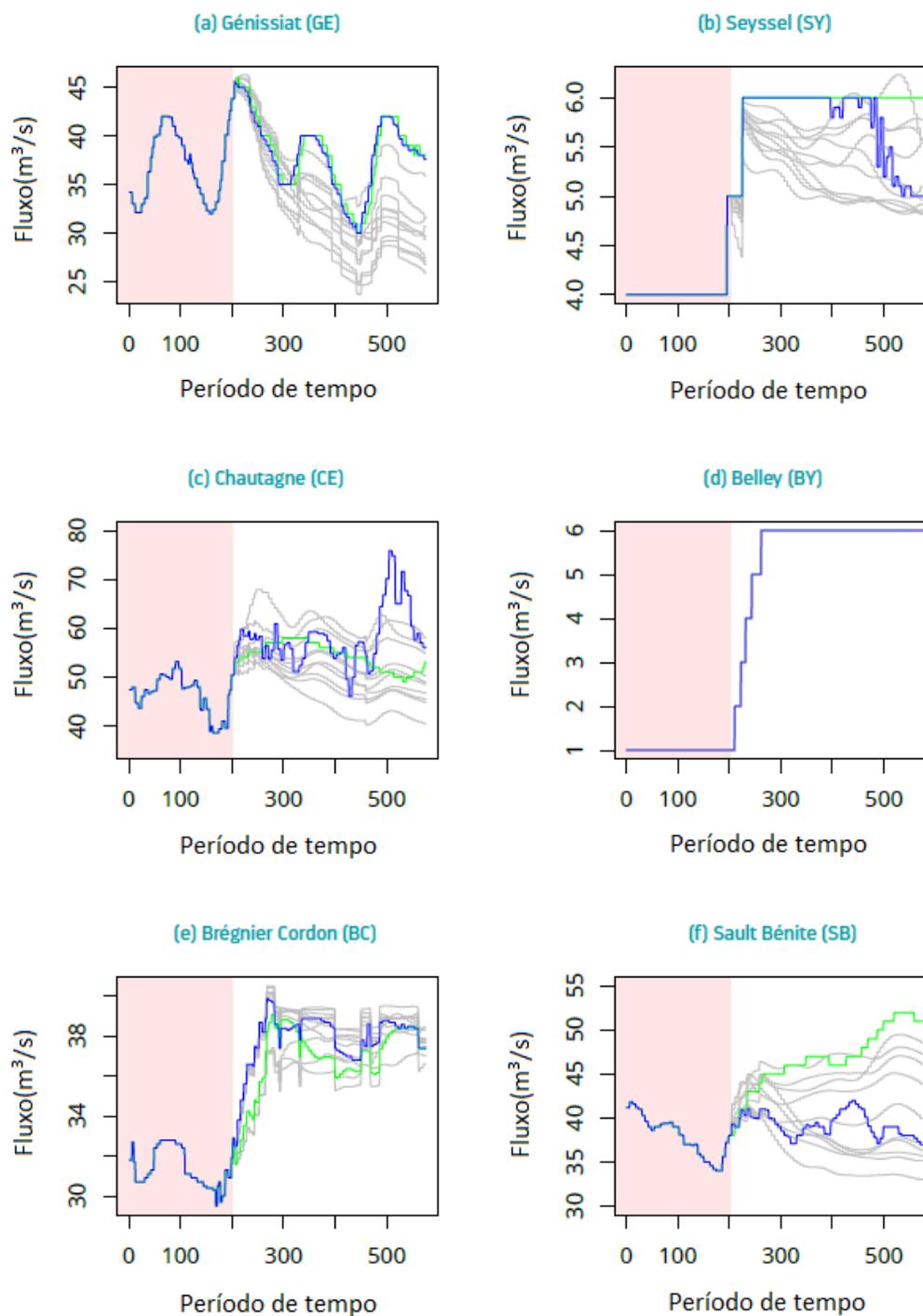
4.2.3 Geração da previsão por conjunto a partir dos dados de entrada

Seguindo as etapas da seção 4.1, geram-se os seguintes dados para a situação de referência estudada:

- as $N = 10$ curvas de fluxo de água que chega em cada usina do Alto Ródano (Figura 20),
- as $K = 10$ curvas de preço (ver Figura 19).

Pode-se ver na Figura 20, a previsão por conjunto dos fluxos que chegam em cada usina (onde as curvas em cinza representam as 10 curvas de previsão). A área em rosa corresponde ao passado, a previsão determinista é representada pela curva em verde, e a curva em azul é a observação *a posteriori* do que realmente aconteceu. Pode-se notar que na Figura 20d que não existem curvas em cinza ou em verde, isso se dá porque não existe nenhum afluente (*Contribuição*) que chega nesta usina portanto, o fluxo que sai da usina anterior é o valor que chega na usina Belley, e esse valor é conhecido.

Figura 20 Previsão por conjunto do fluxo de água que chega em cada usina

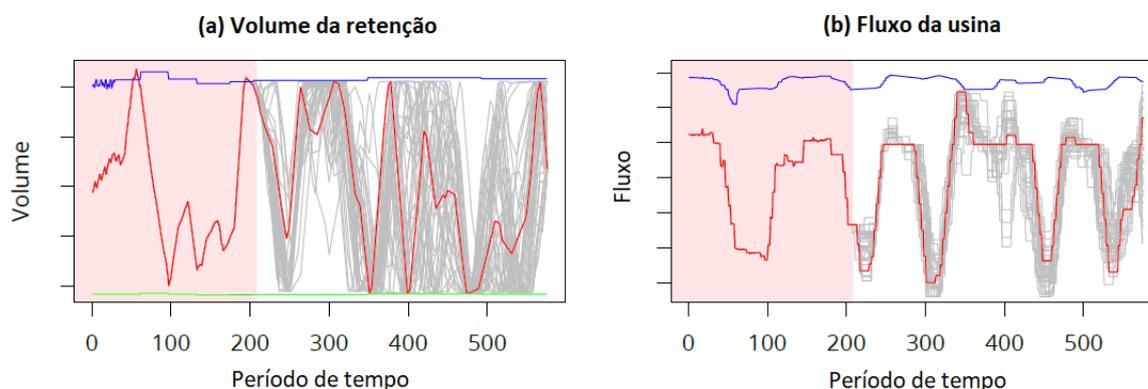


Fonte: Realizada pelo autor

5 RESULTADOS E SIMULAÇÕES

Com base nos dados gerados para a situação de referência estudada, aplica-se cada abordagem da subseção 3.5, seguido pela abordagem da subseção 3.4. Para mostrar um exemplo de solução a Figura 21 representa 50 soluções intermediárias (dos 100 cenários possíveis) da abordagem de otimização estocástica implícita (em cinza) e a solução determinista (em vermelho). Essa figura mostra a otimização do volume e do fluxo na usina de Chautagne. Nota-se que as soluções intermediárias são bastante diferentes umas em relação as outras e que os volumes percorrem quase todo o limite possível da retenção. Para a situação de referência estudada, as incertezas sobre os dados de entrada se espalham bastante, portanto, pode-se notar uma grande diferença entre cada cenário otimizado. A curva em azul é o limite máximo e em verde o mínimo. Os valores não são mostrados em razão da confidencialidade da empresa.

Figura 21 Visualização da solução determinista e de 50 cenários da usina Chautagne



Fonte: Realizada pelo autor

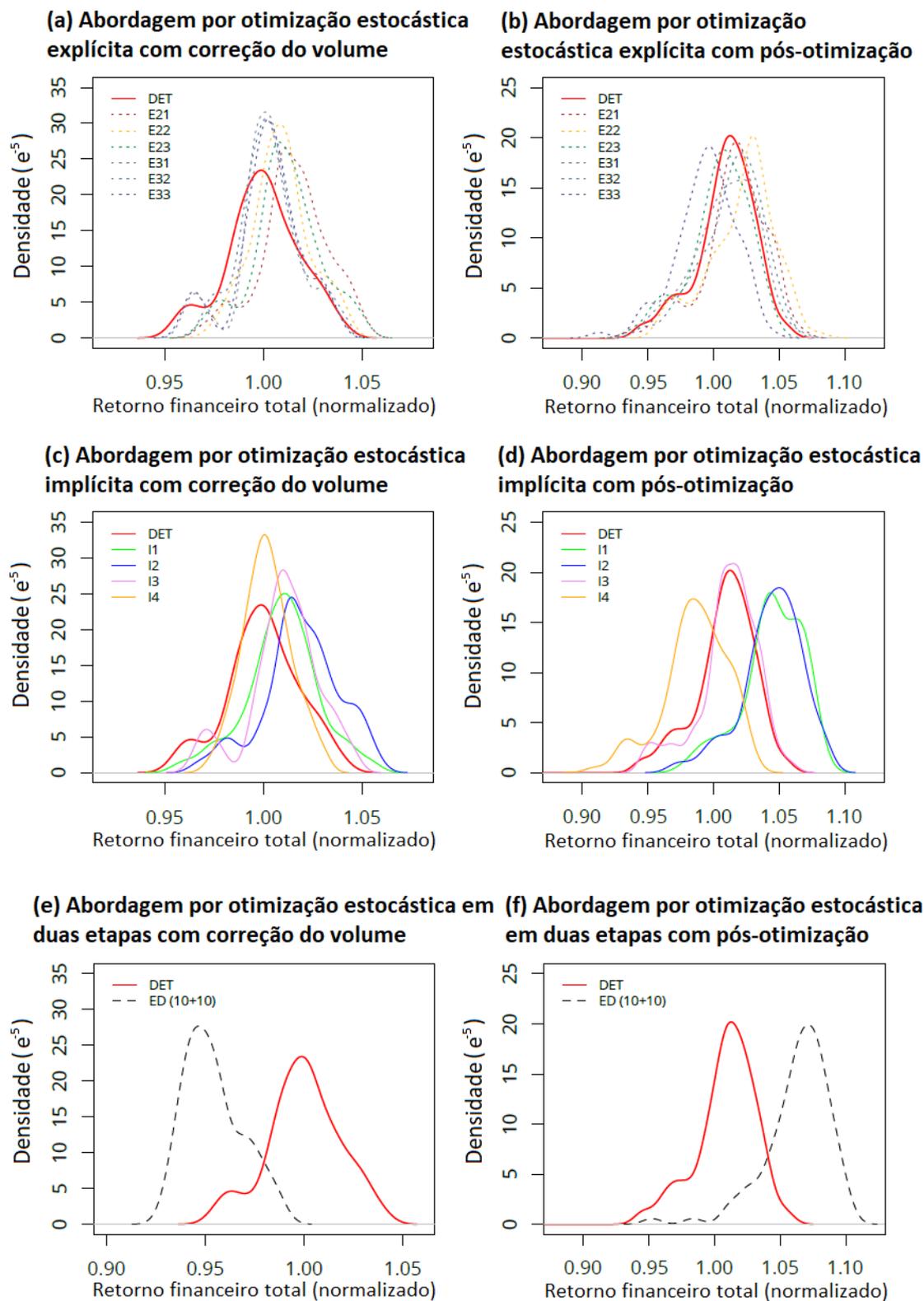
Mostra-se está figura somente para mostrar um exemplo de como as incertezas fazem uma grande diferença na otimização. Pode parecer que as diferenças entre o fluxo turbinado determinista e algum dos cenários seja pequena, mas turbinar mais ou menos em alguns períodos de tempo antes ou depois, faz muita diferença quando a potência gerada por todas usinas é multiplicada pelo preço da energia.

5.1 FUNÇÃO DE DENSIDADE DO RETORNO FINANCEIRO TOTAL

A Figura 22 e a Figura 23 apresentam as funções de densidade do retorno financeiro total para cada tipo otimização estocástica, com correção de volume (coluna

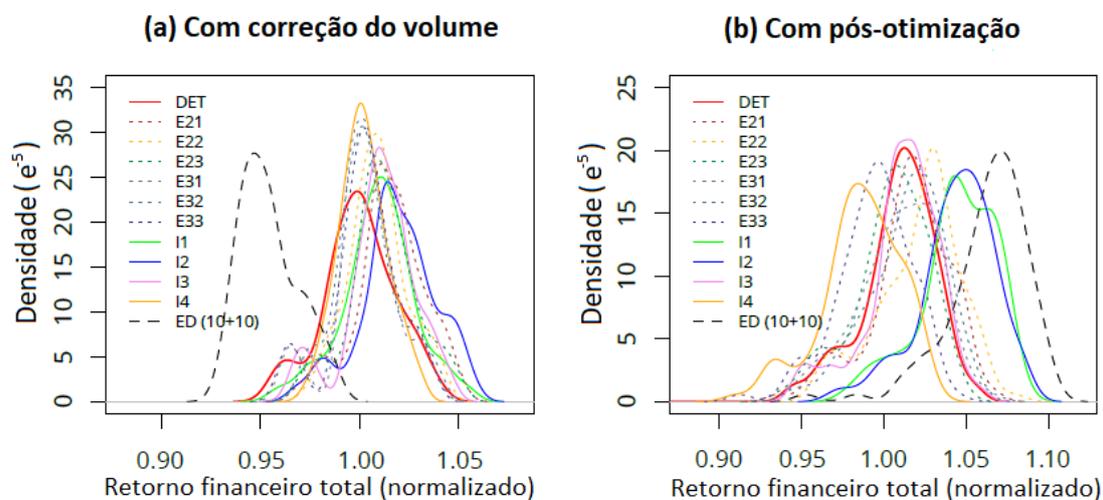
da esquerda) ou pós-otimização (coluna da direita). Por razões de confidencialidade, os retornos financeiros totais (em abscissa) são normalizados em relação à média dos retorno financeiro total da solução determinista.

Figura 22 Funções de densidade do retorno financeiro total para cada abordagem



Fonte: Realizada pelo autor

Figura 23 Recapitutivo geral da otimização estocástica



Fonte: Realizada pelo autor

As interpretações seguintes analisam os resultados obtidos para a situação de referência testada e, por isso, podem deixar de ser válidas para outra situação. Em termos gerais pode-se notar o conjunto das otimizações com pós-otimização (os gráficos da direita) possuem um desvio padrão maior do que com correção de volume. Isso mostra que tomar em conta o mercado *intraday* interfere de maneira significativa na variabilidade dos resultados. Pode-se notar também, que as curvas de densidade de probabilidade resultadas da otimização com correção de volume possuem suas esperanças entre de 1,00 e 1,02 enquanto que com pós-otimização existe uma maior variabilidade, mas existem funções com suas esperanças em torno de 1,05.

Abordagens por otimização estocástica explícita: Não há solução para os métodos robustos E1Y (com $Y \in \{1, 2, 3\}$). Assim, não há nenhum programa de produção que respeitem as restrições para todos os cenários possíveis (as margens não são suficientes para compensar as incertezas sobre das contribuições). Segundo a Figura 22a, as abordagens por otimização estocástica explícita com correção de volume são ligeiramente melhores do que a solução determinista. O melhor método é o E21 (otimização em esperança do ganho médio): o retorno financeiro total médio total do método E21 é 1.5% superior ao retorno financeiro total médio da solução determinista do problema. De acordo com a Figura 22b, a vantagem das abordagens de otimização estocástica explícita com pós-otimização é menos nítida. O método E22 (otimização em esperança do pior caso) é o mais vantajoso: o retorno financeiro total médio do método E22 é superior em 1.4% em relação a da solução determinista.

Abordagens por otimização estocástica implícita: De acordo com a Figura 22c, as abordagens por otimização estocástica implícita com correção de volume são melhores do que a solução determinista (os retornos financeiros totais médios são mais elevados). O melhor método é o I2 (maximização do retorno financeiro total médio): o retorno financeiro total médio do método I2 é 1.9% superior ao da solução determinista. De acordo com a Figura 22d, a vantagem de utilizar a pós-otimização não é tão clara já que os resultados estão em torno da solução determinista. Os métodos I1 (maximização do retorno financeiro inicial) e I2 (maximização do retorno financeiro total médio) são melhores do que a solução determinista, enquanto o método I3 (que respeita melhor as restrições) e o método I4 (que minimiza o desvio-padrão do retorno financeiro total) são menos interessantes. A melhor vantagem (com pós-otimização) é obtido com o método I1: onde o retorno financeiro total médio é superior em 3.8% em relação a solução determinista.

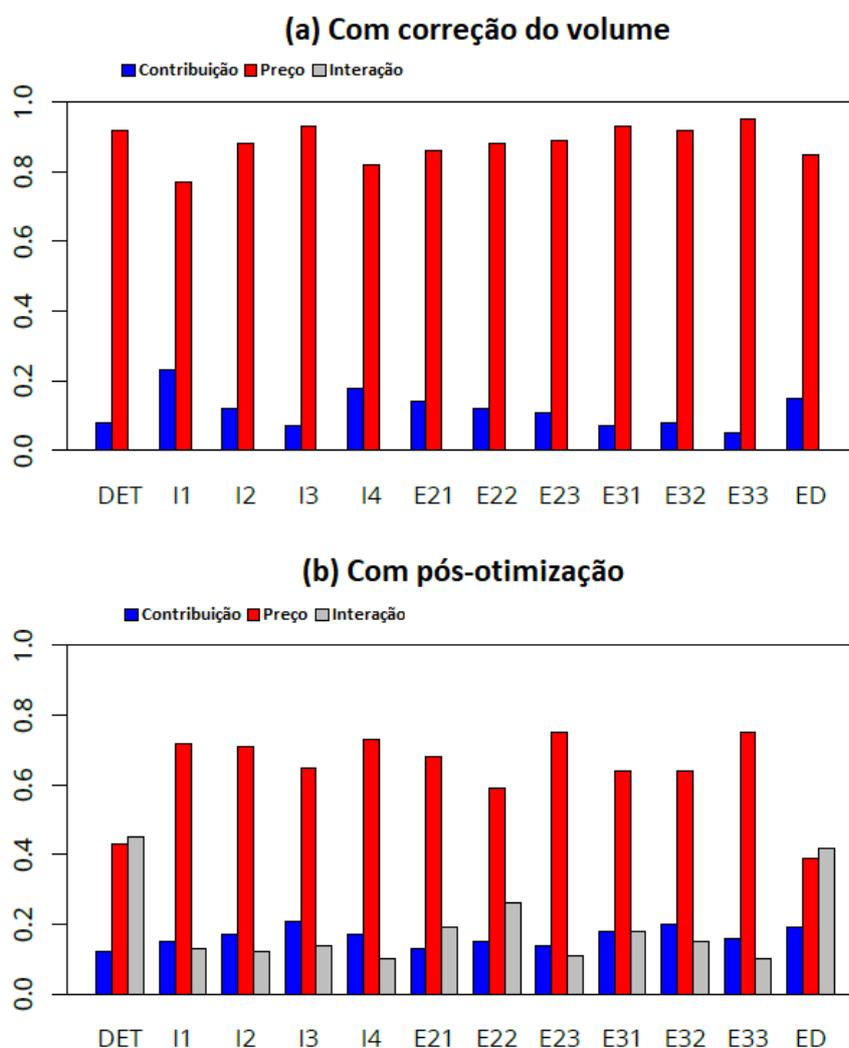
Abordagem por otimização estocástica em duas etapas: Por razões de tempo de cálculo (ver subsecção 5.3), a abordagem de otimização estocástica em duas etapas é lançada com 20 cenários em vez de 100, escolhidos aleatoriamente. De acordo com a Figura 22e, a abordagem por otimização estocástica em duas etapas é menos interessante do que a solução determinista. O retorno financeiro total médio é 4.6% inferior ao da solução determinista. Em contrapartida, pode-se ver na Figura 22f e na Figura 23b, que a abordagem de otimização estocástica em duas etapas fornece o melhor retorno financeiro total médio, sendo 5.6% superior ao valor de negócios total médio da solução determinista.

5.2 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

A Figura 24 apresenta os valores dos índices de Sobol das variáveis ambientais para a situação de referência estudada, para o método com correção de volume (Figura 24a) e com pós-otimização (Figura 24b). Observa-se que, em ambos os casos, a variabilidade dos preços é a que mais se propaga na variabilidade retorno financeiro total. Isto explica-se pelo fato de que as incertezas sobre as contribuições d'água serem, em parte, absorvidas pela margem disponível em cada usina, enquanto as incertezas sobre os preços afetam diretamente retorno financeiro.

Nota-se igualmente que a abordagem com correção de volume não revela as interações entre as contribuições e os preços. Isto deve-se ao fato de que, nesta abordagem, as contribuições e os preços são utilizados independentemente (o programa de produção modificado é construído apenas a partir das contribuições). Em vez disso, a abordagem com pós-otimização realiza uma otimização que toma em conta as contribuições e os preços, por conseguinte, o programa de produção alterado tem em conta a interação entre eles. O índice de Sobol da interação é da mesma ordem de grandeza que o índice de Sobol das contribuições. Nota-se que a variabilidade devida à interação é maior na abordagem de otimização estocástica em duas etapas.

Figura 24 Índice de Sobol para as diferentes abordagens de otimização estocástica



Fonte: Realizada pelo autor

5.3 TEMPO DE CÁLCULO

A Tabela 5 agrupa os tempos de cálculo de cada abordagem de otimização estocástica para a situação de referência estudada. Como esperado, as abordagens de otimização estocástica têm um tempo de cálculo muito mais ao longo que o da abordagem determinista. Da maneira que é construída, nenhuma abordagem por otimização estocástica é relevante operacionalmente (em funcionamento real, a solução deve ser dada em menos de uma hora para ser utilizada). Os valores da tabela estão em forma de soma, isso significa: o valor da esquerda é o tempo para a construção dos programas e o valor da direita é o tempo para a realização das comparações. Para abordagens de otimização estocástica implícita, a parte mais longa (5h) pode ser realizada em paralelo em diferentes núcleos do processador de cálculo (memória distribuída), o que pode reduzir tempo de cálculo consideravelmente.

O método de otimização estocástica em duas etapas com todos os cenários possíveis (ED (100)) é, a priori, o melhor método para tomar em conta o futuro incerto na gestão das usinas (ver ponto 5.1). No entanto, o tempo de cálculo ultrapassou o limite fixado de 40h. O tempo de cálculo da abordagem de otimização estocástica em duas etapas com 20 cenários possíveis (ED (10+10)) é menor do que aquele com apenas 10 cenários possíveis, este que parece ser um “acaso”. É difícil interpretar esta observação já que com cenários diferentes possíveis, o percurso da árvore de chamada do algoritmo **Cplex mip** é diferente: é possível por conseguinte, encontrar uma solução adequada de maneira mais rápida.

Tabela 5 Tempo de cálculo das abordagens de otimização estocástica

Abordagem	Correção de volume	Pós-otimização
<i>DET</i>	10min + 2min	10min + 4h
<i>E1Y</i>	Sem solução	Sem solução
<i>E2Y</i>	10min + 10min	10min + 5h
<i>E3Y</i>	3h à 7h30 + 10min	3h à 7h30 + 5h
<i>IX</i>	5h + 3h	5h + 4h
<i>ED(100)</i>	> 40h	> 40h
<i>ED(10+10)</i>	1h30 + 2min	1h30 + 4h
<i>ED(10)</i>	5h + 2min	5h + 4h

Fonte: Realizada pelo autor

5.4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Globalmente, para a situação de referência estudada, as abordagens de otimização estocástica possuem melhores resultados do que a abordagem determinista. As abordagens de otimização estocástica explícita têm a mesma estratégia de valorização que a abordagem determinista. Por conseguinte, não utilizam todas as informações dos cenários possíveis. Além disso, para a situação de referência estudada, são as abordagens probabilísticas menos vantajosas.

As abordagens de otimização estocástica implícita permitem, em parte, antecipar os futuros possíveis desvios do mercado *intraday* do dia seguinte. Exploram, portanto, em parte, uma nova estratégia de valorização, que parece mais interessante do que a abordagem determinista. No entanto, a valorização no mercado *day-ahead* e a valorização dos futuros possíveis desvios ao mercado *intraday* do dia seguinte são efetuadas separadamente.

A abordagem de otimização estocástica em duas etapas constrói o programa de produção ideal para fazer a avaliação entre a valorização no mercado *day-ahead* e a valorização de futuros possíveis desvios antecipados ao mercado *intraday* do dia seguinte. Por conseguinte, explora-se inteiramente a nova estratégia de valorização, que parece ser muito vantajosa para a situação de referência estudada (é construído para dar o melhor retorno financeiro total médio).

A dificuldade comum com as abordagens de otimização estocástica é a explosão do tempo de cálculo. Tal como se apresenta, estas abordagens não podem ser utilizadas em operação real. Contudo, para a situação de referência estudada, a análise de sensibilidade mostra que as incertezas sobre as contribuições podem ser negligenciadas em um primeiro momento. Isso iria reduzir o número de cenários possíveis e, portanto, o tempo de cálculo.

Para concluir em termos gerais sobre os benefícios em tomar em conta no futuro incerto, é necessário efetuar a abordagem proposta a um grande número de situações de referência e para o Ródano inteiro. Isto implicaria, previamente, melhorar a construção das previsões por conjunto dos preços (dado que as incertezas sobre os preços parecem influenciar a maior parte da variabilidade do retorno financeiro total) e construir previsões por conjunto das contribuições para todo o Ródano (que só existe no momento para o Alto Ródano).

6 CONCLUSÃO E PERSPECTIVAS

6.1 CONCLUSÃO

Este trabalho insere-se nas premissas de um projeto inovador que consiste em integrar as incertezas sobre o futuro na otimização de usinas hidrelétricas. De maneira mais precisa, este documento traz:

- Abordagens de otimização estocástica, que tomam em conta as incertezas sobre os dados de entrada (variáveis ambientais),
- Um método geral que permite comparar quantitativamente as abordagens entre si e em relação à abordagem determinista inicial.

As incertezas são estimadas com base em previsões por conjunto, construídas para cada dado de entrada de forma independente. Uma combinação de uma curva de contribuição d'água, e uma curva de preço forma um cenário possível. Assim, abordagens de otimização estocástica são propostas. São agrupadas segundo três visões gerais: explícita, implícita e em duas etapas. A ideia comum destas abordagens é definir um programa de produção que maximiza (em um certo sentido) a esperança do retorno financeiro total (cuja aleatoriedade é focada nos possíveis cenários). As diferentes abordagens são igualmente comparadas quantitativamente graças à lei do retorno financeiro total: para cada abordagem (probabilística ou determinista), traça-se a função de densidade de probabilidade do retorno financeiro total onde a melhor abordagem é aquela que oferece a maior esperança.

O retorno financeiro total é calculado de forma a representar a avaliação entre as vendas no mercado *day-ahead* (às 12h) e os eventuais ajustes futuros a efetuar no dia seguinte no mercado *intraday*. Isso fornece uma nova estratégia de valorização, que não podia ser utilizada com a versão determinista: o fato de se poder antecipar as futuras diferenças e, por conseguinte, compensar (em parte) as incertezas, antecipadamente, graças à flexibilidade das retenções do Ródano.

As abordagens de otimização estocástica foram testadas numa determinada situação de referência. Os resultados deixam entrever o interesse das abordagens probabilísticas em relação à abordagem determinista (aumento do retorno financeiro total até 5.6%). Além disso, a abordagem de otimização estocástica de duas etapas é

a abordagem que melhor atende aos objetivos deste trabalho. No entanto, esta é a abordagem que mais precisa de tempo de cálculo. Para poder confirmar estes resultados no caso geral, seria necessário considerar uma gama mais ampla de simulações sobre situações de referência diferentes.

As abordagens de otimização estocástica propostas e a abordagem geral de comparação podem ser usadas para um estudo mais amplo. Para obter resultados consistentes e interpretáveis, no entanto, devem ser tomadas as seguintes precauções sobre os dados de entrada:

- o momento presente deve corresponder à etapa de elaboração do programa hidráulico do dia seguinte (antes das 12h00),
- os 10 traços de contribuições e de preço devem ser definidos a partir de uma previsão de conjunto que sejam coerentes,
- a metodologia utilizada para construir a previsão por conjunto de preço pode ser melhorada: os traços não representam as incertezas sobre a situação econômica, mas as incertezas do modelo de previsão,

6.2 PERSPECTIVAS

6.2.1 Melhoria da modelização das incertezas

Correlação entre os dados: Uma melhoria do modelo seria levar em conta a dependência variáveis ambientais. Por consequência, haveria: $S = N = K$ e, para qualquer $s \in \{1, \dots, S\}$, $n_s = k_s$ (i.e. o traço $n = s$ das contribuições seria consistente com o traço $k = s$ preços). Assim, a aleatoriedade seria diretamente tomada em conta a partir dos cenários possíveis e não de forma independente sobre cada uma das variáveis ambientais. Esta melhoria permitiria igualmente reduzir o tempo de cálculo ou aumentar a precisão das estimativas. No entanto, a construção de tais cenários coerentes parece *a priori* ser uma etapa complexa de se implementar.

Melhoria das curvas de contribuição: Os dados de Joseph Bellier definem 50 curvas de entrada por afluente do Alto-Ródano. Para os testes, só são utilizados os 10 primeiros traços dos 50, o que representa apenas uma parte das incertezas sobre a situação hidráulica. Pode ser interessante de definir um método para agrupar as curvas entre si, a fim de definir uma “verdadeira” previsão conjunto com 10 curvas,

a partir de uma previsão de conjunto com 50 membros. Além disso, será necessário, definir previsões de conjunto das contribuições para todo o Ródano. Para isso, seria necessário utilizar a abordagem definida pelo Joseph Bellier em (Bellier, Zin, & Bontron, 2018).

Melhoria dos traços do preço: O método para criar a previsão por conjunto dos preços possui limites. Para melhorar a abordagem utilizada e evitar tomar em conta as disparidades que podem existir entre os dados, seria pertinente normalizar os preços antes de estimar o modelo estatístico. Para tomar em conta as incertezas sobre a situação econômica e não sobre as incertezas do modelo de previsão, seria necessário criar previsões de conjunto diretamente a partir do modelo de tipo “Stack” perturbando ligeiramente os dados de entrada incertos. Obter-se-ia então uma previsão de conjunto bruta, sobre a qual se aplicaria um pós-tratamento estatístico (tipo EMOS) e um método ECC (em vez de shuffle Schaake) para evitar a tiragem dos dias em que os preços são muito diferentes.

Erro de estimativa por Monte-Carlo: Pode ser interessante realizar um estudo para determinar o número de curvas da previsão de conjunto necessárias para a estimativa pelo método de Monte Carlo.

6.2.2 Realizar testes em várias situações de referência

Para chegar a uma conclusão geral sobre os benefícios em se tomar em conta o futuro incerto a otimização das hidrelétricas, é necessário realizar um grande número de testes em diferentes situações de referência. É então necessário aplicar as etapas demonstradas na seção 4 para outras situações de referência.

6.2.3 Reduzir o tempo de cálculo da ferramenta probabilista

Cálculo paralelo em servidores computacionais: Aproximações por otimização estocástica parecem, *a priori*, aumentar significativamente o retorno financeiro. Por conta disso, pode ser pertinente investir em servidores de cálculo muito potentes e que permitiriam, na medida do possível, efetuar os cálculos em paralelo, aumentando a velocidade dos cálculos.

SDDP para a abordagem de otimização estocástica em duas etapas. Para melhorar o tempo de cálculo da abordagem de otimização estocástica em duas etapas (que parece, *a priori*, ser a melhor abordagem), pode ser interessante considerar

diretamente o problema da otimização em duas etapas (25) sem passar pelo problema de otimização em uma etapa equivalente. Seria usado então um algoritmo, tipo *SDDP*, ver (Shapiro, 2010)). Este algoritmo consiste em estimar iterativamente o valor de $G_1^{reopti}(Q_{UST}, s)$ da equação (25). O algoritmo é complexo e requer, escrever a segunda etapa do problema (25) sob outra forma (alterando a variável de decisão por exemplo). No entanto, o algoritmo parece ser muito eficaz.

Método de otimização: Para reduzir o tempo de cálculo da ferramenta probabilista, pode ser relevante mudar o método de otimização. O desenvolvimento de inteligências artificiais pode permitir uma abordagem mais eficaz através de *machine learning* para a ferramenta probabilista. Se possível, este modelo estatístico poderia fornecer diretamente uma solução ótima (e, por conseguinte, admissível).

Modelo adjunto: Para reduzir o tempo de cálculo da ferramenta probabilista, pode ser interessante reduzir o número de possíveis cenários. Para isso, seria necessário determinar as variáveis ambientais mais influentes (em termos de incertezas) sobre o retorno financeiro total, antes de lançar os cálculos. A ideia é negligenciar as incertezas sobre os afluentes menos influentes e/ou sobre os preços, em função da situação de referência dada.

7 REFERÊNCIAS

- Andrieu, L. (2004). *Optimisation sous contrainte en probabilité*. Paris.
- ANEEL. (2011). *RESOLUÇÃO NORMATIVA Nº 425, DE 1º DE FEVEREIRO DE 2011*.
- Baudoui, V. (2012). *Optimisation robuste multiobjectifs par modèles de substitution*. Toulouse.
- Bellier, J., Zin, I., & Bontron, G. (Maio de 2018). Generating coherent ensemble forecast after hydrological postprocessing: Adaptations of ECC based methods. *Water Resources Research*, pp. 5741-5762.
- Candille, G., & Talagrand, O. (17 de Maio de 2004). Evaluation of probabilistic prediction systems for a scalar variable. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, pp. 2131-2150.
- Croquet, R. (2012). *Etude des dispersions et incertitudes en optimisation et dans l'analyse des valeurs propres*. Rouen.
- Dantas, G., Castro, N. d., Dorado, P., Vardiero, P., & Brandão, R. (2017). *Análise comparativa internacional e desenhos de mercado atacadistas de energia*. Rio de Janeiro.
- Epstein, E. S. (1969). Stochastic dynamic prediction. *Tellus*, pp. 739-759.
- Erbach, G. (Novembro de 2016). Fonte: European Parliament: [https://www.europarl.europa.eu/RegData/etudes/BRIE/2016/593519/EPRS_BRI\(2016\)593519_EN.pdf](https://www.europarl.europa.eu/RegData/etudes/BRIE/2016/593519/EPRS_BRI(2016)593519_EN.pdf)
- Gray, R. (13 de Março de 2017). *The biggest energy challenges facing humanity*. Fonte: BBC: <http://www.bbc.com/future/story/20170313-the-biggest-energy-challenges-facing-humanity>
- Guerra, J. (2016). *Optimisation multi-objectif sous incertitudes de phénomènes de thermique transitoire*. Toulouse.
- Hochstetler, R. L. (2017). *Uma visão para o futuro do mercado de energia elétrica no Brasil*.
- Jacques, J. (2005). *Contributions à l'analyse de sensibilité et à l'analyse*. Grenoble.
- Jamasb, T., Nuttall, W., & Pollitt, M. (2008). The case for a new energy research, development and promotion policy for the UK. *Elsevier*, pp. 4610-4614.
- Lorenz, E. N. (7 de Janeiro de 1963). Deterministic Nonperiodic Flow. *Journal of the Atmospheric Sciences*, pp. 130-141.

- Newbery, D., & Pollitt, M. (1997). The Restructuring and Privatization of Britain's CEB--Was It Worth It? *Blackwell Publishing*, pp. 269-303.
- Pereira, M., & Pinto, L. (Maio de 1991). Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning. *Mathematical programming*, pp. 359-375.
- Priestley, J. (1767). *The History and Present State of Electricity*. Londres.
- Reynolds, C. A., Webster, P. J., & Kalnay, E. (18 de Novembro de 1993). Random Error Growth in NMC's Global Forecasts. *Monthly Weather Review*, pp. 1281-1305.
- Saltelli, A., Ratto, M., Andres, T., Campolongo, F., Cariboni, J., Gatelli, D., . . . Trantola, S. (2008). *Global sensitivity analysis: the primer*. John Wiley and Sons.
- Secchi, P. A. (2015). *Otimização de processos*. Rio de Janeiro.
- Shapiro, A. (2010). Analysis of stochastic dual dynamic programming method. *European Journal of Operational Research*, 63-72.
- Taillon, J. P. (25 de Junho de 2019). *Introduction to the World of Electricity Trading*.
 Fonte: Investopedia:
<https://www.investopedia.com/articles/investing/042115/understanding-world-electricity-trading.asp>
- Toth, Z., & Kalnay, E. (Dezembro de 1993). Ensemble Forecast at NMC: The generation of Perturbations. *Bulletin of the American Meteorology Society*, pp. 2317-2330.
- Viana, A. G. (2018). *Leilões como mecanismo alocativo para um novo desenho de mercado no Brasil*. São Paulo.
- Vié, B. (2012). *Méthodes de prévision d'ensemble pour l'étude de la prévisibilité à l'échelle convective des épisodes des pluies intenses en Méditerranée*. Paris.